

The Finite Element Method 5th ed

有限元方法 (第5版)



第 1 卷

Volume 1

基本原理

The Basis

(英) O. C. Zienkiewicz 著
(美) R. L. Taylor

曾攀 等 译

清华大学出版社

The Finite Element Method 5th ed

有限元方法 (第5版)

第 1 卷
Volume 1

基本原理

The Basis

(英) O. C. Zienkiewicz 著
(美) R. L. Taylor

曾攀 等 译

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书为有限元方法系列专著的第1卷——基本原理,涵盖了有限元分析的一些基础领域,同时还涉足有限元分析的前沿内容。本卷共20章,内容广泛,既强调有限元的数学力学原理,又结合工程实际背景。该书的第1版完成于1967年,到现在已出版第5版,历时40余年,成为有限元领域的经典著作,已有几代从事计算力学的学者从该书中受益。本书可作为高年级本科生和研究生的课程学习参考书,也是从事有限元研究的科研人员和工程技术人员的重要学习文献。

对于希望进一步了解有关非线性固体力学有限元分析的读者,请阅读该系列专著的第2卷——固体力学(清华大学出版社,2006年6月出版);对于希望进一步了解有关流体力学有限元分析的读者,请阅读该系列专著的第3卷——流体力学。

O. C. Zienkiewicz & R. L. Taylor

The Finite Element Method (Fifth Edition) Volume 1: The Basis

EISBN: 0-7506-5049-94

Copyright © 2000, by O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor. All rights reserved.

This edition of Finite Element Method Set 5th Edition by O. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor is published by arrangement with Elsevier Ltd, The Boulevard, Langford Lane, Kidlington, OX15 1GB, England.

Authorized Simplified Chinese translation edition is published by Tsinghua University Press. 本书中文简体翻译版由爱思唯尔出版集团授权清华大学出版社出版。

北京市版权局著作权合同登记号 图字: 01-2003-7181

版权所有,侵权必究。侵权举报电话: 010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

有限元方法. 第1卷, 基本原理/(英)监凯维奇(Zienkiewicz, O. C.), (美)泰勒(Taylor, R. L.)著; 曾攀等译. —5版. —北京: 清华大学出版社, 2008. 7

书名原文: The Finite Element Method (Fifth Edition) Volume 1: The Basis

ISBN 978-7-302-16551-4

I. 有… II. ①监… ②泰… ③曾… III. 有限元法 IV. O241.82

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第184254号

责任编辑: 杨倩 赵从棉

责任校对: 焦丽丽

责任印制: 孟凡玉

出版发行: 清华大学出版社 地 址: 北京清华大学学研大厦A座

http://www.tup.com.cn 邮 编: 100084

社 总 机: 010-62770175 邮 购: 010-62786544

投稿与读者服务: 010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈: 010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 刷 者: 北京四季青印刷厂

装 订 者: 三河市新茂装订有限公司

经 销: 全国新华书店

开 本: 170×230 印 张: 42.25 插页: 1 字 数: 803千字

版 次: 2008年7月第1版 印 次: 2008年7月第1次印刷

印 数: 1~3000

定 价: 79.00元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:(010)62770177 转 3103 产品编号: 013361-01

