

鲁仁全 苏宏业 著  
薛安克 褚健

# 奇异系统的 鲁棒控制理论



科学出版社

[www.sciencep.com](http://www.sciencep.com)

TP273/514

2008

# 奇异系统的鲁棒控制理论

鲁仁全 苏宏业 薛安克 褚健 著

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

在大多数维数很大的实际系统中, 都有呈现奇异摄动特性的快变变量, 如电力系统、冷轧机的工业控制系统、生物化学过程、核反应堆、飞机和火箭系统, 以及化学扩散反应等。因此奇异系统的鲁棒控制研究也成了控制理论研究的热点之一。而且, 由于大惯性环节、传输过程以及复杂的在线分析仪等不可避免地会导致滞后现象的产生, 这些滞后特性往往会严重影响控制系统的稳定性以及系统的性能指标。所有这些现象在实际的控制系统中的存在, 使得奇异系统的鲁棒控制问题的研究成为了必然。

本书采用 Lyapunov-Razumikhin、Lyapunov-Krasovskii 稳定性理论以及凸优化等重要理论, 基于 Barbalat 引理以及非奇异线性降阶变换, 以线性矩阵不等式作为研究的工具, 提出了奇异系统鲁棒稳定性、输入输出稳定性、鲁棒  $D$ -稳定的判据, 研究了鲁棒控制器、滤波器、最优保成本控制器的设计问题, 最后, 通过三自由度直升机系统验证了本书提出的理论和方法。本书遵循由浅入深的写作思路, 力争做到内容上相互衔接, 理论上互相补充, 形成了较完备的奇异系统理论研究体系。

本书可用于控制理论与控制工程专业以及控制、机械、通信、计算机、数学等相关专业的研究生教材, 也可作为从事鲁棒控制研究的科研、教学和工程技术人员的参考书。

### 图书在版编目(CIP)数据

奇异系统的鲁棒控制理论/鲁仁全, 苏宏业, 薛安克, 褚健著. —北京: 科学出版社, 2008

ISBN 978-7-03-020381-6

I. 奇… II. ① 鲁… ② 苏… ③ 薛… ④ 褚… III. 鲁棒控制-研究 IV. TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008) 第 035252 号

责任编辑: 姚庆爽 / 责任校对: 陈玉凤

责任印制: 刘士平 / 封面设计: 耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

骏志印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2008 年 6 月第 一 版 开本: B5(720×1000)

2008 年 6 月第一次印刷 印张: 13 1/2

印数: 1—2 500 字数: 258 300

定价: 40.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换(环伟))

## 前 言

奇异系统，又叫强耦合系统、不完全状态系统、广义系统等，它的模型是建立在“奇异摄动”概念的基础上的，这种概念对应于正则摄动的概念，正则摄动发生在系统状态方程的右边，是系统参数的摄动；而奇异摄动在状态方程的左边进行摄动，是状态的摄动，即成为小参数乘以状态变量的时间导数。实际上，许多系统，包括大多数维数很大的系统，都有呈现奇异摄动特性的快变变量。如电力系统，频率和电压的瞬变过程占用的时间可以从几秒钟到几分钟。在发电机调节器中，储能转轴和调速器动作的瞬变过程时间约为几秒钟，在原动机的运动中，储存的热量和负载电压调节器的瞬变过程的时间约为几分钟。在许多其他的实际系统和实际过程中也有类似的时标特性，如冷轧机的工业控制系统、生物化学过程、核反应堆、飞机和火箭系统，以及化学扩散反应等。

迄今为止，人们研究奇异系统的稳定性主要从三种方法入手，即状态空间方法、几何方法、多项式矩阵方法。状态空间方法是基于奇异系统的状态方程，通过研究状态方程的结构特性，设计保持奇异系统鲁棒稳定的控制器；Wonham 提出了用几何方法解决线性系统的鲁棒稳定性问题，其主要思想包括基本理论和反馈设计两大部分。基本理论部分讨论了线性系统的状态空间描述与其他描述之间的关系，证明了这几种描述在一定条件下是等价的。反馈设计部分推广了不变子空间概念及其在线性解耦控制的结果，得出了局部受控不变分布的结果。Lewis 对以上结论进行了扩展，把它拿来解决奇异系统的输出反馈控制器的设计问题。多项式矩阵方法基于转移矩阵的某种稳定化因式分解，把转移矩阵分解成一些真的和非真的因子，然后通过适当的变化把非真的因子转换成真的因子，再针对每个真的因子设计保持奇异系统鲁棒稳定的控制器。

