

培
优
提
高
班

PEIYOU TIGAO BAN

王亚权 主编

七年级下

SHUXUE

数学

ISBN 978-7-308-05555-0



9 787308 055550 >

定价：14.00元

培优提高班·数学

七年級下

本册主编 王亚权
编写人员 张 毅 吴国芳 王亚权
徐文攀 郑伟君 童桂恒
吴清玉

浙江大學出版社

图书在版编目(CIP)数据

培优提高班. 数学. 七年级. 下 / 王亚权主编. —杭州:
浙江大学出版社, 2007. 12
ISBN 978-7-308-05555-0

I. 培… II. 王… III. 数学课—初中—教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 145196 号

培优提高班·数学(七年级下)

主 编 王亚权

责任编辑 沈国明

封面设计 程 功

出版发行 浙江大学出版社

(杭州天目山路 148 号 邮政编码 310028)

(E-mail: zupress@mail. hz. zj. cn)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

排 版 杭州好友排版工作室

印 刷 杭州杭新印务有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 11.5

字 数 280 千

版 印 次 2007 年 12 月第 1 版 2008 年 2 月第 2 次印刷

书 号 ISBN 978-7-308-05555-0

定 价 14.00 元

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行部邮购电话(0571)88072522

编写说明

中学教材的内容和要求是以大多数学生的学习能力为基础的,没有充分考虑学生的个性化要求,仅仅考虑普适性。这对于那些学有余力的学生来说是一个缺憾。经过反复征求广大中学师生的意见和充分进行市场调研,我们觉得很有必要策划一套既适合大多数学生使用,又能满足那些“吃不饱”的学生要求的教辅图书。基于此,我们组织中学一线的资深教师和教育专家反复论证,策划了“初中各学科培优提高班”丛书。丛书包括语文、数学、英语和科学四种,其中七、八年级分上下两册,九年级为全一册(科学九年级仍分上下册)。

丛书的栏目设计和编写的特色是:

丛书各分册与相应的学科教材同步配套,以课时为单元编写。每个课时包括学习要求,典型问题剖析与点评,以及三级课外训练。例题典型,能触类旁通;点评富有启发性,能举一反三;三级练习层次分明,依次递进,引导学生循序渐进。

丛书注重学生个性发展,设计了相当数量的提高训练,为那些学有余力的学生提供了优秀的学习素材。

丛书选材精练,所有素材都选自各地中考试题,具有相当的典型性、科学性、指导性、预测性和训练价值。

丛书实用性强,训练部分留有空白,既可以作为学生学习的指导用书,又可以作为作业本使用,同时还可以作为教师教学的参考用书。



第 1 章 三角形的初步知识	1
1.1 认识三角形	1
1.2 三角形的角平分线、中线和高三	8
1.3 全等三角形的条件	16
1.4 作三角形	28
第 2 章 图形变换	35
2.1 轴对称变换	35
2.2 平移变换	43
2.3 旋转变换	50
2.4 相似变换	58
2.5 图形变换的简单应用	65
第 3 章 事件的可能性	75
3.1 认识事件的可能性	75
3.2 可能性和概率	81
第 4 章 二元一次方程组	88
4.1 二元一次方程组	88
4.2 解二元一次方程组	92
4.3 二元一次方程组的应用	97
第 5 章 整式的乘除	102
5.1 同底数幂的乘法	102
5.2 单项式和多项式的乘法	106
5.3 乘法公式	110
5.4 整式的除法	116
第 6 章 因式分解	122
6.1 提取公因式法	122
6.2 用乘法公式分解因式	126
6.3 因式分解的简单应用	132

第7章 分 式.....	136
7.1 分 式	136
7.2 分式的乘除	140
7.3 分式的加减	144
7.4 分式方程	149
参考答案.....	153

第1章 三角形的初步知识

1.1 认识三角形

课堂笔记

重点讲解 三角形是最简单、最基本的几何图形,是同学们在小学阶段就已经熟悉的图形,在生活中随处可见,它是构造较为复杂的图形的基础.由不在同一条直线上的三条线段首尾顺次相接所组成的图形叫做三角形.

