



普通高等教育“十一五”规划教材

信号与系统

杨晓非 何 丰 编著

王继森 主审



科学出版社
www.sciencep.com

内 容 简 介

本书根据高等工科大学信号与系统课程教学基本要求编写。全书共分7章:信号与系统概论;LTI系统的时域分析法;信号与系统的频域分析;连续信号与系统的复频域分析;离散信号与系统的 z 域分析;状态变量分析法;信号与系统的MATLAB辅助分析;并在最后附有每章的部分习题答案。全书概念准确,重点突出,结构清晰,文字精炼,例题丰富,图文并茂,深入浅出,易教易读。

本书可作为通信工程、电子信息、光电工程、自动化、计算机科学与技术、生物医学工程等专业的大学本科教材,也可供相关专业技术人员阅读参考。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统/杨晓非,何丰主编. —北京:科学出版社,2008
(普通高等教育“十一五”规划教材)

ISBN 978-7-03-021000-5

I. 信… II. ①杨…②何… III. 信号系统-高等学校-教材
IV. TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第013334号

责任编辑:巴建芬 潘继敏/责任校对:宋玲玲

责任印制:张克忠/封面设计:陈 敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新蕾印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2008年2月第一版 开本:B5(720×1000)

2008年2月第一次印刷 印张:29

印数:1—4 000 字数:554 000

定价:38.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换<路通>)

前 言

在现代电路系统的设计中,始终存在着电路的物理特征与所载电信号的“匹配”问题,进而,人们更侧重于分析信号的物理特性。多年来,作为专门研究此类问题的课程,“信号与系统”在与电相关的高等工科院校中一直是和“电路分析”及“电子技术”平行的本科基础课。所适用的专业极其广泛,包括电子信息工程、通信工程、计算机科学与技术、自动化以及生物医学工程等。事实上,本课程所诠释的基本理论和基本方法不仅适用于一切电专业,亦适用于一切非电专业,包括机械工程、石油工程、经济学、军事学、社会学等。

在电专业范围内,“信号与系统”所涉及的内容是学习“电子电路”、“数字信号处理”和“通信原理”等后续专业课程的基础。随着微电子技术的迅速发展和电子计算机的广泛应用,“信号与系统”的基本理论和研究方法日臻成熟,同时推动了其他相关专业的理论发展和学科进步。

本书是依据国家工科“信号与系统”教学指导委员会 2004 年 8 月对本课程制定的基本教学要求并结合作者多年教学实践组织编写的。其主要任务是研究“信号与系统”的基本概念、基本理论和基本分析方法。全书共分 7 章,内容包括信号与系统的概述、信号与系统的时域分析法、信号与系统的频域分析法、连续信号与系统的复频域分析法、离散信号与系统 Z 变换分析法、状态变量分析法以及信号与系统的 MATLAB 辅助分析。

本书内容丰富,广泛吸收近年来相关学科不断渗入的新知识和教学改革的新成果。全书由浅入深、循序渐进,尤其适合于广大教学研究型和教学型高等院校“信号与系统”课程选作教材,并可供相关科技人员自学参考。综合起来,本书具有下面几个特点:

(1) 根据连续信号与系统和离散信号与系统平行相似的特点,采用对称的手法从基本概念、基本理论和基本分析方法上将两类信号与系统融为一体讨论,更加突出本理论的完整性和系统性,有利于学时数减少以后的教学。

实际上,连续信号与系统和离散信号与系统是同时存在的,但 20 世纪 50 年代之前,由于人类运算速度的限制,离散信号与系统的理论研究处于停滞状态,而连续信号与系统的研究却不断深入和成熟,并同时推动了模拟信号与系统应用技术(如载波通信)不断向前发展。直至 20 世纪 60 年代,随着电子计算机技术的飞速发展,人们对离散信号与系统的研究才进一步深入,并形成目前这种以连续和离散分类的理论体系。今天,数字信号与系统已经进入我们生活的各个方面,与之相关的离散信号与系统理论的地位显得越来越重要,将其融入成熟的连

续信号与系统的理论之中并行讨论,既能够增强学生对其重要性的认识,又能让学生在了解数学基础较好的“连续”理论的同时,通过联想举一反三地充分理解数学基础较薄弱的“离散”理论。此外,采用对比教学还可以在保证教学质量的前提下大幅节省学时,充分适应教学改革带来的学时数减少的现实。