近年来，由于状态空间方法在正则系统鲁棒稳定性研究中的日臻完善，许多学者把许多正则系统的状态空间的理论推广到了奇异系统，使得奇异系统的鲁棒控制的研究得到了突飞猛进的发展，研究成果也层出不穷。作者在吸收前人成果的基础之上，对奇异系统的鲁棒控制问题进行了多年的研究，得到了一些有益的结果，逐渐形成了有自己特色的理论研究体系。

本书针对奇异系统的鲁棒控制问题，从奇异系统的鲁棒控制基本理论入手，由简入深，由易到难，系统地阐述了连续奇异系统、离散奇异系统的鲁棒稳定性、输入输出鲁棒稳定性、鲁棒  $D$ -稳定性、鲁棒指数稳定性问题；针对给定的性能指标，讨论了鲁棒  $H_\infty$  滤波器、 $H_\infty$  控制器的设计方法，并利用奇异系统的理论研究方法，针对一类不确定非线性时滞系统，给出了鲁棒  $H_\infty$  控制器的设计方法；最后，

通过三自由度直升飞机系统验证了本书提出的理论和方法。

本书在内容上力求做到重点突出、相互衔接。全书重点突出奇异系统解的唯一性、无脉冲性,针对线性、非线性奇异系统,首先解决解的唯一性、无脉冲性问题,在提出系统正则解、无脉冲解充分条件基础上,进行奇异系统鲁棒稳定性、鲁棒  $D$ -稳定性分析,最后,进行奇异系统的鲁棒综合问题的阐述。把握重点的基础上,本书在结构上试图建立较完备的理论体系,全书围绕线性奇异系统的鲁棒控制研究到非线性奇异系统的鲁棒控制研究这根主线,在线性奇异系统鲁棒控制方面,系统阐述了各种参数不确定性,时滞对线性时变系统、线性离散系统解的唯一性,无脉冲性的影响;在非线性系统鲁棒控制方面,系统阐述了各种非线性因素对系统鲁棒稳定解与性能的影响,并针对非线性奇异系统滤波、保性能控制问题,进行了系统深入地阐述,试图建立一个完整的理论体系。本书在写作上循序渐进,深入浅出,层次分明。首先论述了最简单不确定连续线性奇异系统鲁棒稳定与鲁棒二次镇定问题,再论述了不确定离散线性奇异系统鲁棒控制问题,进而推广到不确定连续时滞奇异线性系统的鲁棒  $D$ -稳定性问题,最后论述了不确定非线性奇异时滞系统鲁棒控制问题;在鲁棒稳定性的论述中,从最简单不确定线性奇异系统入手,通过提出解的唯一性与无脉冲性,再到鲁棒二次镇定问题的阐述,层层深入;在控制器综合问题的论述中,也遵循这样的写作思路,从状态反馈控制器的设计开始,到输出反馈控制器设计,再到控制器、滤波器。

在完成本书的过程中,先后得到了国家重点基础研究项目(973:2007CB714000)、国家自然科学基金(60604003)、国家高技术研究发展计划(863:2007AA04Z165)、国家博士后科学基金(20060391054)、浙江省科技计划项目(2007C31050)以及杭州电子科技大学学术专著出版基金等项目的资助。作者在此对科技部、国家自然科学基金委员会、国家博士后科学基金委员会、浙江省科技厅以及杭州电子科技大学科技处的支持深表谢意。也特别感谢科学出版社给予的支持使作者有机会能够把自己的想法和成果加以系统、归纳和总结出版。另外也要感谢作者的同事王建中教授、周绍生教授、林岳松教授、赵晓东教授、彭冬亮教授、邹洪波副教授,以及陈云、王惠姣、郭云飞、杜伟、戴小珍、李树奎、徐雍、韩富舟、陈巧等老师和同学的帮助与支持。最后,我衷心感谢浙江大学先进控制研究所所有老师,是他们把我引入鲁棒控制领域,他们渊博的学识、严谨的治学精神、高尚的人格使我受益终生。

由于作者水平有限,书中的缺点和疏漏在所难免,殷切希望广大读者批评指正。

作 者

2007年6月

于杭州电子科技大学

# 目 录

## 前言

第 1 章 绪论	1
1.1 奇异系统概述	1
1.2 奇异系统的鲁棒控制研究概况	4
1.3 本书结构	7
1.4 结论	7
参考文献	7
第 2 章 奇异线性标称系统的鲁棒控制基本理论及方法	10
2.1 基本理论及线性矩阵不等式基础	10
2.1.1 基本理论	10
2.1.2 线性矩阵不等式基础	11
2.2 奇异标称系统解的可容许条件	15
2.2.1 基于频域的可容许条件	15
2.2.2 基于参数的可容许条件	16
2.2.3 数值例子	18
2.3 奇异标称系统的鲁棒稳定性及鲁棒可镇定条件	20
2.3.1 奇异标称自治系统的鲁棒稳定性	20
2.3.2 奇异标称系统的鲁棒可镇定条件	23
2.3.3 数值例子	26
2.4 奇异标称系统的鲁棒 $H_\infty$ 控制	28
2.4.1 奇异标称系统的鲁棒 $H_\infty$ 性能	28
2.4.2 奇异标称系统的鲁棒 $H_\infty$ 控制器设计	30
2.4.3 数值例子	33
2.5 结论	37
参考文献	37
第 3 章 鲁棒稳定性及鲁棒可镇定条件	39
3.1 引言	39