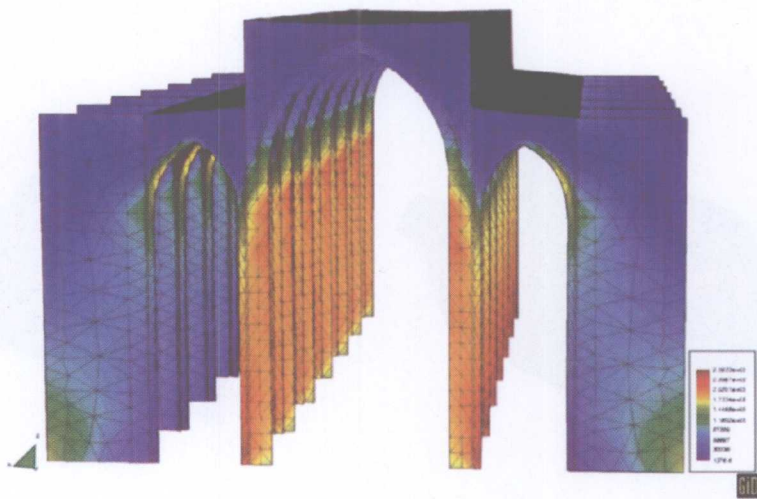
作者简介

O. C. Zienkiewicz 教授 英国 Swansea 大学的荣誉退休教授,是该校工程数值方法研究所的原主任,现在仍然是西班牙巴塞罗那 Calalunya 技术大学工程数值方法的 UNESCO 主席。从 1961 至 1989 年,担任 Swansea 大学土木工程系的主任,使该系成为有限元研究的重要中心之一。在 1968 年,创办了 International Journal for Numerical Methods in Engineering 杂志并任主编,该杂志至今仍然是该领域的主要刊物。他被授予 24 个荣誉学位和多种奖励。Zienkiewicz 教授还是 5 所科学院的院士,这是对他有限元方法领域的奠基性发展和贡献的赞誉。1978 年,成为皇家科学院和皇家工程院的院士;并先后被选为美国工程院的外籍院士(1981),波兰科学院院士(1985),中国科学院院士(1998)和意大利国家科学院院士(1999)。1967 年,他出版了本书的第 1 版,直到 1971 年,本书的第 1 版仍然是该领域的惟一书籍。

R. L. Taylor 教授 在结构和固体力学建模和仿真方面,具有 35 年的经历,其中在工业界工作 2 年。1991 年,被选为美国国家工程院的院士,以表彰他对计算力学领域的教育和研究的贡献。1992 年,被任命为 T. Y. 和 Margaret Lin 工程教授;1994 年,获得 Berkeley Citation 奖,这是加利福尼亚大学伯克利分校的最高荣誉奖。1997 年,Taylor 教授成为美国计算力学学会的资深会员,并在最近被选为国际计算力学学会的资深会员,并获得了 USACM John von Neumann 奖章。Taylor 教授编写了几套应用于结构和非结构系统的有限元分析的计算机程序,FEAP 是其中之一,在世界各国的教学和研究领域得到了广泛的应用。现在 FEAP 更全面地结合于本书中以展示非线性和有限变形的问题。