三角形边的性质有:三角形任何两边的和大于第三边(该结论可用“两点之间线段最短”解释).三边之间的关系还有以下结论:三角形任何两边的差都小于第三边.若三角形的两边长分别为 a 、 b ,则第三边 c 的取值范围是 $|a-b| < c < a+b$.

三角形角的性质有:三角形的内角和为 180° (通过剪拼、折叠、度量等方法,在实践过程中探索出了三角形内角和性质).外角的性质:①三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和.②三角形的任何一个外角大于和它不相邻的任意一个内角.

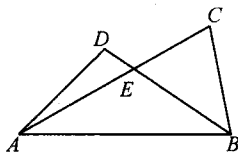
三角形按角进行分类:(注意各类三角形的特征)

三角形	{	锐角三角形——三个内角都是锐角.
		直角三角形——有一个角是直角(记作 $\text{Rt}\triangle ABC$).
		钝角三角形——有一个内角是钝角.

难点点拨 在研究、探索三角形中边的不等量关系时,同学们一定发现了:三角形任意两边的和大于第三边.注意“任意”两字,如三角形的三边分别为 a 、 b 、 c ,则 $a+b > c$, $a+c > b$, $b+c > a$ 都成立才可以,但如果确定了最长的一条线段,只要其余两条线段之和大于最长的一条,它们必定可以构成三角形.如果已有两条线段,要确定第三条线段应该是什么样的长度才能使它们构成三角形,第三边的取值范围是大于这两边的差而小于这两边的和.

例题解析

例1 如图1-1所示,图中共有_____个三角形,其中以 AB 为一边的三角形有_____个,它们是_____.以 $\angle C$ 为一个内角的三角形有_____个,它们是_____.



(图1-1)

【分析】 辨认三角形的关键是找出三角形的三个顶点,所以先找出不在同一直线上的三个点,看有几组这样的三个点,就可得到几个三角形.找以 AB 为一边的三角形时,其实已经隐含了三角形的两个顶点,只要找到第三个顶点即可.找以 $\angle C$ 为一个内角的三角形,则是确定了一个顶点,再找另两个顶点.

【解】 5个, 3个, $\triangle ABD$ 、 $\triangle ABC$ 、 $\triangle ABE$; 2个, $\triangle CBE$ 、 $\triangle CBA$.

【评注】 三角形的基本元素是边和角,而这些元素又是通过顶点连接的,所以解决本题的关键是找到相应的顶点.

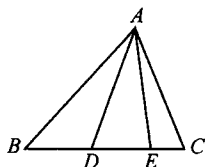
类题演练 看图1-2填空:

(1)图中共有_____个三角形,它们是_____

(2) $\angle AEB$ 是 $\triangle$ _____、 $\triangle$ _____ 的内角,是 $\triangle$ _____ 的外角.

(3) $\angle C$ 是 $\triangle$ _____、 $\triangle$ _____、 $\triangle$ _____ 的内角;在 $\triangle ACE$ 中, $\angle C$ 的对边是 _____;在 $\triangle$ _____ 中, $\angle C$ 的对边是 AB .

(4)在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B$ 与 $\angle C$ 的夹边是 _____; AB 与 AC 的夹角是 _____.



(图 1-2)

例 2 有下列长度(cm)的三条小木棒,如果首尾顺次连接,能钉成三角形的是()

A. 10、14、24

B. 12、16、32

C. 16、6、4

D. 8、10、12

【分析】 根据三角形三边关系可知,三条线段中,如果不是任何两条的和都大于第三条,那么它们就不能组成一个三角形;三条线段中,只要较短的两条的和大于最长的一条,必满足任意两条的和都大于第三条.

【解】 选 D

【评注】 判断三条线段能否组成三角形是难点,应归结为两个步骤:(1)比较三条线段的长短,确定最长的一条.如果三条线段等长,那么其中任何一条都可以看做最长的一条;(2)检验两条较短的线段的长度之和是否大于最长的一条.

类题演练 现有木棒 4 根,长度分别为 12、10、8、4,选其中 3 根组成三角形,则能组成三角形的个数是()

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

例 3 已知三角形的两边 a 、 b 分别长 3cm 和 7cm,若第三边的长是偶数,求第三边的长.