(2) 在“信号与系统”理论中,信号分析是系统分析的基础,只有通过对信号的充分认识,了解信号特征,并能充分自如地描述和表达信号,才能够正确地选择和设计所需的系统,对信号进行必要的处理。据此,本书采取先信号分析后系统分析的顺序,并将常见的连续信号与离散信号的时域分析集中在第一章讨论,以后各章重点讨论系统分析。

(3) 运用现代数学的方法和结论阐述“信号与系统”的基本理论和基本方法,物理意义与数学论证紧密结合,以培养学生分析问题和解决问题的能力。同时,介绍了“信号与系统”理论在通信系统的“调制与解调技术”和“多路复用技术”中的应用,增强了工程性、设计性和综合性,以加强学生的应用能力。

(4) 为了提高学生的计算机编程能力,本书第七章专章编写了“信号与系统的 MATLAB 辅助分析”,介绍了计算功能强大的 MATLAB 软件在“信号与系统”理论中的主要应用,系统而全面地演绎了前 6 章经典分析的几乎全部概念、定理和分析方法。根据学时情况,既可独立成章又可将其按章分解融入各章进行教学。

(5) 每章编有适量的习题,方便学生对知识进行概括和总结,启发学生培养独立思考的能力以及分析和解决问题的能力。

全书由杨晓非、何丰担任主编,何丰执笔第一章和第二章,杨晓非执笔第三章和第四章并统稿,杨志远执笔第五章,蔚承英执笔第六章,刘占军执笔第七章。

本书集重庆邮电大学通信与信息工程学院“信号与系统”教学组全体教师 20 余年教研成果编写而成。尤其是王继森先生倾其数十年教学经验,全力予以支持,提出许多珍贵意见并详细审阅了书稿。黄胜对第七章提出许多中肯意见,在此一并表示感谢。

由于编者水平有限,书中难免存在欠妥之处,敬请读者赐教。

编 者

2007 年 10 月

目 录

前言

第一章 信号与系统概论	1
1.1 绪言	1
1.2 信号的描述及分类	3
1.2.1 信号的描述	3
1.2.2 信号的分类	3
1.3 典型信号	7
1.3.1 典型连续信号	7
1.3.2 奇异函数	9
1.3.3 典型离散信号	18
1.4 信号的基本运算	22
1.4.1 信号的相加与相乘	22
1.4.2 信号的反折、平移和压扩	23
1.4.3 连续信号的微分和积分	26
1.4.4 离散信号的差分 and 累加	27
1.5 信号的分解	28
1.5.1 偶分量与奇分量	28
1.5.2 奇谐函数和偶谐函数	29
1.5.3 直流分量和交流分量	29
1.5.4 脉冲分量	30
1.5.5 实部分量和虚部分量	31
1.6 系统的描述及其分类	31
1.6.1 系统的基本概念	31
1.6.2 系统模型	31
1.6.3 系统的分类	36
1.7 系统的时域模拟	41
1.7.1 基本运算器	41
1.7.2 连续系统的模拟框图	41
1.7.3 离散系统的模拟框图	43
1.8 信号与系统分析方法及应用概述	44
习题一	46

第二章 LTI 系统的时域分析法	52
2.1 LTI 连续系统的经典时域分析法	52
2.1.1 微分方程的经典解	52
2.1.2 初始值的确定	55
2.1.3 零输入响应、零状态响应和全响应	56
2.2 LTI 离散系统的经典时域分析法	60
2.2.1 差分方程的经典解	60
2.2.2 零输入响应、零状态响应和全响应	63
2.3 LTI 连续系统的单位冲激响应	66
2.3.1 单位冲激响应和单位阶跃响应	66
2.3.2 单位冲激响应 $h(t)$ 的求取方法	67
2.4 LTI 离散系统的单位序列响应	69
2.4.1 单位序列响应和单位阶跃响应	69
2.4.2 单位序列响应 $h(k)$ 的求取方法	70
2.5 卷积积分	73
2.5.1 LTI 连续系统的零状态响应表示为卷积积分	73
2.5.2 卷积的基本计算方法	75
2.5.3 卷积的存在性简介	79
2.5.4 卷积的性质	80
2.5.5 利用卷积求零状态响应	86
2.6 卷和	89
2.6.1 LTI 离散系统的零状态响应表示为卷和	89
2.6.2 卷和的求取方法	89
2.6.3 卷和的性质	93
2.6.4 利用卷和求零状态响应	95
习题二	96
第三章 信号与系统的频域分析	103
3.1 信号分解为正交函数	103
3.1.1 矢量表示为正交矢量集	103
3.1.2 正交函数集	104
3.1.3 信号分解为正交函数	105
3.2 连续周期信号的傅里叶级数	107
3.2.1 三角函数型傅里叶级数	107
3.2.2 指数型傅里叶级数	109
3.2.3 微分冲激法求解傅里叶系数	111
3.3 连续周期信号的频谱和功率谱	115