3.2 不确定连续奇异时滞系统的时滞无关的鲁棒稳定性及鲁棒可镇定条件	41
3.2.1 问题的提出	41
3.2.2 标称奇异时滞自治系统的鲁棒稳定性及鲁棒可镇定条件	43
3.2.3 不确定奇异时滞系统鲁棒稳定及鲁棒镇定条件	49
3.2.4 数值实例	51
3.3 不确定离散奇异时滞系统时滞依赖的鲁棒稳定性及鲁棒镇定条件	54
3.3.1 问题的提出和定义	54
3.3.2 时滞依赖鲁棒稳定性分析	56
3.3.3 鲁棒镇定控制器设计	61
3.3.4 数值仿真例子	64
3.4 结论	65
参考文献	65
<b>第 4 章 输入输出鲁棒稳定性及鲁棒 <math>H_\infty</math> 控制</b>	68
4.1 引言	68
4.2 问题描述	70
4.3 不确定奇异系统的输入输出鲁棒稳定性	71
4.3.1 标称奇异时滞自治系统的鲁棒输入输出稳定性	71
4.3.2 不确定奇异时滞系统的鲁棒输入输出稳定性及可镇定条件	81
4.3.3 数值例子	85
4.4 不确定奇异时滞系统的鲁棒 $H_\infty$ 控制	90
4.4.1 系统 (4.1) 不含有时滞情况下的鲁棒 $H_\infty$ 控制	90
4.4.2 系统 (4.1) 的鲁棒 $H_\infty$ 控制	96
4.4.3 数值例子	100
4.5 结论	104
参考文献	104
<b>第 5 章 鲁棒 <math>D</math>-稳定性分析</b>	106
5.1 不确定奇异时滞系统的鲁棒 $D$ -稳定性分析	106
5.1.1 引言	106
5.1.2 问题的提出	107
5.1.3 主要结果	109
5.1.4 仿真实例	114
5.2 一类奇异摄动系统的鲁棒 $D$ -稳定性分析	116
5.2.1 引言	116
5.2.2 问题的提出和定义	117

5.2.3	主要结果	119
5.2.4	数值仿真例子	125
5.3	结论	128
	参考文献	129
<b>第 6 章</b>	<b>一类非线性奇异系统的鲁棒指数稳定性条件</b>	<b>131</b>
6.1	引言	131
6.2	系统的描述与定义	133
6.3	鲁棒指数稳定性分析	134
6.4	鲁棒指数镇定判据	140
6.5	数值例子	142
6.6	结论	144
	参考文献	144
<b>第 7 章</b>	<b>一类非线性系统的鲁棒 <math>H_\infty</math> 控制</b>	<b>145</b>
7.1	一类不确定非线性时滞奇异系统的鲁棒 $H_\infty$ 滤波	145
7.1.1	引言	145
7.1.2	系统的描述和定义	146
7.1.3	主要结果	147
7.1.4	数值仿真例子	152
7.2	一类非线性时滞奇异系统鲁棒 $H_\infty$ 最优保性能控制	154
7.2.1	引言	154
7.2.2	系统的描述与定义	154
7.2.3	主要结果	156
7.2.4	数值仿真	161
7.3	基于奇异系统方法的一类不确定非线性时滞系统的鲁棒 $H_\infty$ 控制	163
7.3.1	引言	163
7.3.2	系统的描述和定义	164
7.3.3	鲁棒 $H_\infty$ 输出反馈控制	165
7.3.4	数值仿真例子	174
7.4	结论	175
	参考文献	176
<b>第 8 章</b>	<b>应用实例分析</b>	<b>178</b>
8.1	引言	178
8.2	三自由度直升机的动力学模型的建立	179
8.2.1	直升机升降动力学模型	179
8.2.2	直升机仰俯动力学模型	180



---

8.2.3	直升机旋转动力学模型	181
8.2.4	基于状态空间的直升机动力学模型	182
8.3	直升机动力学模型的鲁棒稳定性分析	184
8.3.1	直升机线性动态模型的鲁棒稳定性分析	184
8.3.2	直升机非线性动态模型的鲁棒稳定性分析	188
8.4	直升机姿态控制算法设计	194
8.4.1	LQR 控制器设计	194
8.4.2	鲁棒 $H_{\infty}$ 状态反馈控制器的设计	197
8.5	结论	204
	参考文献	205