【分析】 根据已知两边的长,可以确定第三边的取值范围,再在这个范围内,找出偶数即可.

【解】 因为 $a=3\text{cm}$, $b=7\text{cm}$,

所以第三边 c 的取值范围是 $4\text{cm} < c < 10\text{cm}$.

因为 c 是偶数,

所以 c 的长是 6cm 或 8cm.

【评注】 若三角形的两边长分别为 a 和 b ,则第三边 c 的范围是 $|a-b| < c < a+b$.

类题演练 若一个三角形的两边长是 9 和 4,且周长是偶数,求第三边的长.

例 4 如图 1-3,点 D 在 $\triangle ABC$ 边 BC 的延长线上, $DE \perp AB$ 于 E ,交 AC 于 F , $\angle B=50^\circ$, $\angle CFD=60^\circ$,求 $\angle ACD$ 的度数.

【解】 因为 $DE \perp AB$,

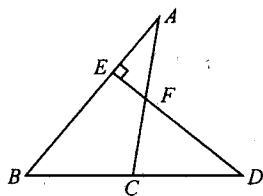
所以 $\angle AEF=90^\circ$ (垂直的意义).

又因为 $\angle AFE=\angle CFD=60^\circ$,

所以 $\angle A=180^\circ-90^\circ-60^\circ=30^\circ$ (三角形内角和为 180°).

因为 $\angle B=50^\circ$,

所以 $\angle ACD=\angle A+\angle B=80^\circ$ (三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和).

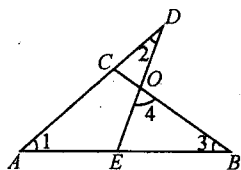


(图 1-3)

【评注】 在解决这类问题时,寻求角与角之间的关系是解题关键,而在这种关系中较难发现

的是三角形的内、外角关系,一是面对错综复杂的图形不易觉察,二是不易断定.要判断一个角是不是某三角形的外角,必须紧紧抓住外角的概念,即这个角的一边是三角形的一边,另一边是这个三角形另一边的反向延长线.

类题演练 如图 1-4,已知 $\angle 1 = 42^\circ$, $\angle 2 = 30^\circ$, $\angle 3 = 38^\circ$, 求 $\angle 4$ 的度数.



(图 1-4)

例 5 如图 1-5,已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle 1$ 是它的一个外角, E 是边 AC 上一点, 延长 BC 到 D , 连结 DE . 试说明 $\angle 1 > \angle 2$ 的理由.

【分析】 一般证明角不等时,应用“三角形的一个外角大于任何一个和它不相邻的内角”来证明,所以需要找到三角形的外角.

【解】 因为 $\angle 1$ 是 $\triangle ABC$ 的一个外角(已知),

所以 $\angle 1 > \angle 3$ (三角形的一个外角大于任何一个和它不相邻的内角).

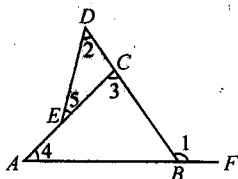
因为 $\angle 3$ 是 $\triangle CDE$ 的一个外角(已知),

所以 $\angle 3 > \angle 2$ (三角形的一个外角大于任何一个和它不相邻的内角).

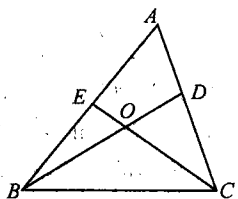
所以 $\angle 1 > \angle 2$.

【评注】 要善于寻找过渡量,本题中的 $\angle 3$ 就是一个过渡量.

类题演练 如图 1-6,判断 $\angle A$ 、 $\angle DOE$ 和 $\angle BEC$ 的大小关系,并说明理由.



(图 1-5)



(图 1-6)

同步反馈

A 组

1. 如图:在锐角 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$ 于 D , E 是 BC 上一点, 连结 AE .

(1) 锐角三角形有 _____ 个;

(2) 钝角三角形有 _____ 个;

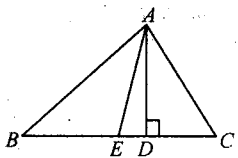
(3) 直角三角形有 _____ 个.

2. 在 $\triangle ABC$ 中,

(1) $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, 求 $\angle C$ 的度数.