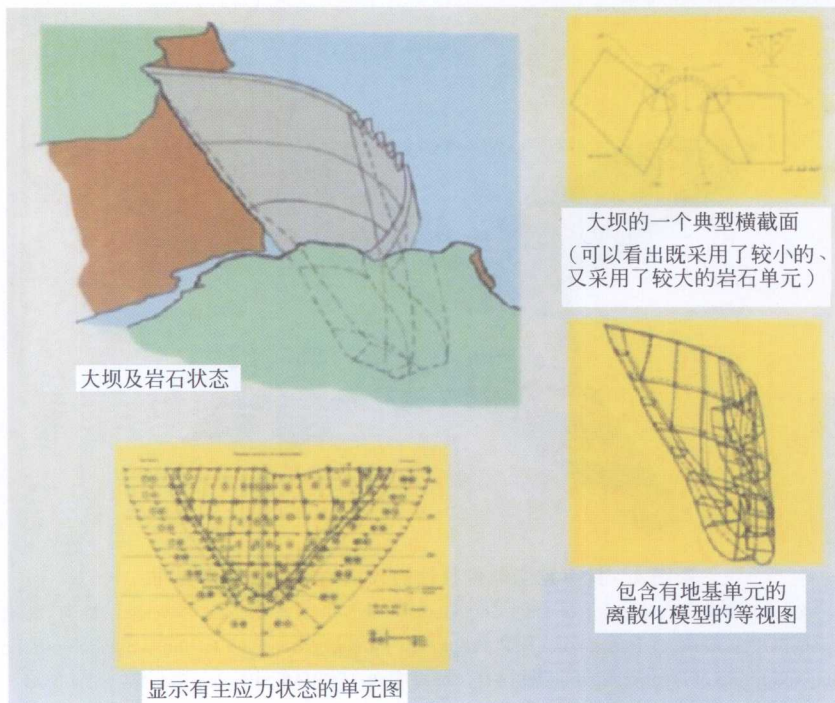
译者简介

曾攀 男,1963年生,海南省海口市人。1988年在清华大学获博士学位,1988—1992年先后在大连理工大学从事第一站博士后研究(领域为计算力学,合作导师钱令希院士)和西南交通大学从事第二站博士后研究(领域为固体力学,合作导师孙训方教授),为国家杰出青年科学基金获得者(1998)、长江学者(2000)、德国“洪堡”学者(1994—1995)、“新世纪百千万人才工程”国家级人选。现为清华大学机械工程系主任、教授、博士生导师,为《机械工程学报》、《工程力学》、《塑性工程学报》等五个学术期刊的编委,为上海交通大学机械系统与振动国家重点实验室、华中科技大学塑性成形模拟及模具技术国家重点实验室学术委员会委员,先后主持包括国家自然科学基金重点项目和面上项目、“863”项目、“霍英东基金”项目等科研项目30多个,获教委科技进步二等奖、机械部一等奖、北京高等教育教学成果二等奖、宝钢教育基金会优秀教师奖各一项,获国家发明专利授权两项。已出版学术著作《材料的概率疲劳损伤力学及现代结构分析原理》(科学技术文献出版社,1993)、研究生教材《有限元分析及应用》(清华大学出版社, Springer 出版社,2004,被教育部学位管理与研究生教育司推荐为研究生教学用书),在 *ASME Appl. Mech. Reviews*, *ASME Tran. Appl. Mech.*, *J. Sound & Vibration*, *Int. J. Fracture*, *Appl. Math. & Comp.*, 《中国科学》、《力学学报》、《机械工程学报》、《塑性工程》、《锻压技术》等学术刊物上发表论文100多篇。主要从事计算力学、结构设计与分析、材料加工中的数值模拟等方面的研究。



彩图 1 歌特式教堂中各个主要通道的偏应力不变量的分布云图

经巴塞罗那 CIMNE 的 Miguel Cerera 教授许可, 来源于: P. Roca, M. Cervera, L. Pellegrini and J. Torrent, "Studies on the Structure of Gothic Cathedrals", Int. Conf. 40th Anniversary of the Int. ASS. Shells and Spatial Structures, Madrid, Spain 1999.



大坝及岩石状态

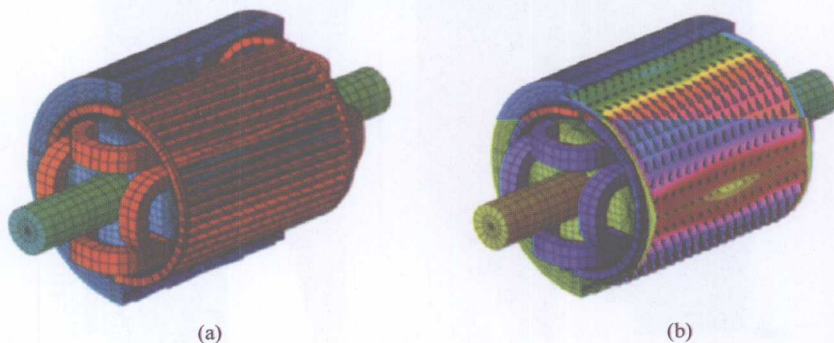
大坝的一个典型横截面
(可以看出既采用了较小的、
又采用了较大的岩石单元)

显示有主应力状态的单元图

包含有地基单元的
离散化模型的等视图

彩图 2 中国的一个拱形大坝的受力分析

它为早期的三维分析(1970), 由 OCZ 及 C. Taylor 完成(Department of Civil Engineering, University of Wales Swansea)。



彩图 3 具有 4 极的发电机

(a) 将定子条板进行弯曲以减少齿槽效应扭矩,即转子极线与定子齿槽不匹配产生的扭矩;(b) 定子线圈中磁场强度和方向的云图及矢量图

经 William Trowbridge (Vector Fields, Kidlington, Oxfordshire) 许可,来源于: J. Simkin and C. W. Trowbridge "Three dimensional nonlinear electromagnetic field computations, using scalar potentials", Proc. IEE, 127, Pt. B, No. 6, Nov. 1980.