3.3.1 周期信号的频谱	115
3.3.2 周期信号的平均功率和功率谱	119
3.4 连续非周期信号的频谱——傅里叶变换	120
3.4.1 从傅里叶级数到傅里叶变换	121
3.4.2 非周期信号频谱的物理意义及其特性	123
3.4.3 傅里叶变换的存在性	124
3.4.4 能量谱和功率谱	125
3.4.5 典型信号的傅里叶变换	128
3.5 傅里叶变换的性质	133
3.5.1 线性性质	133
3.5.2 对称性	134
3.5.3 尺度压扩性质(反比特性)	134
3.5.4 时移性质	136
3.5.5 频移性质	137
3.5.6 卷积定理	141
3.5.7 时域微分性质	143
3.5.8 时域积分性质	143
3.5.9 频域微分性质	146
3.5.10 频域积分性质	146
3.6 LTI连续系统的频域分析	148
3.6.1 基本信号激励下连续系统的频域分析	148
3.6.2 周期信号激励下连续系统的频域分析	149
3.6.3 非周期信号激励下连续系统的频域分析	151
3.6.4 微分方程的频域解	153
3.7 LTI连续系统的频率响应 $H(j\omega)$	154
3.7.1 LTI连续系统频率响应 $H(j\omega)$ 的定义	154
3.7.2 频率响应 $H(j\omega)$ 的性质简介*	154
3.7.3 频率响应 $H(j\omega)$ 的求取	156
3.7.4 信号的无失真传输和理想低通滤波器的响应(频域分析法的应用)	157
3.8 取样定理	164
3.8.1 信号的取样	164
3.8.2 取样定理	168
3.9 调制与多路复用	171
3.9.1 调制与解调	171
3.9.2 多路复用	175
3.10 离散信号的频域分析	178

3.10.1 周期序列的离散时间傅里叶级数(DTFS)	178
3.10.2 非周期序列的离散时间傅里叶变换(DTFT)	181
3.10.3 离散傅里叶变换(DFT)	183
习题三	188
第四章 连续信号与系统的复频域分析	200
4.1 拉普拉斯变换	200
4.1.1 拉普拉斯变换的定义	200
4.1.2 拉普拉斯变换的物理意义	204
4.1.3 典型信号的拉普拉斯变换	204
4.2 拉普拉斯变换的性质	206
4.2.1 线性性质	207
4.2.2 尺度压扩性质(比例性)	207
4.2.3 时延性质	207
4.2.4 复频移性质	209
4.2.5 时域微分性质	210
4.2.6 时域积分性质	211
4.2.7 复频域微分性质	212
4.2.8 复频域积分性质	213
4.2.9 卷积定理	213
4.2.10 初值定理	215
4.2.11 终值定理	216
4.3 拉普拉斯反变换	218
4.3.1 部分分式展开法	218
4.3.2 留数法(围线积分法)	222
4.4 拉普拉斯变换与傅里叶变换的关系	224
4.5 LTI连续系统的复频域分析法	227
4.5.1 基本复指数信号 e^{st} 激励下的零状态响应	227
4.5.2 任意信号 $f(t)$ 激励下的零状态响应	227
4.5.3 微分方程的复频域解	229
4.5.4 电路的复频域分析	232
4.6 LTI连续系统的复频域系统函数 $H(s)$	237
4.6.1 系统函数 $H(s)$ 的求法	237
4.6.2 系统函数 $H(s)$ 的零点和极点分布对系统特性的影响	240
4.7 LTI连续系统的稳定性	251
4.7.1 关于系统稳定性的概念	251
4.7.2 LTI因果连续系统稳定性的一般判别方法	252