(2) $\angle A = 100^\circ$, $\angle B - \angle C = 60^\circ$, 求 $\angle C$ 的度数.

(3) $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 2\angle C$, 求 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的度数.



(第 1 题)

(4) $\angle A + \angle B = \angle C$, 求 $\angle C$ 的度数.

3. (1) 如果三角形的两边长分别是 2 和 4, 且第三边是奇数, 那么第三边长为 _____; 如果第三边长为偶数, 则此三角形的周长为 _____.

(2) 已知两条边长分别为 2cm、5cm, 你可以画出几个符合条件的等腰三角形? 并求符合条件的等腰三角形的周长.

4. (1) 如图(1), 三角形的外角是()

- A. $\angle 1$ B. $\angle 2$
C. $\angle 3$ D. $\angle 4$

(2) 如图(2), $\angle B = \angle C$, 则 $\angle ADC$ 与 $\angle AEB$ 的关系是 ()

- A. $\angle ADC > \angle AEB$ B. $\angle ADC = \angle AEB$
C. $\angle ADC < \angle AEB$ D. 不能确定

(3) 一个三角形的两个内角分别为 55° 和 65° , 这个三角形的外角不可能是()

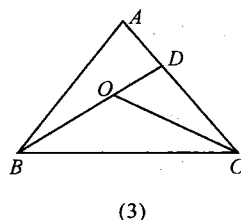
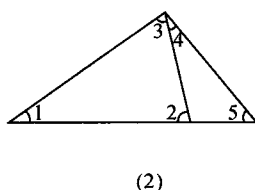
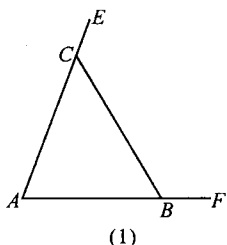
- A. 115° B. 120° C. 125° D. 130°

(4) 三角形一个外角小于与它相邻的内角, 这个三角形是()

- A. 直角三角形 B. 锐角三角形
C. 钝角三角形 D. 不能确定

5. (1) 如图(1), 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 70^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$, 那么 $\angle ACB$ 的度数是 _____; 与 $\angle ACB$ 相邻的一个外角是 _____, 它的度数等于 _____.

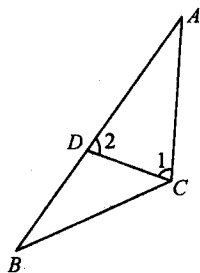
(2) 如图(2), $\angle 1 = 35^\circ$, $\angle 2 = 78^\circ$, $\angle 3$ 的度数等于 _____; 如果 $\angle 4 = 16^\circ$, 那么 $\angle 2 - \angle 5$ 的度数等于 _____.



(第 5 题)

(3) 如图(3), $\angle A = 50^\circ$, $\angle ABO = 28^\circ$, $\angle ACO = 32^\circ$, 则 $\angle BDC =$ _____, $\angle BOC =$ _____.

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 AB 上的一点, 已知 $\angle A = \angle B = 30^\circ$, $\angle 1 = \angle 2$, 求 $\angle BCD$ 的度数.



(第6题)

B 组

7. (1) 设 α 是一个锐角三角形的最大内角, 则()

A. α 可以小于 60°

B. α 不能小于 60°

C. α 必须小于 60°

D. $60^\circ \leq \alpha < 90^\circ$

(2) 下列判断:

① 三角形的三个内角中最多有一个钝角;

② 三角形的三个内角中至少有两个锐角;

③ 有两个内角为 50° 和 20° 的三角形一定是钝角三角形;

④ 直角三角形中两锐角的和为 90° .

其中判断正确的有()

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

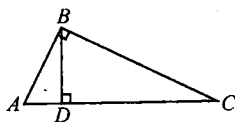
8. (1) 已知 $\triangle ABC$ 的三个内角 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 满足关系式 $\angle B + \angle C = 3\angle A$, 则此三角形()

A. 一定有一个内角为 45°

B. 一定有一个内角为 60°

C. 一定是直角三角形

D. 一定是钝角三角形



(第8题)

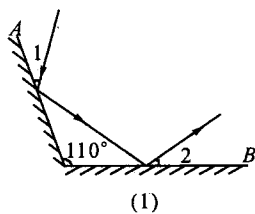
(2) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 5$, 求 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的

度数.

