



全国高等专科教育机械工程类专业规划教材

工程力学

胥 宏 主编



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

2
1

TB12

X665. 1

全国高等专科教育机械工程类专业规划教材

工 程 力 学

主 编 胥 宏
主 审 尹析明



机械工业出版社

本书是为适应高职高专院校机械类、近机类专业工程力学教学（50~80学时）需要，依据教育部制定的“高职高专教育工程力学课程教学基本要求”而编写的。

全书除绪论外，共有11章，内容有：静力学基础、平面任意力系的平衡及应用、空间力系、拉伸与压缩、圆轴的扭转、梁的弯曲、应力状态和强度理论、压杆稳定、交变应力、质点和刚体运动学基础、动力学基础。每章均有多种形式的习题，并附有答案。本书特点是紧密结合工程实际，以结构的静力分析、强度和刚度分析为主。考虑到各专业的特点，书中避免过多的理论推导，深入浅出地通过大量例题阐述分析问题、解决问题的思路和方法。通过本书的学习，读者能够解决工程实际中一般的力学问题，并为进一步阅读其他力学著作打好基础。本书也可供工程技术人员参考。

图书在版编目（CIP）数据

工程力学/胥宏主编. —北京：机械工业出版社，
2007.2
全国高等专科教育机械工程类专业规划教材
ISBN 978 - 7 - 111 - 20902 - 7

I . 工… II . 胥… III . 工程力学 - 高等学校 - 教材
IV . TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第 022250 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）
责任编辑：王海峰 版式设计：冉晓华 责任校对：吴美英
封面设计：姚毅 责任印制：洪汉军
北京京京丰印刷厂印刷
2007 年 4 月第 1 版·第 1 次印刷
184mm×260mm·16.75 印张·409 千字
0 001—4 000 册
标准书号：ISBN 978 - 7 - 111 - 20902 - 7
定价：26.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换
销售服务热线电话：(010) 68326294
购书热线电话：(010) 88379639 88379641 88379643
编辑热线电话：(010) 68354423
封面无防伪标均为盗版

前　　言

本书是为适应高职高专院校机械类、近机类专业工程力学教学（50~80学时）需要，依据教育部制定的“高职高专教育工程力学课程教学基本要求”而编写的。

本书在内容的选定上，突出了静力分析以及在静力分析基础上的构件强度、刚度及稳定性分析。在编写中以力学基本知识的学习和能力培养为目标，吸取了现行教材之所长和编者多年教学经验。在叙述方面，深入浅出，注重概念引入的工程背景及分析与解决问题的思路和方法。本书还以教学适用为目标，安排了较多的例题，精选了各种类型的习题，难易安排适当。习题均附有答案，既适合课堂教学又便于自学。书中标*号的内容供不同专业选用，教师可根据实际情况作必要的取舍。

本书共有11章。胥宏任主编并编写绪论、第1、2章，顾铭任副主编并编写第3、4章，陈先忠任副主编并编写第6、11章，骆行编写第5、8章，宋鸣编写第7、9章，关文勇编写第10章。

承蒙尹析明老师认真、细致地审阅了全书，提出了许多宝贵意见，在此谨致以深切的谢意。

由于编者水平有限，错漏之处在所难免，恳请广大读者批评指正。

编　者

2006年10月

主要符号表

A	面积	δ	长度、间距、伸长率、滚阻系数
a_τ	切向加速度	ϵ'	横向线应变
a_a	绝对加速度	η	机械效率
a_e	牵连加速度	λ	柔度
b	长度	π	圆周率
$D(d)$	直径、力臂、力偶臂	σ	正应力
e	偏心距	σ_e	弹性极限
F_a	轴向力	σ_b	强度极限
F_r	径向力	$[\sigma]$	许用应力
F'_R	主矢	σ_y	压应力
$F_N(F_n)$	法向力	σ_N	由轴力引起的应力
F_f	动摩擦力	$\sigma_1(\sigma_2, \sigma_3)$	主应力
F_g	惯性力	σ_d	动应力
F_Q	剪力	σ_a	应力幅度
F_{cr}	临界压力	σ_{cr}	临界应力
g	重力加速度	φ	角度、扭转角
I	转动惯量、惯性矩	ψ	断面收缩率
$I_x(I_y)$	轴惯性矩	a	加速度
$i_x(i_y)$	惯性半径	a_n	法向加速度
K_d	动荷系数	a_r	相对加速度
l	长度、跨度	a_k	科氏加速度
M_{xd}	相当弯矩	C	形心、瞬时速度中心
M_f	滚动摩擦力偶	E	弹性模量
n	转速、安全系数	F	力
q	载荷集度	F_t	圆周力
S	静矩	F_R	合力、全反力
s	弧坐标	F_T	拉力
t	时间、钢板厚度	F_f	静摩擦力
V	体积	f	静摩擦因数
v_a	绝对速度	F_{jy}	挤压压力
v_e	牵连速度	G	重力、切变模量
W_n	抗扭截面系数	$H(h)$	高度
x	坐标、轴线方向	I_p	极惯性矩
z	坐标、齿数	i	传动比
β	角度、表面质量系数	K	弹簧刚度系数
		$K(K_\sigma)$	应力集中系数