4.8 LTI 连续系统复频域框图和信号流程图	255
4.8.1 LTI 连续系统复频域的基本图示法	255
4.8.2 LTI 连续系统的复频域模拟	258
4.8.3 梅森公式及应用	260
习题四	265
第五章 离散信号与系统的 z 域分析	275
5.1 Z 变换	275
5.1.1 从拉普拉斯变换到 Z 变换	275
5.1.2 Z 变换	276
5.1.3 Z 变换的收敛域(ROC)	276
5.1.4 典型离散信号的 Z 变换	279
5.2 Z 变换的性质	280
5.2.1 线性性质	280
5.2.2 时域乘 a^k (z 域尺度变换)	281
5.2.3 移序性质	281
5.2.4 卷和定理	283
5.2.5 z 域微分性质(时域乘 k)	284
5.2.6 z 域积分性质(时域除 k)	285
5.2.7 序列部分和的 Z 变换	285
5.2.8 初值定理	286
5.2.9 终值定理	287
5.3 Z 反变换及单边 Z 变换与拉普拉斯变换的关系	288
5.3.1 幂级数展开法	288
5.3.2 部分分式展开法	290
5.3.3 围线积分法(留数法)	292
5.3.4 单边 Z 变换与拉普拉斯变换的关系	294
5.3.5 Z 变换与 DTFT 的关系	296
5.4 LTI 离散系统的 Z 变换分析法	296
5.4.1 基本信号 z^k 激励下的零状态响应	297
5.4.2 一般因果序列 $f(k)$ 激励下的零状态响应	297
5.4.3 差分方程的 z 域求解	298
5.5 离散系统函数 $H(z)$ 与系统特性	302
5.5.1 系统函数 $H(z)$ 及其零极点图	302
5.5.2 因果系统 $H(z)$ 的极点分布与单位序列响应 $h(k)$ 模式的关系	302
5.5.3 $H(z)$ 的零极点分布对系统频率特性 $H(e^{j\omega})$ 的影响	304
5.5.4 系统函数 $H(z)$ 与 LTI 因果离散系统的稳定性	310

5.6 LTI 离散系统的 z 域模拟框图和信号流图	313
5.6.1 z 域基本运算器	313
5.6.2 LTI 离散系统的 z 域模拟	313
习题五	314
第六章 状态变量分析法	321
6.1 状态、状态变量和动态方程	321
6.1.1 连续系统的动态方程	321
6.1.2 离散系统的动态方程	324
6.2 动态方程的建立	325
6.2.1 LTI 连续系统动态方程的建立	325
6.2.2 LTI 离散系统动态方程的建立	337
6.3 LTI 连续系统动态方程的求解	338
6.3.1 用拉普拉斯变换法求解动态方程	338
6.3.2 用时域分析法求解动态方程	342
6.4 LTI 离散系统动态方程的求解	348
6.4.1 用 Z 变换法求解动态方程	348
6.4.2 用时域分析法求解动态方程	350
6.5 系统的可控制性和可观测性	353
6.5.1 状态矢量的线性变换	353
6.5.2 系统的可控制性及一般判定方法	356
6.5.3 系统的可观测性及一般判定方法	358
6.5.4 可控制性和可观测性与系统函数	360
习题六	363
第七章 信号与系统的 MATLAB 辅助分析	371
7.1 MATLAB 简介	371
7.1.1 MATLAB 中的数值计算	371
7.1.2 MATLAB 中的语言与基本语法	376
7.2 信号与系统时域分析的 MATLAB 实现	379
7.2.1 连续信号的 MATLAB 表示	379
7.2.2 离散信号的 MATLAB 表示	384
7.2.3 用 MATLAB 实现信号的基本运算	386
7.2.4 LTI 系统时域分析的 MATLAB 实现	392
7.3 信号与系统变换域分析的 MATLAB 实现	401
7.3.1 连续信号与系统频域分析的 MATLAB 实现	401
7.3.2 连续信号与系统 s 域分析的 MATLAB 实现	414
7.3.3 离散信号与系统 z 域分析的 MATLAB 实现	416