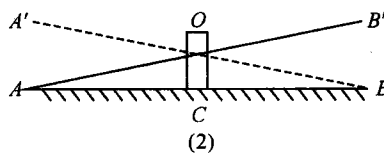
(3) 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{3}\angle C$, 则 $\triangle ABC$ 为 _____ 三角形.

(4) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $BD \perp AC$, 则图中互余的角有 _____ 对, 相等的角有 _____ 对.

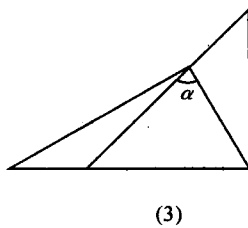
9. (1) 如图(1), 平面镜 A 与 B 之间夹角为 110° , 光线经平面镜 A 反射到平面镜 B 上, 再反射出去, 若 $\angle 1 = \angle 2$, 则 $\angle 1$ 的度数为 _____.



(1)



(2)



(3)

(第9题)

(2) 如图(2)是跷跷板的示意图, 支柱 OC 与地面垂直, 点 O 是横板 AB 的中点, AB 可以绕着点

O 上下转动,当 A 端落地时, $\angle OAC=10^\circ$,则横板上下可转动的最大角度(即 $\angle A'OA$)是()

- A. 20° B. 40° C. 10° D. 30°

(3)一副三角板,按如图(3)所示叠放在一起.则图中 $\angle \alpha$ 的度数是()

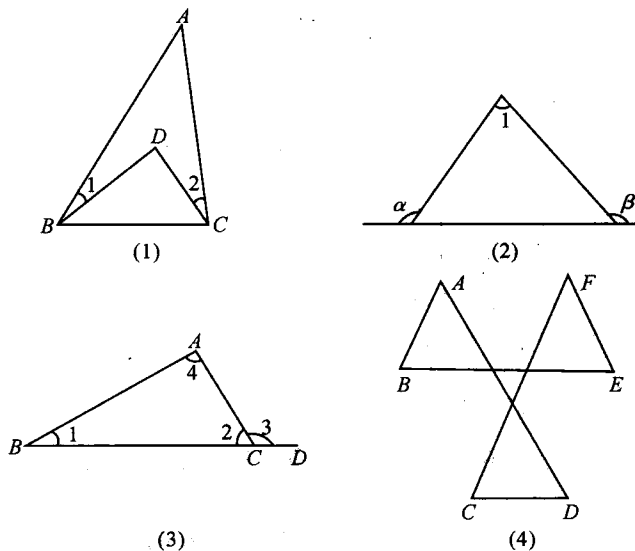
- A. 75° B. 60° C. 65° D. 70°

10. (1)如图(1),已知 $\angle 1=20^\circ$, $\angle 2=25^\circ$, $\angle A=35^\circ$ 则 $\angle BDC$ 的度数等于_____.

(2)如图(2), $\angle \alpha=125^\circ$, $\angle 1=50^\circ$,则 $\angle \beta$ 的度数是_____.

(3)如图(3), $\angle 1:\angle 2:\angle 3=1:2:3$,则 $\angle 4=_____$.

(4)如图(4),A,B,C,D,E,F 是平面上的 6 个点,则 $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F$ 的度数是_____.



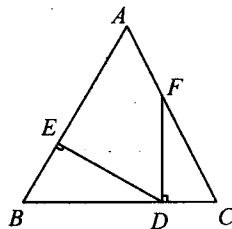
(第 10 题)

11. 一个等腰三角形的周长是 18cm.

- (1)已知腰长是底边长的 2 倍,求各边长;
(2)已知其中一边长为 4cm,求其他两边长.

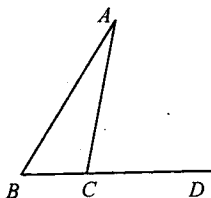
12. 已知三角形三条边的长度为 3, x , 9, 化简: $\left| 3-\frac{3}{4}x \right| + \left| \frac{1}{2}x-3 \right| = \underline{\hspace{2cm}}.$

13. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=\angle C$, $FD \perp BC$, $DE \perp AB$, $\angle AFD=155^\circ$,求 $\angle EDF$ 的度数.