# 第 1 章 绪 论

本章简单介绍了奇异系统产生的缘由, 奇异系统研究的内容, 以及奇异系统鲁棒控制研究的现状及将来需要研究的几个问题。最后, 从框架上, 对本书的内容进行了安排。

## 1.1 奇异系统概述

在经典控制理论中, 对于一个线性定常系统, 可用常微分方程或传递函数加以描述, 可将某个单变量作为输出, 直接和输入联系起来。考虑一个由传递函数描述的动力学系统如图 1.1 所示。

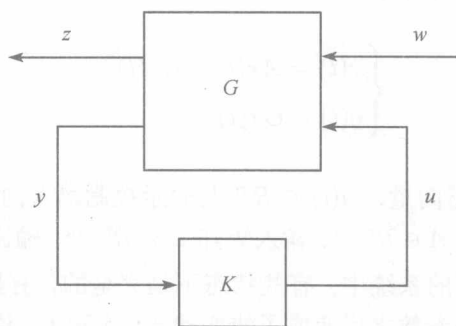


图 1.1 经典控制系统结构图

传递函数  $G$  反映了基于频域的输入  $U(s)$  与输出  $Y(s)$  之间的函数关系, 描述如下:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \quad (1.1)$$

实际上系统除了输入量、输出量这些变量之外, 还包含有其他相互独立的变量, 而微分方程或传递函数对这些内部的中间变量是不便描述的, 因而不能包含系统的所有信息。显然, 从能否完全揭示系统的全部运动状态来说, 用微分方程或传递函数来描述一个线性定常系统有其不足之处。

20 世纪 60 年代, 由于电子计算机的飞速发展和航天飞行器等高技术的推动, 产生了基于状态空间模型的现代控制理论。其主要研究多输入-多输出的被控对象, 它用状态方程 (即一阶微分方程组) 代替经典控制理论中的高阶微分方程来进行系

统描述,有利于计算机进行计算和控制。在用状态空间法来分析系统时,系统的动态特性是用由状态变量构成的一阶微分方程组来描述的。它能反映系统的全部独立变量的变化,从而能同时确定系统的全部内部运动状态,而且还可以方便地处理初始条件。这样,在设计控制系统时,不再只局限于输入量、输出量、误差量,为提高系统性能提供了有力的工具。加之可利用计算机进行分析设计及实时控制,因而可以应用于非线性系统、时变系统、多输入-多输出系统以及随机过程等。典型的线性定常系统的结构框图描述如图 1.2 所示。

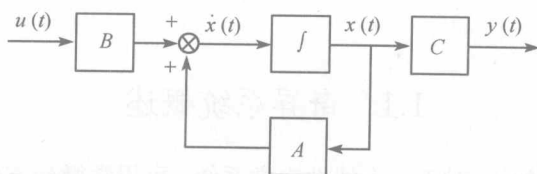


图 1.2 线性定常系统结构图

状态空间表达式描述如下:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (1.2)$$

其中,  $x(t) \in R^n$  为状态向量,  $u(t) \in R^m$  为表示控制输入向量,  $y(t) \in R^q$  为系统的量测输出; 系统矩阵  $A \in R^{n \times n}$ , 输入矩阵  $B \in R^{n \times m}$ , 输出矩阵  $C \in R^{q \times n}$ 。

但是, 在一些实际的系统中, 有些状态不是完全的, 有呈现奇异摄动的现象, 即有些状态乘上一个小参数之后变成了快变状态。实际上, 许多系统, 包括大多数维数很大的系统, 都有呈现奇异摄动特性的快变变量。如电力系统, 频率和电压的瞬变过程占用的时间可以从几秒钟到几分钟。在发电机调节器中, 储能转轴和调速器动作的瞬变过程的时间约为几秒钟, 在原机器的运动中, 储存的热量和负载电压调节器的瞬变过程的时间约为几分钟<sup>[1]</sup>。在许多其他的实际系统和实际过程中也有类似的时标特性, 如冷轧机的工业控制系统<sup>[2]</sup>、生物化学过程<sup>[3]</sup>、核反应堆<sup>[4]</sup>、飞机和火箭系统<sup>[5]</sup>, 以及化学扩散反应<sup>[6]</sup>等。此时状态分成两部分, 一部分是没有发生奇异摄动的慢变状态, 一部分是产生奇异摄动的快变状态, 对于线性奇异摄动系统来说, 其状态空间表达式描述如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = A_{11}x_1(t) + A_{12}x_2(t) + B_1u(t) \\ \varepsilon \dot{x}_2(t) = A_{21}x_1(t) + A_{22}x_2(t) + B_2u(t) \\ y(t) = C_1x_1(t) + C_2x_2(t) \end{cases} \quad (1.3)$$