M	力矩、力偶、弯矩、主矩	θ	角度、单位长度扭转角、转角
M_n	扭矩	μ	泊松比
m	质量	ρ	极坐标、曲率半径、回转半径、密度
P	重力、功率	σ_p	比例极限
r	半径、应力循环特性	σ_s	屈服点
T	转矩、温度、动能	σ^0	极限应力
v	速度	σ_1	拉应力
v_r	相对速度	σ_{jy}	挤压应力
W	重力、功	σ_w	弯曲引起的应力
W_z	抗弯截面系数	σ_{xd}	相当应力
γ	坐标、挠度	σ_m	平均应力
α	角度、角加速度、内外径之比	σ_{-1}	对称循环持久极限
γ	角度、切应变	τ	切向、切应力
ϵ	线应变	φ_m	摩擦角
ϵ_a	尺寸系数	ω	角速度

目 录

前言	
主要符号表	
绪论	1
第1章 静力学基础	3
1.1 静力学基本概念	3
1.2 静力学公理	4
1.3 约束与约束反力	6
1.4 受力分析与受力图	9
1.5 平面汇交力系的合成	12
1.6 力对点之矩	14
1.7 平面力偶系的合成	15
1.8 平面任意力系的简化	17
小结	20
习题	21
第2章 平面任意力系的平衡及应用	27
2.1 平面任意力系的平衡	27
2.2 三种特殊平面力系的平衡	28
2.3 平面任意力系平衡方程的应用	32
2.4 物体系统的平衡	33
2.5 桁架的内力计算	38
2.6 考虑摩擦时的平衡问题	41
小结	45
习题	46
第3章 空间力系	52
3.1 力在空间直角坐标轴上的投影	52
3.2 力对轴之矩	53
3.3 空间力系的平衡	55
小结	57
习题	58
第4章 拉伸与压缩	60
4.1 材料力学的基本概念	60
4.2 轴向拉伸与压缩的概念	62
4.3 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力	63
4.4 应力的概念 拉(压)杆横截面上的应力	65
4.5 拉(压)杆的变形 胡克定律	68
4.6 材料在拉伸和压缩时的力学性能	71
4.7 拉(压)杆强度条件及其应用	76
4.8 应力集中的概念	80
* 4.9 拉压静不定问题	81
4.10 剪切和挤压的实用计算	83
小结	88
习题	89
第5章 圆轴的扭转	95
5.1 圆轴扭转的工程实例与力学模型	95
5.2 扭矩和扭矩图	95
5.3 切应力互等定理 剪切胡克定律	97
5.4 圆轴扭转时横截面上的应力与变形	99
5.5 圆轴扭转时的强度和刚度条件	102
小结	104
习题	104
第6章 梁的弯曲	106
6.1 平面弯曲的工程实例与力学模型	106
6.2 梁弯曲时的内力和内力图	107
6.3 剪力、弯矩、载荷集度间的关系	112
6.4 平面图形的几何参数计算	115
6.5 对称弯曲正应力	119
* 6.6 对称弯曲切应力	123
6.7 梁的强度条件及其应用	128
6.8 提高弯曲强度的主要措施	130
* 6.9 梁的弯曲变形分析	132
* 6.10 梁的刚度条件及提高梁的抗弯刚度的措施	139
小结	140
习题	141
第7章 应力状态和强度理论	146
7.1 应力状态的概念	146
7.2 二向应力状态分析	148
7.3 三向应力状态分析简介及广义胡克定律	153

7.4 强度理论简介	156	第 10 章 质点和刚体运动学基础	189
7.5 组合变形概述	161	10.1 点的运动	189
7.6 拉伸(压缩)和弯曲的组合变形	162	10.2 刚体的平动	194
7.7 弯曲与扭转组合变形的强度计算	164	10.3 刚体的定轴转动	194
小结	167	* 10.4 点的合成运动	199
习题	167	* 10.5 刚体的平面运动	205
第 8 章 压杆稳定	172	小结	212
8.1 压杆稳定与临界载荷	172	习题	214
8.2 临界应力与临界应力总图	175	* 第 11 章 动力学基础	217
8.3 压杆的稳定性计算	176	11.1 质点动力学基本方程	218
8.4 提高压杆稳定性的措施	178	11.2 刚体绕定轴转动动力学基本方程	221
小结	179	11.3 动量定理	223
习题	179	11.4 动量矩定理	228
第 9 章 交变应力	181	11.5 动能定理	230
9.1 交变应力的工程实例与循环 特性	181	小结	236
9.2 材料持久极限与构件持久极限	183	习题	236
9.3 对称循环下构件的疲劳强度计算	185	附录 型钢规格表	241
小结	187	习题答案	249
习题	187	参考文献	257