彩图 4 具有完全电导性的飞机的电磁波表面分布

经 Ken Morgan 教授 (Department of Civil Engineering, University of Wales Swansea) 许可,来源于: K. Morgan, P. J. Brookes, O. Hassan and N. P. Wetherill, "Parallel processing for the simulation of problems involving scattering of electromagnetic waves", Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., 152, 157-174, 1998.



译者序

有限元方法(finite element method)是求解各种复杂数学物理问题的重要方法,利用该方法可以获取几乎任意复杂工程问题的各种信息,可以直接就工程设计进行具体评判,还可以就各种工程事故进行详细的技术分析。在现代工程结构设计中,甚至有的行业还将有限元分析列入到设计规范中去,将其作为一种需要强制执行的分析过程。可以看出,在数字化信息手段高度发展的今天,有限元方法已经成为科学研究、工程设计、产品优化不可缺少的重要工具。

掌握有限元分析这一工具已经成为现代工程设计人员和科研人员的基本技能,这就需要完全理解有限元方法的数学力学原理和了解该领域的最新进展,本书就提供了这方面的素材。本书的作者是有限元分析领域中最著名的专家,其中 O. C. Zienkiewicz 被公认为是有限元方法的奠基人之一。本书的第 1 版完成于 1967 年,到现在已出版第 5 版,历时 40 余年,书的规模也从 1 卷本扩展到 3 卷本,内容从一般的线性问题,扩展到非线性和流体力学领域,在每一版中都加入了最新的研究成果,世界上已有几代从事计算力学的学者、工程师、研究生从该书中受益。可以毫不夸张地讲,该书既是有限元领域的开山之作,也是有限元研究的前沿之作,已经成为有限元领域的经典著作。

本书为该书系列中的第 1 卷——基本原理,涵盖了有限元分析所涉及的一些基础领域,还包括一些有限元分析的前沿内容。本卷共 20 章,主要包括以下内容。预备知识:标准的离散系统,弹性问题的直接解法,有限元的基本概念: Galerkin (伽辽金)加权残值法和变分方法,平面应力和平面应变,轴对称应力分析,三维应力分析,稳态场问题——热传导、电磁势、流体等,标准单元和升阶谱单元的 shape 函数—— C_0 。连续的单元族,映射单元和数值积分——“无限”和“奇异”单元,拼片试验、减缩积分和非协调单元,混合列式和约束方程——全域法,不可压缩材料、混合法及其他求解方法,混合列式及约束——非完整(杂交)场方法、边界/Trefftz 方法,误差、修复方法和误差估计,自适应有限单元细化,基于点的近似:无网格

Galerkin 方法以及其他无网格方法,时间维——场的半离散化、动力学问题和解析求解,时间维问题的离散近似,耦合系统,有限元分析的计算机实现。

本书写作流畅,推导严谨,实例丰富,特别注重理论性和实用性,可作为力学、机械、土木、水利、航空航天等专业高年级本科生和研究生的教材或参考书,也可以作为科研人员的重要资料。

参加本书初译的有:曾攀、李洪洋、赵迎红、孙朝阳、杨学贵、高懿、刘海军、赵瑞海、曹鹏、王金鹏、杜婧、张晓峰、王飞。曾攀负责对每一章的斟酌和复译,卢永进、彭伟平、蔡芳、宁静、王娜、陈海平、廖培根、赵加清、吴玥明、刘清俊、郇宜伟、姚波、黄少锋参加了翻译的核对。译者还特别感谢张慧玲女士、清华大学出版社的杨倩和赵从棉编辑对本书的重要贡献。由于译者的水平有限,在对原文的理解和专业用语方面难免有不妥之处,敬请读者指出并原谅。

曾攀

清华大学机械工程系主任,长江学者

2006年10月20日

英文版前言(第1卷)

《结构力学和流体力学中的有限元方法》自第一次出版距今已经 30 多年了,作为第一本关于有限元方法的书,它为后续的许多发展提供了重要的基础。正是因为有限元方法的进一步发展,才在 1971 年出版了本书的第 2 版,在 1977 年出版了第 3 版,在 1989 年和 1991 年出版了第 4 版。这几个版本的页数也一直成几何级数扩充(从 1967 年第 1 版的 272 页到第 4 版的两卷共 1455 页)。因此,有必要对快速扩展的专业应用领域进行梳理,也是为了保证这些版本的内容在一个合理的篇幅范围内,因此本书删掉了许多内容。