7.4 状态变量分析法的 MATLAB 实现	422
7.4.1 动态方程的 MATLAB 实现	423
7.4.2 LTI 连续系统状态变量分析的 MATLAB 实现	423
7.4.3 LTI 离散系统状态变量分析的 MATLAB 实现	424
7.4.4 系统可观测性和可控制性的 MATLAB 实现	426
习题七	427
部分习题答案	430
参考文献	452

第一章 信号与系统概论

本章应用平行相似的手法分别介绍连续信号与离散信号描述和分类、连续系统与离散系统的特点和分类,以及系统的时域数学模型和时域框图模型。

1.1 绪 言

大千世界,林林总总。然而,无论自然界和人类社会如何变化多端、奥妙无穷,最终却总能被人的意识所感知,信号与系统承担着客观存在与主观意识之间的信息传递任务,通信就是通过信号与系统来实现这种传递的过程。

任何客观存在都有其自身的物理形态,比如,语言以声音表示;图像以光和色彩表示;科研工作或历史事件可用文字记载;经济形势用数据列表,等等。通常,人们将这些具有某种内容的语言文字、声讯图像以及统计数据等称为消息,如果这些消息是人们所需要的便叫做信息,信号是携带消息的随时间变化的物理量,它向人们传递信息。信号是消息的具体表现形式,它的形态根据其具有物理形态的不同而不同。信号分为电信号、声信号、光信号等,不同形态的信号之间可以相互转换,例如,以亮度和色彩变化表示的光信号可以转换成以电压或电流表示的电信号;反之,电信号也可以转换成光信号。本书以讨论电信号为主。

在通信过程中,信号通过系统来传输。著名科学家钱学森先生说:“系统是由相互制约又相互作用的个体所组成的具有一定功能的整体”。钱先生的话,准确地诠释了系统的概念。例如,电路系统由开关、电阻、电容、电感、导线和半导体集成电路等元器件所组成,在外加电压信号或电流信号的激励下,电路内部各支路的电压和电流将发生变化,这些变化的电压和电流称为电路系统的响应。在某种激励的作用下电路产生了某种响应,便是该电路系统的功能。本课程所研究的对象与先修课程“电路分析”所研究的对象同是电信号与电路系统,但“电路分析”更多地从微观的角度关注构成系统的电路内各支路电信号的变化;而系统分析则是从宏观的角度研究由电路构成的系统的输入激励与输出响应之关系。在某种意义上,电路与系统以及网络的概念是可以通用的。

信号与系统紧密关联,是相互依存的整体。信号由系统产生、发送、传输与接收,在系统中信号按一定的规律运动和变化;系统则是对信号进行加工、变换、处理和传输,没有信号的系统没有存在的意义。因此,在实际应用中,信号与系统需相互协调,才能实现各自的功能,两者共存共荣,共同发展。信号与系统的这种协调一致的现象称为信号与系统的“匹配”。事实上,在我们生活的各个领域,信号与系

统的理念随处可见。比如,语言通过声音信号在空气中传播,声音和空气就是最普通的信号与系统。

人类通信的历史,就是信号与系统的发展史。公元前 700 年,中国人最先将信号与系统应用于长途通信,我们的先祖用烽火台来传递警报,滚滚狼烟和冲天的火光,是外敌来犯的信号,烽火台便是古老的通信系统。但是,这样的通信系统不能传输事先没约定的未知信号,直到 18 世纪法国人夏普发明了烽火台上安装巨大的木制手臂,通过两端的木板变化来传递各种信号。19 世纪,随着电力学的发展,通信技术发生了质的飞跃。1832 年 41 岁的美国画家莫尔斯,在回美国的轮船上碰见有人展示一种叫“电磁铁”的新器件并讲述电磁原理,他萌生了发明电报的欲望。1837 年,在经过反复的试验后他研制出最早的电磁式电报系统,并在 1838 年创造了点划组合的莫尔斯电码信号,使电报通信进入实用阶段,揭开了人类通信史新的一页。1875 年 6 月 2 日,美国发明家贝尔在实验中意外地发现,当电流导通和截止时,螺旋形线圈里会发生轻微的沙沙声,他因此想到用电流强度的变化来模拟声波的变化,从而使用电导线来传送语音信号,并随之投身研究。1876 年,21 岁的贝尔比他人早一个小时向专利局申请专利权并获得了成功。这种将声音信号转变成电信号并经过电话系统传输出去的发明依然是今天在我们身边最流行的现代通信手段之一。