绪 论

随着力学基本理论体系的进一步完善和现代科学技术的飞速发展，力学的应用已渗入到许多学科领域。作为一般工程专业的一门技术基础课，工程力学课程所介绍的力学基本概念、基本理论和基本方法，既可以直接用于解决工程实际问题，又是学习一系列后续专业课程的重要基础。

1. 工程力学是研究工程简单构件受力与运动、变形与破坏规律的科学

作为工程力学的两大分支，理论力学研究物体机械运动的一般规律，材料力学研究工程常见构件变形、破坏的一般规律，都为工程技术人员提供了重要的技术基础。

理论力学的研究对象是质点和刚体。不考虑受力时变形的物体称为刚体，不计尺寸大小、形状的物体称为质点。两者均是理想化的力学模型，是为了使问题简化而将事物抽象化的结果。在机械工程中，复杂的机械结构都是由若干零部件组成的，这些基本元件称为构件。在理论力学中取各种构件为研究对象，将其刚化，对它们进行静态的和动态的受力分析及运动分析，确定构件所承受的力及运动规律。

构件要实现预定的功能，除了要满足设计要求的平衡条件和运动规律外，还必须具备足够的承载能力。构件的承载能力包括强度、刚度和稳定性三个方面的能力，其中，强度指构件在外力作用下抵抗破坏的能力；刚度指构件在外力作用下抵抗变形的能力；稳定性指构件在外力作用下保持原有平衡形态的能力。研究构件这三个方面的能力是材料力学的主要内容。因此，材料力学就是研究构件在外力作用下的内部受力、材料力学性能与其变形、破坏间的规律，为合理设计构件截面形状和尺寸、选择适当的材料提供有关的基本理论和方法。与理论力学不同，材料力学研究物体内部的受力与变形，并将构件视为弹性变形体。

工程实际中，为保证构件能正常工作，需要对其进行承载能力方面的计算。如图0-1所示的塔式起重机，由配重、起重小车、桁架结构的梁和立柱等构件组成，承受各个构件的自重、载荷重力、地基的支承力等。在计算结构的承载能力时，工程力学中通常归结为三类问题。一类问题是设计问题。无论是塔式起重机的总体结构还是其构件，在制造前都要根据结构承载要求和性价比条件进行设计。比如立柱，要保证满足强度条件、稳定性和经济性，必须合理选择材料，合理确定截面形状和尺寸，确定合理的轨距 a ，在最大起吊重量一定时，确定起重机在满载和空载时都不致翻倒的配重范围等，这些都是设计时要

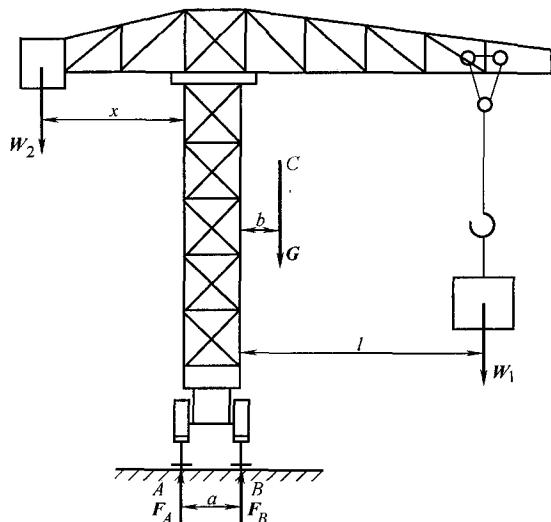


图 0-1

解决的问题。第二类问题是校核问题，即在给定的载荷作用下，考察承受载荷的构件能否安全正常工作，比如起吊重物，钢丝绳会不会被拉断，桁架梁是否会产生过大的弹性变形等。在设计过程中常需根据强度、刚度和稳定性条件进行校核。第三类问题是确定许可载荷，即确定结构或构件在满足安全性的前提下所能承受的最大载荷。

解决这三类问题，首先都要对结构或构件进行受力分析和计算，以确定构件所受的外力。对各个构件的受力进行分析，并应用平衡方程计算各个构件上所受外力的大小。其次，对结构或构件进行强度、刚度和稳定性方面的计算。由此可见，材料力学以理论力学为基础，二者相互联系和衔接，形成了工程力学，因此在学习过程中，要注意各个部分在研究对象、内容和方法上的区别。