令

$$\begin{aligned} x(t) &= \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \\ E(\varepsilon) &= \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & \varepsilon I_2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.4)$$

其中, 状态  $x_1(t)$  称为慢变状态, 其所对应的子系统称为慢变子系统; 状态  $x_2(t)$  称为快变状态, 其所对应的子系统称为快变子系统, 矩阵  $I_1$  与  $I_2$  的阶次与  $x_1(t)$  和  $x_2(t)$  的阶次相等, 矩阵  $E(\varepsilon)$  成为奇异摄动矩阵。此时系统 (1.3) 描述如下:

$$\begin{cases} E(\varepsilon)\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (1.5)$$

系统 (1.5) 是一个标称的线性奇异摄动系统, 其结构框图如图 1.3 所示。

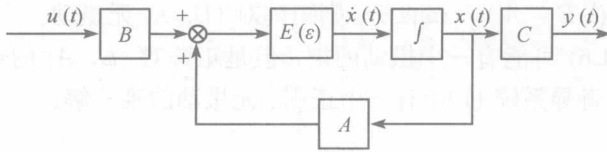


图 1.3 线性奇异摄动系统结构图

奇异摄动系统的分析与综合, 比完全状态系统要复杂得多, 为了更好地分析奇异摄动系统, 我们假定  $\varepsilon \rightarrow 0$ , 此时系统 (1.5) 变成如下的形式:

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (1.6)$$

其中

$$E = \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & N \end{bmatrix}$$

其中, 矩阵  $N$  为零幂矩阵, 本书取为零矩阵。

我们把矩阵  $E$  定义成状态矩阵。由于矩阵  $E$  的奇异性, 因此, 系统 (1.6) 被称为奇异系统, 其系统结构框图显示如图 1.4 所示。

奇异系统是奇异摄动系统的一种理论上的简化, 一些特性与奇异摄动系统非常相似。但在实际的对象里, 奇异系统一般不存在, 只是为了研究问题的方便, 假

定奇异系统理论上存在,通过分析奇异系统的一些特征达到分析奇异摄动系统的目的。

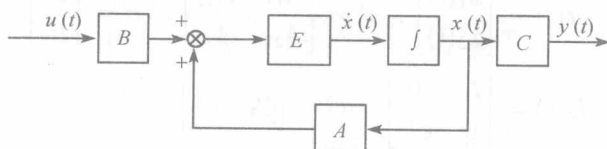


图 1.4 线性奇异系统结构图

实际上系统 (1.6) 是系统 (1.5) 的近似集结模型,是典型的奇异系统,这时候我们不能通过传统的 Lyapunov 稳定性第二定理来研究奇异系统的稳定性。因为奇异系统的解可能存在无限模态,在进行奇异系统研究时,不仅要保证奇异系统 (1.6) 在时间域  $[0, \infty)$  是稳定的,还要研究它的解在时间域  $[0, \infty)$  是正则的、无摄动的。Lewis 得出了一个很重要的结论<sup>[17]</sup>,对奇异系统稳定性研究有着非常重要的意义,他指出:

- 1) 如果行列式  $|sE - A|$  不恒等于零,则矩阵对  $(E, A)$  是正则的。
- 2) 如果  $\deg(|sE - A|) = \text{rank}E$ , 则矩阵对  $(E, A)$  无摄动。

奇异系统 (1.6) 可能有一个摄动的解,但是矩阵对  $(E, A)$  的正则性与无摄动性的存在确保了奇异系统 (1.6) 有一个正则、无摄动的唯一解。

## 1.2 奇异系统的鲁棒控制研究概况

奇异系统,又叫强耦合系统、非完全状态系统、广义系统<sup>[7]</sup>等,它的模型是 Ardema 于 1962 年在研究飞行机械动力学特性时遇到了奇异摄动提出来的<sup>[5]</sup>, Hale 在 1977 年他的《函数微分方程理论》<sup>[8]</sup>一书里加以完善,建立了奇异系统的基本概念。最初,人们研究奇异系统的鲁棒控制问题主要从频域的角度,基于多项式矩阵方法<sup>[9]</sup>与几何方法<sup>[10]</sup>。多项式矩阵方法通过转移矩阵的某种稳定化因式分解,把转移矩阵分解成一些真的和非真的因子,然后通过适当的变化把非真的因子转换成真的因子,再针对每个真的因子设计保持奇异系统鲁棒稳定的控制器。Wonham 提出了用几何方法解决线性系统的鲁棒控制问题,其主要思想包括基本理论和反馈设计两大部分<sup>[11]</sup>,基本理论部分讨论了线性系统的状态空间描述与其他描述之间的映射关系,证明了这几种描述在一定条件下是等价的。反馈设计部分推广了不变子空间概念及其在线性解耦控制的结果,得出了局部受控不变分布的结果; Lewis 对以上结论进行了扩展,把它拿来解决奇异系统的输出反馈控制器的设计问题<sup>[12]</sup>。