20 世纪末,随着高速计算机技术、全球卫星定位技术、数字信号处理技术和以光波为载体,以光纤为传输媒质的光纤通信系统的发展,推动了远距离大容量信息传输技术和复杂信号处理技术的发展,最终推动了国际互联网(Internet,因特网)系统的发展,标志着信号与系统在通信领域的发展进入了崭新的时代。

但是,无论通信技术如何进步,现代通信系统总是可以用图 1-1 所示的框图模型来表示。框图中,发送端信号源发出的非光电信号经过变换器转变为光信号或电信号进入信道传输,接收端的反变换器将信号还原成非光电信号,最后被信宿接收。

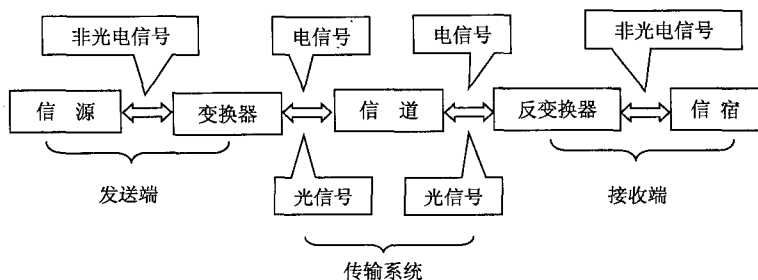


图 1-1 通信系统模型

不管系统内部对信号做怎样的转换,系统对施加的信号总会作出响应,产生另外的信号。施加于系统的信号叫做输入信号或激励(excite),可以用 $e(t)$ 或 $f(t)$

表示,系统产生的信号叫做系统的输出信号或响应(response),可以用 $r(t)$ 或 $y(t)$ 表示,系统 S (systems)的功能体现为什么样的激励产生什么样的响应。所以,任何信号与系统的问题都可以在去其内涵以后,抽象地用图 1-2 所示的框图模型来表示。

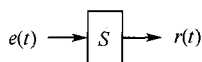


图 1-2 系统的框图模型

1.2 信号的描述及分类

1.2.1 信号的描述

信号可以用一个单变量或多变量的函数来表示,因变量可以是各种物理量或数量,所以信号可以代表不同的物理形态或数值。自变量可以是时间、空间、频率或其他形式量纲的变量,信号代表不同物理形态的数学函数或函数的值,也具有不同的量纲。“信号与系统”学科将信号从各种不同的具体物理形态中抽象出来,视为一般的数学函数,探讨其在数学意义上变化的理论与分析方法。因此,“信号”与“函数”两词常常可以通用,只有在接触到具体应用问题时,才将信号的物理形态和量纲考虑进去。信号有一维信号(一个自变量)和多维信号(多个自变量),本课程只讨论一维信号。

以时间 t 为自变量,信号可以表示为 t 的函数,用函数 $f(t)$ 、 $y(t)$ 等表征。信号也可以描绘成随时间变化的波形图,信号在某一时刻的大小、信号持续时间的长短以及信号变化的快慢等都可以从波形图上反映出来,信号的这一特性叫做信号的时间特性。例如,单边指数衰减信号的函数表达式为

$$f(t) = \begin{cases} Ae^{-\sigma t}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}, \quad \sigma > 0$$

其波形图如图 1-3 所示。

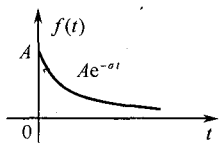


图 1-3 单边指数衰减信号

信号在一定的条件下又可分解为不同频率的正弦分量之和,正弦分量的振幅和初相位与频率之间的关系叫做信号的频率特性,信号的这一特性,可用以频率 f 或角频率 ω 为自变量的数学函数来表征,例如 $F(j\omega)$ 、 $Y(j\omega)$ 、 $\varphi(j\omega)$ 等。