2. 本教材的主要内容

本教材试图以突出工程构件来简化力学的系统理论，以突出工程应用性来改进力学课程的教学。主要的研究内容有：第1章到第3章研究刚体（构件）的静力平衡规律，着重讨论静力分析、平衡条件及平衡方程在工程上的应用，其中对于如何建立工程构件的力学模型、如何简化约束模型、如何简化载荷作了必要的论述。第4章到第9章主要研究工程杆件的变形和破坏规律，着重讨论在正常工作条件下如何保证杆件的强度、刚度和稳定性的问题。第10章从几何观点研究物体（点、刚体）的运动规律（运动轨迹、速度、加速度等）。第11章研究物体机械运动的一般规律。

第1章 静力学基础

静力学是研究物体平衡的普遍规律的一门科学，它主要研究物体处于平衡时作用于物体上的力所应满足的条件。静力学中所指的研究对象都是刚体。本章介绍静力学的基本概念、静力学公理、刚体的受力分析与受力图、平面任意力系的简化等内容。

1.1 静力学基本概念

1. 力的概念

人们从长期的生产实践中，由感性认识提升到理性认识，总结形成了力的科学概念：力是物体间相互的机械作用，这种作用使物体的运动状态和形状发生改变。使物体的运动状态发生改变称为力对物体的外效应，使物体的形状发生改变称为力对物体的内效应。在实际工作中，研究力对物体的作用效应可根据研究内容有所侧重，静力学主要研究力的外效应，材料力学主要研究力的内效应。如图 1-1 所示机构，圆盘带动连杆 AB 传递力给冲头，使冲头的运动状态发生改变，这是力的外效应。图 1-2 所示为跳水运动员用的跳板，当运动员站上去时跳板产生变形，其轴线由直线变为曲线，这是力的内效应。

经验表明，力对物体的作用效应取决于力的大小、方向和作用点这三要素。力是矢量，书中矢量均以黑斜体字表示，如 \mathbf{F} 。

如图 1-3 所示，可以用一个带箭头的有向线段来表示力矢量，线段长短按比例表示力的大小，线段的方向表示力的作用方位和方向，线段的起点或端点表示力的作用位置（作用点）。力的大小表示机械作用的强弱，可以根据力的效应大小来测定。国际单位制中力的单位为 N 或 kN。

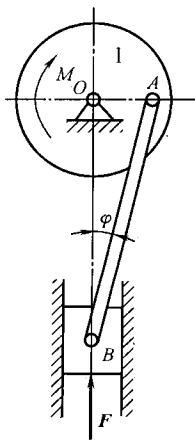


图 1-1

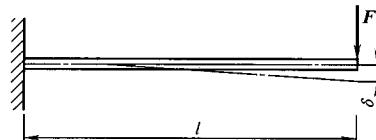


图 1-2

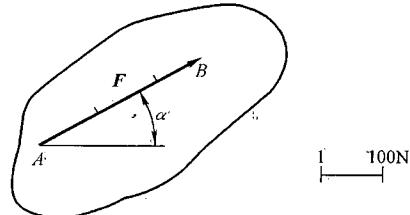


图 1-3

两个物体直接接触时，力的作用位置分布在一定的面积上，只是当接触面积相对较小时，才能抽象地将其看作集中于一点，这样的力称为集中力，不能抽象地看作集中力的力称为分布力。这种分布力在刚体中常用与其等效的集中力来替代和简化。通过力的作用点并沿力的作用方位的直线，称为力的作用线。

作用于同一物体上的一群力称为一个力系。如果两个力系对同一刚体的作用效应相同，则称这两力系等效，或者称其中一个力系为另一个力系的等效力系。如果一个力与一个力系等效，则称该力为这个力系的合力，而力系中的各个力称为该合力的分力。

2. 刚体的概念

刚体是指受力后不产生变形的物体。刚体是对实际受力物体的力学抽象。自然界中任何物体受力后都要或多或少发生变形，如果物体变形较小，对研究力的外效应影响很小，就可以略去不计，使问题得到简化。如图 1-4 所示的横梁，在力 F 的作用下其挠度 δ 仅为梁长度 l 的千分之几。在考察横梁平衡时可以略去因挠度引起的梁长度的微小变化，仍用梁原来的长度进行计算，不致引起显著的误差，这样使计算分析大为简化，又能满足工程精度要求。

静力学以刚体为研究对象。应当注意，刚体模型仅适用于小变形问题，不适用于大挠度、大应变和与变形有关的问题。

3. 平衡的概念

平衡是机械运动的一种特殊形式，在工程上物体相对于地球处于静止或作匀速直线运动的状态称为平衡。必须注意的是，运动是绝对的，而平衡、静止是相对的。如果作用于物体上的力系满足一定条件时，物体可以处于平衡状态，一旦受力条件发生变化，平衡就会被打破，物体就由平衡状态转化为非平衡状态。