以上的基于频域的方法在产生的初期确实带动了奇异系统鲁棒控制研究的发展,但随着这些方法逐步应用到实践中,一些缺陷就暴露出来了。几何方法一

个显著的缺陷就是使用的数学工具比较抽象,理论上也逐渐暴露出其局限性。首先,这种试图将线性系统理论照搬到奇异系统理论的想法,遇到了计算上的意想不到的困难;其次,理论研究表明,可以这样做的奇异系统也只是特定的一种<sup>[13]</sup>。这样几何方法几乎很难用到实际的奇异系统中,不可避免的使这种方法的发展陷入了困境。多项式矩阵方法也有一个显著的缺陷就是所有设计的控制器必须保持相同的稳定裕度,如果有一个控制器不稳定,将带来设计的失败。虽然,Wang 和 Liu 通过建立奇异系统的频率范围,推广了多项式矩阵方法,但由于在把非真的因子转换成真的因子的时候,增加了一些假设条件,使得该方法在实际的应用中受到很多限制<sup>[14,15]</sup>。

近年来,由于状态空间方法在正则系统鲁棒稳定性研究中的日臻完善,许多学者把许多正则系统的状态空间的理论推广到了奇异系统,建立了基于时域的奇异系统状态空间方法,使得奇异系统的鲁棒控制的研究得到了突飞猛进的发展。奇异系统状态空间方法是根据奇异系统的状态方程,通过研究状态方程的结构特性,设计保持奇异系统鲁棒稳定的控制器。Dai 首次通过状态空间方法,得出了基于参数矩阵结构特性的奇异标称系统唯一解、无脉冲解存在的充分条件,并提出了奇异系统鲁棒稳定性的定义,即奇异系统的解在时段上是唯一的、无脉冲的并且渐近稳定的<sup>[16]</sup>,这成了奇异系统鲁棒控制研究的基石,后来的研究者在做奇异系统的鲁棒控制研究时都要参考此条件。Lewis 通过状态空间方法,利用广义的 Lyapunov 稳定性理论,得出了基于 Riccati 方程的线性标称奇异系统的鲁棒稳定的充分必要条件<sup>[17]</sup>。Takaba 针对上述线性标称奇异系统,提出了应用范围更为广泛的鲁棒稳定且系统可观的充分必要条件<sup>[18]</sup>。但是,毕竟 Riccati 方程组的求解不是很容易的事情,当线性矩阵不等式的技术出现的时候,马上就有很多学者提出了更为简单快捷的求解方法,其中 Masubuchi 通过引入正则系统的鲁棒稳定性理论,得出的条件最有代表性<sup>[19]</sup>。Masubuchi 还提出了奇异系统鲁棒和控制器、滤波器设计方法,完善了基于状态空间方法的奇异系统鲁棒控制的研究<sup>[20]</sup>,对奇异系统鲁棒控制的发展做出了很大的贡献。

从 20 世纪 90 年代中期开始,由于不确定性与时间滞后存在自然界大量的实际系统中,许多实际的奇异系统中也存在着时间滞后和不确定因素,许多学者对此产生了浓厚的兴趣,得出了一些有益的成果。Lam 针对具有结构化不确定性的奇异线性系统,基于 Dai 提出的唯一解、无脉冲解存在的充分条件,通过研究参数矩阵的模数,得出了奇异系统鲁棒稳定的充分条件<sup>[21]</sup>。Zhang 针对具有非结构化不确定性的奇异线性系统,通过研究不确定性的上确界,度量奇异系统无脉冲解到有脉冲解的存在范围,提出了不确定奇异系统鲁棒脉冲解消除控制方法<sup>[22]</sup>;Zhu 针对状态滞后的奇异系统,通过研究系统矩阵的谱半径范围,得出了基于奇异摄动理论的奇异系统鲁棒稳定的充分条件<sup>[23]</sup>;Xu 针对具有参数不确定性以及状态滞后的

奇异系统,通过广义的有界实引理理论 (GBL),得出了奇异系统鲁棒稳定与鲁棒二次镇定的充分条件<sup>[24]</sup>。Fridman 采用矩阵分解的方法,研究了未知时滞的不确定奇异系统的鲁棒控制器的设计问题,并且把所得的结果与以往的结果进行了比较,得出了使设计的控制器保守性减小的方法<sup>[25]</sup>。本书作者近年来一直从事不确定奇异时滞非线性系统的鲁棒控制研究,针对实际工程对象里奇异系统出现的参数不确定性项与时滞未知有界的状态滞后项,基于一致连续概念及 Barbalat 引理,提出了时滞依赖与时滞独立的鲁棒二次稳定与鲁棒控制的充分条件<sup>[26~29]</sup>。