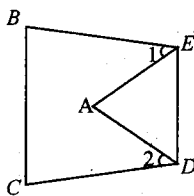


(第 13 题)

14. (1)如图(1)所示,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB$ 是钝角,让点 C 在射线 BD 上向右移动,则()



(1)



(2)

(第14题)

- A. $\triangle ABC$ 将先变成直角三角形,然后再变成锐角三角形,而不会再是钝角三角形
 B. $\triangle ABC$ 将变成锐角三角形,而不会再是钝角三角形
 C. $\triangle ABC$ 将先变成直角三角形,然后再变成锐角三角形,接着又由锐角三角形变为钝角三角形
 D. $\triangle ABC$ 先由钝角三角形变为直角三角形,再变为锐角三角形,接着又变为直角三角形,然后再再次变为钝角三角形

(2)如图(2),把 $\triangle ABC$ 纸片沿 DE 折叠,当点 A 落在四边形 $BCDE$ 内部时,则 $\angle A$ 与 $\angle 1 + \angle 2$ 之间有一种数量关系始终保持不变,试着找一找这个规律,你发现的规律是()

- A. $\angle 1 + \angle 2 = 2\angle A$ B. $\angle 1 + \angle 2 = \angle A$
 C. $\angle A = 2(\angle 1 + \angle 2)$ D. $\angle 1 + \angle 2 = \frac{2}{3}\angle A$

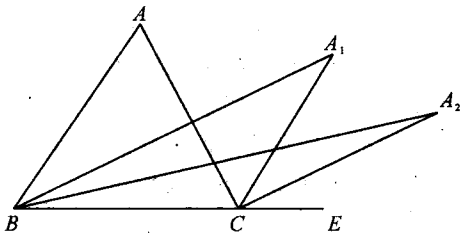
15. 有人说,自己的步子大,一步能走三米多,你相信吗?用你学过的数学知识说明理由.

16. 如图, C 在直线 BE 上, $\angle ABC$ 与 $\angle ACE$ 的角平分线交于点 A_1 ,

(1)若 $\angle A = 60^\circ$,求 $\angle A_1$ 的度数;

(2)若 $\angle A = m$,求 $\angle A_1$ 的度数;

(3)在(2)的条件下,若再作 $\angle A_1BE$ 、 $\angle A_1CE$ 的平分线,交于点 A_2 ;再作 $\angle A_2BE$ 、 $\angle A_2CE$ 的平分线,交于点 A_3 ;...;依次类推,则 $\angle A_2$, $\angle A_3$, ..., $\angle A_n$ 分别为多少度?

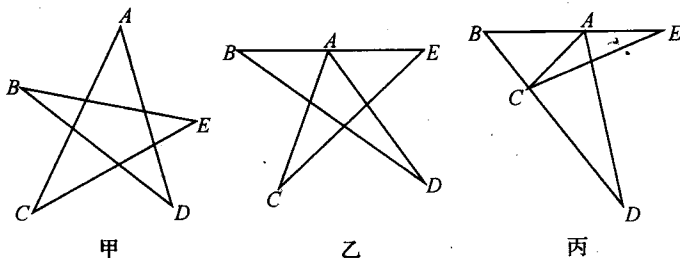


(第16题)

课外拓展

17. 一根木条被9条红线均匀地分成10等份,相邻两条红线之间的长度为1个单位长度.如果只能沿着红线把这根木条锯成3段,以这3段为边拼成三角形,有几种不同的锯法?请你一一写出每种方法锯成的3段木条的长度.

18. 如图中的几个图形是五角星和它的变形.



(第 18 题)

(1) 图甲是一个五角星, 求证: $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180^\circ$.

(2) 图甲中的点 A 向下移到 BE 上时(图乙), 五个角的和(即 $\angle CAD + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E$) 有无变化? 证明你的结论.

(3) 把图乙中点 C 向上移到 BD 上时(图丙), 五个角的和(即 $\angle CAD + \angle B + \angle ACE + \angle D + \angle E$) 有无变化? 证明你的结论.