信号的时间特性和频率特性有着对应关系,但不同的时间特性将导致不同的频率特性,而不同形式的信号这两种特性完全不一样。

1.2.2 信号的分类

从不同的角度,可以将信号分为不同的类型。

1. 确定信号与随机信号

根据信号能否用确切函数来表示,可将信号分为确定信号和随机信号。

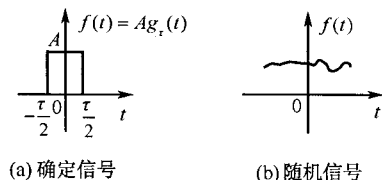


图 1-4 确定信号与随机信号

如果信号可以写出一个确定的时间函数表达式,对于每一时刻 t 都有确定的函数值与其对应,这样的信号称为**确定信号**,如矩形波信号 $f(t) = Ag_r(t)$,如图 1-4(a) 所示。

随机信号不能写出确定的时间函数表达式,只能用概率统计的方法来描述,即只能预测它在某一个时刻是一个值的概率,而在该时刻的值却是未知的,如图 1-4(b) 所示。一般地说,凡是能够用于传递信息的信号都是随机信号。

随机信号在一定的条件下能近似表现为某种确定信号,所以本书仅研究确定信号,为后续课程研究随机信号打下基础。以下是确定信号的分类。

2. 连续信号与离散信号

按照信号的时间自变量取值是否连续,信号可分为连续时间信号和离散时间信号。除了有限个间断点以外,如果一个信号在任意时刻均有定义值,则称其为**连续信号**。连续是指时间自变量 t 是连续变化的,而函数值可允许个别时刻跳变,如图 1-5(a) 所示信号 $f(t)$ 在 t_0 时刻发生了跳变。如果信号在时间 t 和函数值 $f(t)$ 皆连续变化,则称为**模拟信号**,如 $f(t) = \sin\omega_0 t$ 。

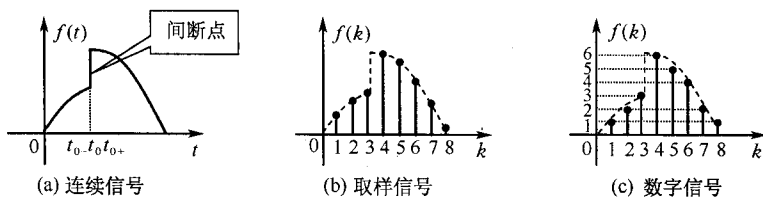


图 1-5 连续信号与离散信号

那些只在一系列离散的瞬间有确切定义而在其他时刻无定义的信号叫做**离散时间信号**,简称**离散信号**,用 $f(t_k)$ 或 $f(kT)$ 或 $f(k)$ 表示。离散信号可以从连续信号等间隔取样得到,其自变量是离散时间 kT ,而不是连续时间 t 。在波形上,除了在定义的时刻以外,离散信号在其他时刻的幅值被当作不确定(或为零、或不研究),如图 1-5(b) 所示。

取样信号是时间离散而函数取值连续的信号,其幅值可能有无限多个值,不便编成数字码。若对其幅值按四舍五入的原则进行分级量化编码便得到一个时间和幅值皆离散的数字信号,图 1-5(c) 为一个采用二进制 3 位数码(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6,

7)表示的数字信号。本书仅研究连续信号和一般的离散信号(幅值未量化编码)。

3. 时限信号与无时限信号

根据信号时间域的定义范围,信号可分为时限信号和无时限信号。

时限信号:时间域有始有终的信号。例如, $f(t) = \begin{cases} f(t), & t_1 \leq t \leq t_2 \\ 0, & t < t_1, t > t_2 \end{cases}$ 。

有终信号:时间域无始有终的信号。例如, $f(t) = \begin{cases} f(t), & t \leq t_0 \\ 0, & t > t_0 \end{cases}$ 。

有始信号:时间域有始无终的信号。例如, $f(t) = \begin{cases} f(t), & t \geq t_0 \\ 0, & t < t_0 \end{cases}$ 。

因果信号:如果有始信号在 $t=0$ 时刻起始,则为因果信号,即 $f(t) = \begin{cases} f(t), & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$ 。

反因果信号:反因果信号是因果信号的反折,定义为 $f(t) = \begin{cases} f(t), & t \leq 0 \\ 0, & t > 0 \end{cases}$ 。

无时限信号:时间域无始无终的信号。例如, $f(t) = f(t) (-\infty < t < \infty)$ 。

4. 周期信号与非周期信号

根据信号的周期性,信号可分为周期信号和非周期信号。

连续周期信号是按一定的时间周期 T 周而复始地出现并且时间域无始无终的信号。其函数表达式为

$$f_T(t) = f(t - kT), \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad T > 0 \quad (1-2-1)$$