综上所述,虽然国内外关于奇异系统的鲁棒控制理论的研究已取得了重大的研究成果,但基本上建立在正则系统的 Lyapunov 稳定性理论及 Dai 提出的奇异系统唯一解、无脉冲解存在的充分条件之上,处理和解决实际问题的能力有限。奇异系统鲁棒控制理论上还需要进一步的完善,作者根据多年的研究实践提出了奇异系统鲁棒控制理论还需要在如下的方面进行进一步的研究。

1) Dai 提出的奇异系统唯一解的充分条件为矩阵对 (为奇异矩阵,为系统矩阵) 是正则的,对于不是正则的矩阵对,能否找到系统唯一解的条件;而且, Dai 提出的唯一解的充分条件是针对线性奇异系统的,对于非线性奇异系统,此充分条件显然不成立,能否通过奇异摄动理论,找到一类非线性奇异系统具有唯一解的充分条件,比如具有满足 Lipschitz 条件或者满足有限、无限 Hurwitz 角域约束的非线性项的奇异系统,这具有挑战性,同时具有重要的研究价值。

2) Dai 提出的奇异系统无脉冲解的充分条件为奇异系统特征多项式的次数与奇异矩阵的秩相等, Yang 等验证了对于具有范数有界的参数不确定性以及常时滞的状态滞后的奇异系统,此条件是成立的<sup>[30]</sup>,但对于其他的参数不确定性,比如匹配不确定性、秩 1 分解模型的不确定性、凸多面体不确定性等,以及具有时滞未知有界的状态滞后与一类非线性执行机构的存在,我们通过频谱分析及 Matlab/Simulink 仿真表明, Dai 提出的条件不成立,怎样找到具有上述特性的奇异系统的无脉冲解的条件与设计脉冲消除的鲁棒控制器,这也是一个具有挑战性的研究课题。

3) 完全状态系统的渐近稳定解得到的条件都是基于 Lyapunov 稳定性理论的第二方法,但 Lyapunov 稳定性理论能否适用于奇异系统,通过 Lyapunov 稳定性理论能否得到渐近稳定解的充分条件,一些学者对此提出了不同的看法<sup>[31]</sup>,也得出了基于其他方法的不确定奇异系统渐近稳定的充分条件,至于原因,却没有论述,但提出的问题却有普遍研究价值。

4) 在实际的工程系统中,需要设计满足较好性能的鲁棒控制器,目前的研究方法不系统,取得的成果较少,比如,针对不确定奇异系统,仅限于状态反馈的鲁棒二次镇定的控制器设计,没有涉及性能指标,怎样设计具有较好性能指标鲁棒控制器、保成本控制器、保性能控制器与可靠控制器等,需要基于以上提出的两点条件进行鲁棒控制器的分析与综合的研究。

### 1.3 本书结构

本书以奇异系统作为研究对象,从标称奇异系统的鲁棒稳定性分析入手,对一类线性与非线性奇异系统分别进行了鲁棒控制器的分析和综合,由易到难,循序渐进,提出了奇异系统鲁棒稳定性,输入输出鲁棒稳定性,鲁棒  $D$ -稳定性,鲁棒指数稳定性的判据;针对给定的性能指标,提出了鲁棒  $H_\infty$  滤波器、 $H_\infty$  控制器的设计方法,并利用奇异系统的理论研究方法,针对一类不确定非线性时滞系统,提出了鲁棒  $H_\infty$  控制器的设计方法;最后,通过三自由度直升飞机系统验证了本书提出的理论和方法。

本书的结构安排如下:

第一部分为奇异系统基本理论的概况。着重在于介绍奇异系统的产生,研究现状,以及基本的理论和方法。对于奇异系统的基本定理进行了详细证明。本部分包括第 1 章绪论;第 2 章基本理论。

第二部分为线性奇异系统的鲁棒稳定性分析及控制器综合。针对不确定线性奇异系统,基于线性矩阵不等式,提出了鲁棒稳定性,输入输出鲁棒稳定性,及鲁棒  $D$ -稳定性的充分条件。本部分包括第 3 章鲁棒稳定性及鲁棒可镇定条件;第 4 章为输入输出鲁棒稳定性及鲁棒  $H_\infty$  控制;第 5 章鲁棒  $D$ -稳定性分析。本部分的写作思路遵循由简入深的习惯写法。