如果物体在力系作用下处于平衡状态，这种力系称为平衡力系。力系平衡时所满足的条件称为平衡条件。平衡力系中的各个力对刚体的外效应相互抵消。

1.2 静力学公理

公理是人们在生活和生产实践中长期积累的经验总结，又经过实践反复检验，被确认是符合客观实际的最普遍、最一般的规律，无需证明而被人们所公认。以下五个静力学公理是静力学全部理论的基础。

公理一：二力平衡公理。

作用在同一刚体上的两个力，使刚体处于平衡状态的必要和充分条件是：这两个力的大小相等，方向相反，且作用在同一直线上。

如图 1-5 所示，有

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2 \quad (1-1)$$

这个公理表明了作用于刚体上最简单的力系平衡时所必须满足的条件。如果一物体仅受二力作用而平衡，则两力的作用线必定沿此二力作用点的连线。这类只受到两个力作用且处于平衡的构件常称为二

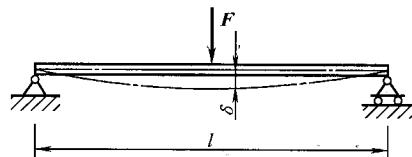


图 1-4

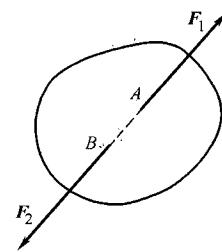


图 1-5

力构件。如图 1-6 所示结构中，不考虑自重时 AB 杆即为二力杆，A、B 两点处的受力沿 AB 连线方向。

又如图 1-7 所示结构中，不计自重时 BC 构件由于只在 B、C 两处受力且处于平衡，则由公理一可知构件 BC 为二力杆，且 B、C 两点处受力一定沿 BC 连线方向。

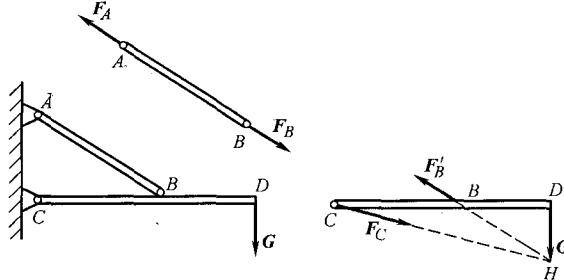


图 1-6

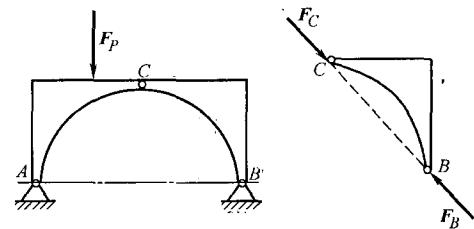


图 1-7

公理二：加减平衡力系公理

在已知力系上，加上或减去一平衡力系，不会改变原力系对刚体的作用效应。

这个公理是研究力系等效替换的重要依据，但只适用于刚体，不适用于变形体。

根据上述公理可以导出以下重要推论。

推论 1：力的可传性原理

作用于刚体上某点的力，可以沿着它的作用线移到刚体内任意一点，而不会改变该力对刚体的作用。

如图 1-8 所示，设有一力 F 作用于刚体上 A 点，在 F 作用线上某点 B 处加上一对平衡力，并使 $F = F_2 = -F_1$ ，力 F 对刚体的作用不变。此时又可将 F 和 F_1 看作是一对平衡力，据此公理，可以去掉，因此图 1-8a 和 1-8c 所示的情形等效，力 F 由点 A 沿其作用线移到了点 B。由于 B 点是任取的，则推论 1 成立。

力的可传性使力对刚体作用效应的三要素成为力的大小、方向和作用线。因此对于刚体，力是滑动矢量，它可以沿其作用线移动。

公理三：力的平行四边形法则

作用于物体上同一点的两个力，可以合成为一个合力，合力的作用点仍在该点，合力的大小和方向由这两个力为边构成的平行四边形的对角线确定。

如图 1-9a 所示，平行四边形法则是力的合成方法，称为矢量加法。合力称为两分力的矢量和，表示为

$$F_R = F_1 + F_2 \quad (1-2)$$

此关系也可用平行四边形的一半表示，称为力三角形，如图 1-9b 所示。对于复杂的共点力系，可以运用这一法则将各力进行合成得到合力。该法则也可以逆应用，即将一个力分解为