式中, T 叫做周期信号的周期。具有周期和定义域无始无终是周期信号的两个特点,如图 1-6(a) 所示。不具备这两个特点的信号便是非周期信号,如图 1-6(b) 所示信号尽管具有周期性,但在时间上有始无终,所以不是周期信号,习惯上称之为有始周期信号。两个及两个以上的周期信号的叠加可能是周期信号,也可能是非周期信号,其中,能找到最小公倍周期者为周期信号,否则就是非周期信号。

离散周期信号可表示为

$$f_N(k) = f(k - mN), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad N > 0 \quad (1-2-2)$$

式中, N 是正整数,叫做离散周期信号的周期。

5. 能量信号与功率信号

根据是否能量有界或者功率有界,信号可分为能量信号、功率信号和非功非能信号。

由电路知识可知:在 1Ω 的电阻上

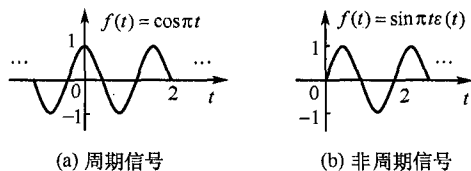


图 1-6 周期信号与非周期信号

消耗的瞬时功率为 $p(t) = u^2(t)$, 或 $p(t) = i^2(t)$ 。若将电压和电流抽象为一般意义上的信号 $f(t)$, 则有在 $f(t)$ 的激励下归一化瞬时功率为

$$p(t) = f^2(t) \quad (1-2-3)$$

信号 $f(t)$ 在时间区间 $-\tau < t < \tau$ 的归一化能量为

$$E = \int_{-\tau}^{\tau} p^2(t) dt = \int_{-\tau}^{\tau} |f(t)|^2 dt \quad (1-2-4)$$

归一化平均功率为

$$P = \frac{1}{2\tau} \int_{-\tau}^{\tau} |f(t)|^2 dt \quad (1-2-5)$$

在全时域 $(-\infty, \infty)$ 的归一化总能量为

$$E_{\text{总}} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_{-\tau}^{\tau} |f(t)|^2 dt \quad (1-2-6)$$

归一化平均功率为

$$P = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{2\tau} \int_{-\tau}^{\tau} |f(t)|^2 dt \quad (1-2-7)$$

若信号 $f(t)$ 的总能量为有限值, 即 $E_{\text{总}} \leq M$, 平均功率为零, 即 $P = 0$, 则称其为能量有限信号, 简称**能量信号**; 若信号 $f(t)$ 的平均功率为有限值, 即 $P \leq M$, 总能量为无穷大, 即 $E_{\text{总}} = \infty$, 则称其为功率有限信号, 简称**功率信号**; 若信号 $f(t)$ 的平均功率为无穷大, 总能量也为无穷大, 则为**非功非能信号**。

离散信号 $f(k)$ 的归一化能量为

$$E = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=-N}^N |f(k)|^2 \quad (1-2-8)$$

其归一化平均功率为

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{k=-N}^N |f(k)|^2 \quad (1-2-9)$$

例 1-1 试判定下列信号是否功率信号或能量信号或非功非能信号。

$$(1) f_1(t) = \begin{cases} e^{-t}, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases} \quad (2) f_2(t) = 1 \quad (3) f_3(t) = \begin{cases} t, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases} \quad (4) f_4(k) = \begin{cases} (0.5)^k, & k \geq 0 \\ 0, & k < 0 \end{cases}$$

$$\text{解} \quad (1) \quad E_{\text{总}} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_{-\tau}^{\tau} |e^{-t}|^2 dt = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_0^{\tau} e^{-2t} dt = \frac{1}{2}, \quad P = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{E_{\text{总}}}{2\tau} = 0$$

所以 $f_1(t)$ 为能量信号。

$$(2) \quad E_{\text{总}} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \int_{-\tau}^{\tau} dt = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \left| t \right|_{-\tau}^{\tau} = \infty$$

$$P = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{E_{\text{总}}}{\alpha\tau} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\alpha\tau} \int_{-\tau}^{\tau} dt = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{\alpha\tau}{2\tau} = 1$$

所以 $f_2(t)$ 为功率信号。