1.2 三角形的角平分线、中线和高三

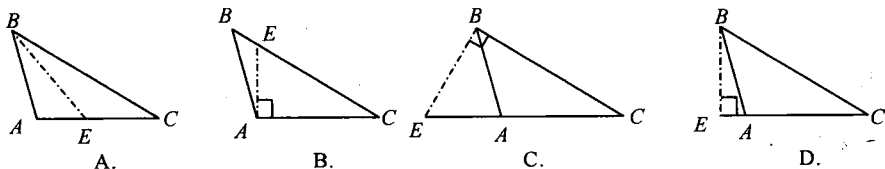
课堂笔记

重点讲解 三角形的角平分线、中线和高三都是三角形中的重要线段. 每个三角形都有三条角平分线、三条中线和三条高. 它们之间的相同点: ①都是线段; ②都是从顶点画出; ③三条线段或其延长线都能交于一点. 不同点: ①角平分线平分内角, 中线平分边, 高垂直于边; ②三角形的角平分线和中线都是在三角形的内部, 锐角三角形的高在三角形内部, 直角三角形有两条高都在边上, 钝角三角形有两条高在三角形的外部.

难点点拨 要从复杂的图形中分解出基本图形, 采用适当的方式找到这些基本图形. 熟悉等积变换的几种情况: 同(等)底等(同)高的两个三角形面积相等.

例题解析

例 1 下列各图中, 正确画出 AC 边上的高的是()



(图 1-7)

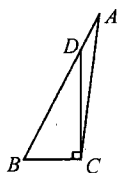
【分析】 应严格按照三角形的高的定义画图: 从三角形的一个顶点向它的对边所在直线作垂线, 顶点和垂足之间的线段叫做三角形的高. 只有在画钝角三角形的高时, 需将“对边”延长, 才用

到“所在直线”.

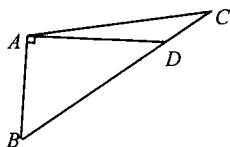
【解】 选D

【评注】 不同类型的三角形的高所在的位置不同,但画法一样.

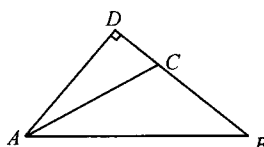
类题演练 如图1-8,画 $\triangle ABC$ 一边上的高,下列画法正确的是()



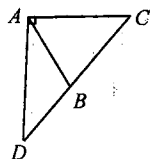
A.



B.



C.

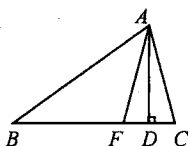


D.

(图1-8)

例2 如图1-9, AD 、 AF 分别是 $\triangle ABC$ 的高和角平分线,已知 $\angle B=36^\circ$, $\angle C=76^\circ$,则 $\angle DAF=$ _____度.

【分析】 本题主要考查对三角形主要线段的理解及运用三角形有关知识探求角的大小能力.思路有两条,其一:由于 $\angle DAF=\angle CAF-\angle CAD$,所以需先求 $\angle CAF$ 和 $\angle CAD$ 的大小;其二: AD 是 $\triangle ABC$ 的高,所以 $\angle DAF=90^\circ-\angle AFD$,故需先求 $\angle AFD$.



(图1-9)

【解】 因为 $\angle B=36^\circ$, $\angle C=76^\circ$,

所以 $\angle BAC=180^\circ-(36^\circ+76^\circ)=68^\circ$.

因为 AF 是 $\triangle ABC$ 的角平分线,

所以 $\angle BAF=34^\circ$.

所以 $\angle AFD=\angle B+\angle BAF=70^\circ$.

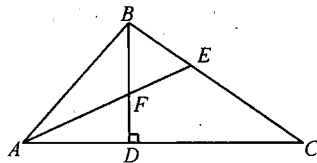
因为 AD 是 $\triangle ABC$ 的高,

所以 $\angle DAF=90^\circ-\angle AFD=90^\circ-70^\circ=20^\circ$.

【评注】 解答本题常见错误是不能综合运用三角形的高和角平分线的概念、内角和等有关知识,从而找不到所求角与已知角之间的关系.