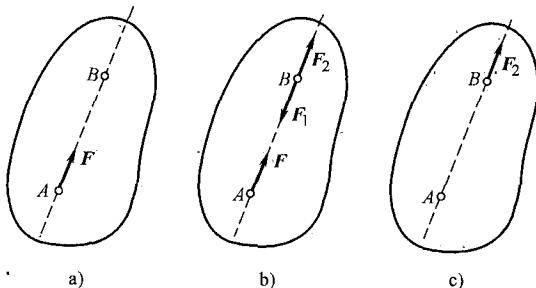


图 1-8

两个分力。

推理 2：三力平衡汇交定理

作用于刚体上的三个力组成一平衡力系，若其中两个力的作用线汇交于一点，则这三力必在同一平面内，且第三个力的作用线通过汇交点。

如图 1-10 所示，在刚体上 A、B、C 三点处作用有三个相互平衡的力 F_1 、 F_2 和 F_3 。将力 F_1 和 F_2 沿其作用线移至汇交点 O 并按平行四边形法则求得合力 F_{R12} 。力 F_{R12} 位于 F_1 和 F_2 构成的平面上，此时刚体受两力 F_{R12} 和 F_3 的作用而平衡。由二力平衡公理，两力必共线，故 F_3 必通过 F_1 与 F_2 的汇交点， F_{R12} 与 F_3 也必在同一平面内，即三力 F_1 、 F_2 和 F_3 共面。推理 2 得证。

刚体只受同一平面三个力作用而平衡，称为三力构件。若三个力中已知两个力作用线的交点及第三个力的作用点，即可判断出第三个力作用线的方位。如图 1-6 中 CD 杆上 C 点的受力方向判断即为推理 2 的具体应用。

公理四：作用与反作用定律

两物体间作用力与反作用力总是同时存在，两力的大小相等方向相反，沿着同一直线，分别作用在两个相互作用的物体上。

如图 1-6 中，AB 杆对 CD 杆的 B 点的作用力 F'_B 与 CD 杆对 AB 杆上 B 点的作用力 F_B 即为一对作用力与反作用力。

应当注意，作用力、反作用力分别作用在两个物体上，与二力平衡公理不同，它们不构成平衡力系。

公理五：刚化原理

变形体在某一力系作用下处于平衡，若将此变形体刚化为刚体，则其平衡状态保持不变。

此公理建立了刚体与变形体平衡条件之间的联系。说明变形体平衡时，可将其刚化为刚体，作用于其上的力系需满足刚体的平衡条件。由此，可以将刚体的平衡条件用到变形体的平衡问题中去，进而利用刚体静力学的全部理论，扩大了刚体静力学的应用范围。

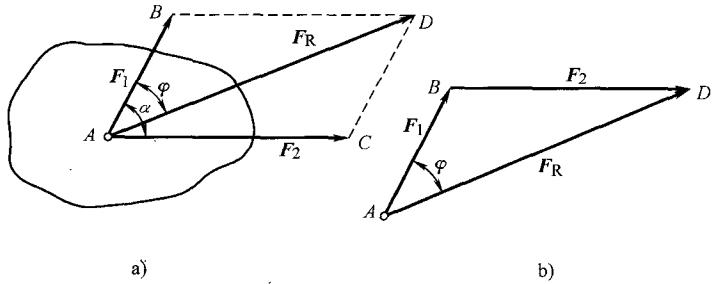


图 1-9

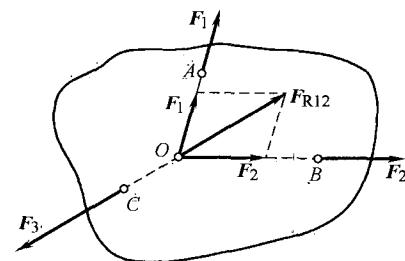


图 1-10

1.3 约束与约束反力

在理论力学中，把用来进行受力分析或计算的物体称为研究对象或研究物体。在所取的研究对象中，有一些能在空间任意移动，称为自由体。例如，在空中飞行的飞机，在太空中飞行的飞船、卫星等。在空间中某些运动或位移受到限制的物体称为非自由体。例如，在铁

轨上运行的机车只能在轨道上运行，其运动受到限制，故为非自由体。工程中大多数构件或机械零部件都是非自由体。

很显然，非自由体之所以不能在空间任意运动，是因为它的某些运动或位移受到限制，我们将这种限制称为约束。约束的作用总是通过某物体来实现的，因此通常也将对非自由体的某些运动或位移起限制作用的物体称为约束。例如，铁轨是机车车轮的约束、车床中轴承是主轴的约束等。约束与非自由体相接触产生了相互作用力，约束作用于非自由体上的力称为约束力。约束力由作用于非自由体上能使其运动或有运动趋势的主动力（如重力、弹性力、风力、水压力等）而产生，因此是被动力，也称为约束反力。约束反力一般是未知的。

约束反力与约束的性质有关。大量的实践观察发现，无论是何种约束，约束反力都是作用在被约束物体与约束相接触的点或面上，其方向遵循一定的规律，即约束反力的方向始终与被约束物体运动或位移的方向相反。这是判断约束反力方向的一般原则。