第三部分为非线性奇异系统的鲁棒稳定性分析及控制器综合。针对一类不确定非线性奇异系统,分析了鲁棒指数稳定性,提出了鲁棒指数稳定性及指数镇定判据,鲁棒  $H_\infty$  滤波器,鲁棒  $H_\infty$  控制器,以及鲁棒  $H_\infty$  保性能控制器的设计方法。本部分包括第 6 章一类非线性奇异系统的鲁棒指数稳定性条件;第 7 章一类非线性系统的鲁棒  $H_\infty$  控制。本部分的写作力争做到内容上相互衔接,理论上互相补充。

第四部分为理论应用。通过三自由度直升飞机系统,验证了本书提出方法的可行性与有效性。本部分包括第 8 章应用分析实例。

### 1.4 结 论

本章对奇异系统的产生缘由及鲁棒控制理论研究现状作了综合的阐述,所引用的研究成果绝大部分建立在前人的研究基础之上,对引用的部分,本章都作了仔细的标注。

### 参 考 文 献

- 1 Kokotovic P V. Overview of multimodeling by singular perturbations. Systems Engineering for Power: Organizational Forms for Large-Scale Systems, 1979: 13-16.



- 2 Jamshidi, M. Three-stage near-optimum design of nonlinear control processes. *Proc. IEE*, 1974, 121: 886-892.
- 3 Jamshidi M. A near-optimum controller for cold-rolling mills. *Int. J. Control*, 1972, 16: 1137-1154.
- 4 Kelley H J, Edelbaum T N. Energy Climbs, energy turns and asymptotic expansions. *J. Aircraft*, 1970, 7: 93-95.
- 5 Ardema M D. *Singular Perturbation in Flight Mechanics*. NASA, 1974, TMX-62.
- 6 Cohen D S. *Mathematical aspects of chemical and biochemical problems and quantum chemistry*. SIAM-AMS Proc., American Math. Soc., Providence, RI., 1974: 323-335.
- 7 Jamshidi M. *Large-Scale Systems Modeling and Control*. North-Holland, 1983.
- 8 Hale J K. *Theory of functional differential equation [M]*. New York: Springer-Verlag, 1977.
- 9 Vidyasagar M. Robust stabilization relative to the unweighted norm is generically unattainable in the presence of singular plant perturbations. *IEEE Trans Automat Contr*, 1987, 32(1): 51-53.
- 10 Lewis F L, Syrmos V L. A geometric theory for derivative feedback. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1991, 36(9): 1111-1116.
- 11 Wonham W. *Algebro-geometric and lie-theoretic techniques in systems theory, part A: Interdisciplinary mathematics*. *IEEE Trans Automat Contr*, 1979, 24(3): 519-520.
- 12 Lewis F, Mertzios B. Analysis of singular systems using orthogonal functions. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1987, 32(6): 527-530.
- 13 Campbell S L. Singular linear systems of differential equations with delays. *Appl. Anal.*, 1980, 2: 129-136.
- 14 Wang Z D, Chen X M, Guo Z. Controllers design with variance and circular pole constraints for continuous time systems [J]. *International Journal of Systems Science*, 1989, 20: 1249-1256.
- 15 Liu W Q, Yan W Y, Teo K L. A frequency domain approach to control of singular systems. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1997, 42(6): 885-889.
- 16 Dai L. *Singular Control Systems*. Berlin: Springer-Verlag, 1989.
- 17 Lewis F L. A survey of linear singular systems. *Circuits, Syst. Signal Processing*, 1989, 8: 3-36.
- 18 Takaba K, Morihara N, Katayama T. A generalized Lyapunov theorem for descriptor systems. *Syst. Control Lett.*, 1995, 24: 49-51.
- 19 Masubuchi I, Suda N, Ohara A. LMI-Based controller synthesis: a unified formulation and solution. *Proc. American Control Conf.*, 1995: 3476-3477.
- 20 Masubuchi I, Kamitane Y. *Control for Descriptor Systems: A Matrix Inequalities Approach*. *Automatica*, 1997, 33: 669-673.
- 21 Lam J, Xu S, Zhang L. Robust D-stability analysis for uncertain discrete singular systems with state delay. *IEEE Trans. Circuits Syst. I.*, 2002, 49: 551-555.
- 22 Zhang Q L, Lam J. Robust impulse-eliminating control for descriptor systems. *Dynamics of Continuous Discrete and Impulsive Systems Series B: Applications and Algorithms*, 2002, 9: 13-27.
- 23 Zhu W, Petzold L. Asymptotic stability of linear delay differential algebraic equations and numerical methods. *Appl. Numer. Math.*, 1997, 24: 247-264.
- 24 Xu S, Dooren P V, Lam J. Robust stability and stabilization for singular systems with state delay and parameter uncertainty. *IEEE Trans. Automat. Control*, 2002, 47: 1122-1128.
- 25 Fridman E, Shaked U. A descriptor system approach to control of linear time-delay systems.