做题时要善于从图形中看出几何元素的多重身份,如 $\angle AFD$,它既是 $\text{Rt}\triangle AFD$ 的内角,又是 $\triangle ABF$ 的外角;再如 $\angle DAF$,它既是 $\text{Rt}\triangle AFD$ 的内角,又是 $\angle CAF$ 与 $\angle CAD$ 的差.解题过程中从不同角度观察,不但会发现题目中的隐含关系,而且解题的思路会更加广阔.

类题演练 如图1-10, DB 是 $\triangle ABC$ 的高, AE 是角平分线, $\angle BAE=26^\circ$,求 $\angle BFE$ 的度数.



(图1-10)

例3 如图1-11,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的平分线 BD 、 CE 相交于点 O .

(1)若 $\angle ABC=40^\circ$, $\angle ACB=50^\circ$,则 $\angle BOC=$ _____.

(2)若 $\angle ABC+\angle ACB=116^\circ$,则 $\angle BOC=$ _____.

(3)若 $\angle A=76^\circ$,则 $\angle BOC=$ _____.

(4) 若 $\angle BOC = 120^\circ$, 则 $\angle A =$ _____.

(5) 你能找出 $\angle A$ 与 $\angle BOC$ 之间的数量关系吗?

【分析】 问题(1)~(4)可以利用三角形的内角和去考虑. 对于问题(5), 可以从观察前面四个问题的结论中作出猜想, 然后从前面的解答中找到思路.

【解】 (1) $\angle BOC = 135^\circ$.

(2) $\angle BOC = 122^\circ$.

(3) $\angle BOC = 128^\circ$.

(4) $\angle A = 60^\circ$.

(5) $\angle BOC = 90^\circ + \frac{\angle A}{2}$. 理由如下:

如图 1-11. 因为 BD 平分 $\angle ABC$,

所以 $\angle 1 = \frac{1}{2} \angle ABC$. (角平分线的意义)

同理 $\angle 2 = \frac{1}{2} \angle ACB$.

所以 $\angle 1 + \angle 2 = \frac{1}{2} \angle ABC + \frac{1}{2} \angle ACB$.

$= \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle ACB) = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle A) = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A$.

所以 $\angle BOC = 180^\circ - (\angle 1 + \angle 2) = 180^\circ - (90^\circ - \frac{1}{2} \angle A) = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$.

【评注】 要注意角平分线及三角形内角和公式的综合运用.

类题演练 如图 1-12, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的外角平分线交于点 O , 且 $\angle BOC = 40^\circ$, 则 $\angle A$ 等于()

A. 10°

B. 70°

C. 100°

D. 160°

例 4 如图 1-13, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, CD 是 AB 边上的高, $AB = 13\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$, $AC = 5\text{cm}$.

(1) 求 $\triangle ABC$ 的面积;

(2) 求 CD 的长;

(3) 作出 $\triangle ABC$ 的边 AC 上的中线 BE , 并求出 $\triangle ABE$ 的面积;

(4) 作出 $\triangle BCD$ 的边 BC 上的高 DF , 当 $BD = a\text{cm}$ 时, 试求出 DF 的长.

【解】 (1) $\triangle ABC$ 的面积 $= \frac{1}{2} AC \cdot BC = 30\text{cm}^2$.

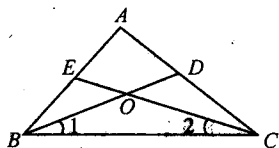
(2) 因为 $\frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} AB \cdot CD$,

所以 $CD = \frac{60}{13}\text{cm}$.

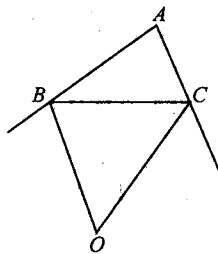
(3) 取 AC 的中点 E , 连结 BE , 则线段 BE 就是所求的中线 (如图 1-14 所示).

因为 E 是 AC 的中点,

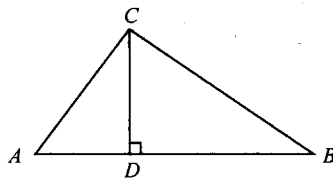
所以 $\triangle ABE$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times 30 = 15\text{cm}^2$.



(图 1-11)



(图 1-12)



(图 1-13)