约束反力的大小在静力学中可以根据作用在刚体上的主动力与约束反力满足平衡条件来确定。

下面介绍几种常见的约束类型，指出如何判断约束反力的某些特征。

1. 柔性约束

由绳索、胶带、链条构成的约束为柔性约束，这类约束只能限制研究物体沿绳索伸长方向的运动，因此它对研究物体的约束力为沿绳索方向的拉力（力的指向背离研究的物体）。

如图 1-11 所示，用铁链吊起一减速箱盖， G 是箱盖的重力，根据柔性体约束反力的特点，可以确定铁链给铁环的力一定是拉力（ F 、 F'_A 、 F_A ），铁链给箱盖吊环处的力也是拉力（ F_B 、 F_C ）。同理可以确定，在图 1-12 带传动中，传动带给两个带轮的力都是拉力。

2. 光滑面约束

当被约束物体与约束之间的摩擦可以忽略不计时，它们之间的约束为光滑面约束。光滑面约束不能限制物体在接触处公切面上的任何位移，如图 1-13 所示，只能限制沿接触处点公法线方向指向支撑面的位移。光滑面约束反力的特点是，约束反力作用在接触点处，沿两物体接触表面的公法线方向，指向被约束物体。由于约束反力总是沿公法线方向，故也称为法向反力。

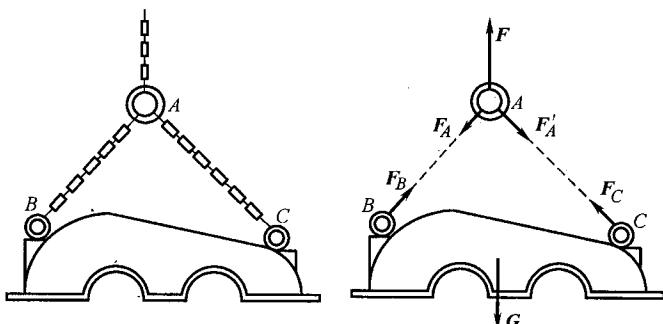


图 1-11

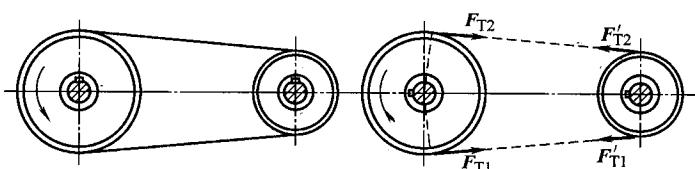


图 1-12

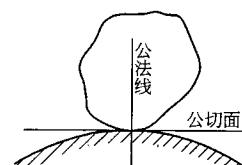


图 1-13

如图 1-14a、b 所示为圆球和杆 AB 的受力。约束反力的方向沿接触处公法线方向指向被约束物体。应注意，对于如图 1-14b 所示的 A 点和 B 点处均是直线边与尖点接触形成的光滑面约束，尖端处的切线方位不定，但与接触直线边的公切线只有一条，也就是直线边，与之垂直的直线即为公法线，因此约束反力均垂直于直线边。杆 AB 由一柔索牵引，约束反力为沿柔索方向的拉力。

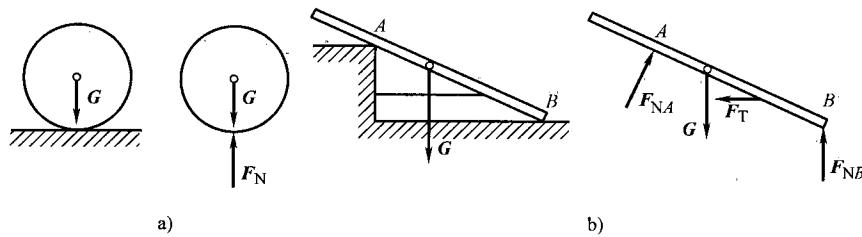


图 1-14

3. 光滑圆柱形铰链约束

(1) 铰链连接。两构件采用圆柱销所构成的连接为铰链连接。其结构由销钉 C 将两个具有同样大小销孔的构件 A 和 B 连接在一起而成（图 1-15a），其简图如图 1-15b 所示。如果取其中一构件为研究物体，另一构件则为约束。这类约束的本质为光滑面约束。因其接触点的位置未定（随主动力变化），故只能确定铰链的约束力为一通过圆销中心的大小、方向均未定的力，通常可用通过销子中心的两个大小未知的正交分力 F_x 和 F_y 表示（图 1-15c）。力符号上有 “'” 表示反作用力。 F_x 与 F'_x ， F_y 与 F'_y 是作用力与反作用力。若销钉不受其他力或不单独研究销钉受力时，可将销钉与其中一构件合为一体。

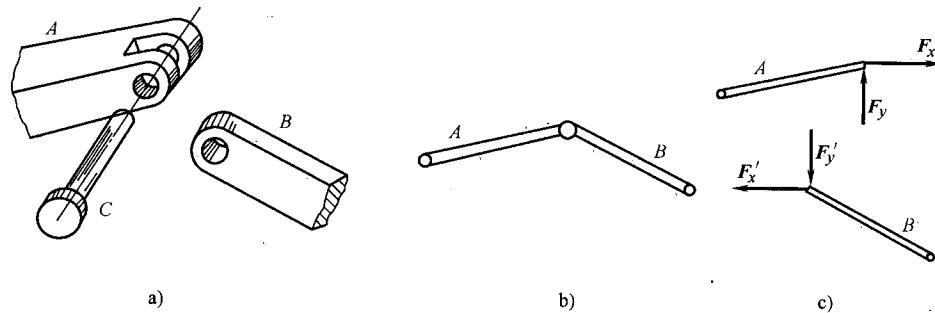


图 1-15

(2) 固定铰支座。若铰链相连的两个构件中有一个予以固定作为支座，则这种约束被称为固定铰支座。如图 1-16a 所示的支座 B，其简图如图 1-16b 所示。固定铰支座的约束力也为通过铰中心的两个大小未知的正交分力 F_{Bx} 和 F_{By} ，如图 1-16c 所示。

如图 1-17a 所示的向心轴承允许轴在孔内任意转动，只限制转轴在垂直于轴线任意方向的位移。同时由于它允许转轴沿轴线作微小移动，故可将它对轴的约束反力视为固定铰支座进行分析，如图 1-17b 所示。

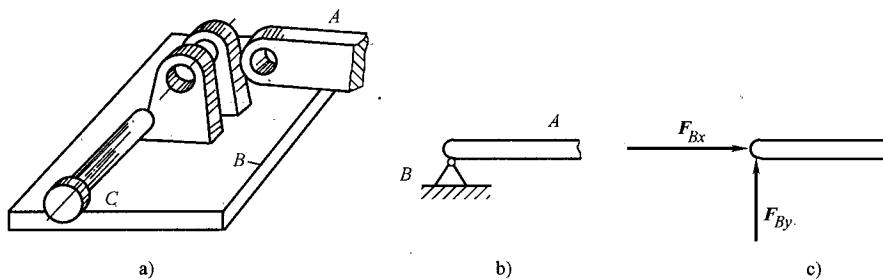


图 1-16

(3) 活动铰支座。在桥梁、屋架等结构中，经常采用活动铰链支座。这种支座是在铰链支座与光滑支承面之间用几个辊轴或滚柱连接而成的，如图 1-18a 所示，其简图如图 1-18b 所示。支座只能限制构件沿支承面垂直方向的运动，其约束性质与光滑面约束相同，其约束力必通过铰链中心，并垂直于支承面，如图 1-18c 所示。

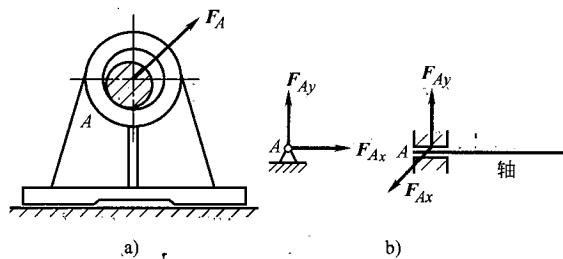


图 1-17

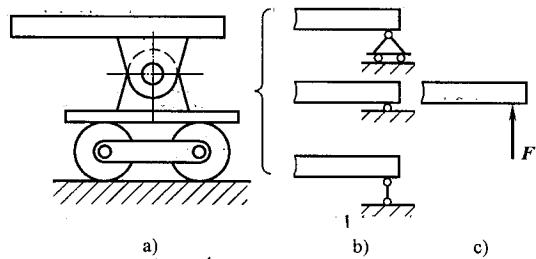


图 1-18

1.4 受力分析与受力图

在了解了常见约束的性质及约束反力方向的确定方法之后，我们就可以对物体进行受力分析了。对于工程问题，常需要对结构系统中的某一构件或某几个构件的组合进行力学计算。这时，首先要根据问题的性质和要求，确定系统中哪些构件是需要研究的，然后将研究对象从系统中分离出来，单独画出该物体的轮廓简图，此步骤称为取分离体。最后在分离体上画出全部主动力，并根据约束情况画出全部约束反力，这样就得到研究对象的受力图。

正确画出受力图是解决静力学问题的一个非常重要的基础，应熟练掌握。

画受力图的步骤和注意事项如下。

1. 步骤

(1) 取分离体。根据题意要求，确定研究对象并单独画出。此步骤一定不能省略，否则受力关系会表达不清。必须指出，研究对象既可以是一个构件，或者是几个构件的组合，也可以是整个系统。

(2) 进行受力分析，画出受力图。首先画出全部主动力，再根据约束类型画出相应的约束反力。