由于有限元方法的不断扩展,也取得许多重要的研究进展,因此每 10 年就应该出版一次新版本。目前的第 5 版实际上包含了 20 世纪 90 年代所取得的一些重要进展。所涉及的专题包括:自适应误差控制、无网格和基于点的方法、流体力学的新进展等。尽管如此,我们觉得重要的不是增加本书的篇幅,而是删除一些冗余的内容。

另外,读者还会发现,现在的版本内容被细分为 3 卷,第 1 卷主要介绍线性问题的有限元分析,这将是许多领域的应用基础;相对地,第 2 卷和第 3 卷则重点介绍在固体和流体力学领域中更高深的内容。这样的安排,可以使普通的读者只学习第 1 卷,而相关领域的专家则可在第 2 卷和第 3 卷的基础上进行专题研究。第 2 卷和第 3 卷的篇幅要少一些,主要针对一些专业人员。

我们希望第 1 卷为研究生、科研人员和工程师介绍更多的有限元方法的现代概念,强调有限元方法、经典有限差分法以及边界求解法之间的关系。这些内容将表明:所有的数值近似方法都可以转换为相同的格式,而它们都具有各自的优势。

尽管未将第 1 卷写成教科书的形式,但我们仍希望它是一本研究生层次上的教材,并且还有更广泛的用途。全书非常强调严谨的数学概念,尽量使用较少的现代数学符号,以使工程师和科研人员更容易理解和掌握。

我们已将计算机源程序放在互联网上,因此这 3 卷中关于算法的章节大大减

目 录

译者序	I
英文版前言(第1卷)	III
1 预备知识: 标准的离散系统	1
1.1 引言	1
1.2 结构单元和结构系统	3
1.3 结构的组装和分析	6
1.4 边界条件	8
1.5 电流和流体网络	9
1.6 一般流程	10
1.7 标准离散系统	12
1.8 坐标变换	13
参考文献	14
2 弹性问题的直接解法	16
2.1 引言	16
2.2 有限单元特征的直接表达	17
2.3 对整个区域进行规范化——不采用内部节点力	23
2.4 基于最小势能原理的位移方法	25
2.5 收敛准则	27
2.6 离散误差和收敛速度	28
2.7 单元之间的不连续位移函数——非协调单元和拼片试验	29
2.8 位移列式中应变能的下限性质	30
2.9 直接求最小值	31

2.10 一个例子	31
2.11 小结	33
参考文献	34
3 有限元的基本概念: Galerkin(伽辽金)加权残值法和变分方法	36
3.1 引言	36
3.2 与微分方程等效的积分或弱形式表达	38
3.3 近似积分公式: 加权残值 Galerkin 方法	41
3.4 固体和流体平衡方程“弱形式”的虚功原理	47
3.5 针对变量的部分离散	49
3.6 收敛性	51
3.7 什么是变分原理	53
3.8 “自然”变分原理以及与控制微分方程的关系	55
3.9 针对线性、自伴随微分方程的自然变分原理	59
3.10 最大、最小和鞍点	62
3.11 带约束的变分原理: 拉格朗日乘子和自伴随函数	63
3.12 约束变分原理: 罚函数法和最小二乘法	68
3.13 小结: 有限差分法和边界元方法	73
参考文献	75
4 平面应力和平面应变	78
4.1 引言	78
4.2 单元特征	78
4.3 算例——计算性能的评估	87
4.4 一些实际应用	89
4.5 不可压缩材料的平面应变特殊处理	97
4.6 小结	97
参考文献	97
5 轴对称应力分析	98
5.1 引言	98
5.2 单元特征	99
5.3 一些典型算例	105
5.4 早期的实际应用	108

5.5	非对称性载荷	110
5.6	轴对称——平面应变和平面应力	110
	参考文献	111
6	三维应力分析	112
6.1	引言	112
6.2	四面体单元的特征	113
6.3	8节点复合单元	117
6.4	算例和结束语	118
	参考文献	121
7	稳态场问题——热传导、电磁势、流体等	122
7.1	引言	122
7.2	一般的准调和方程	123
7.3	有限元离散	125
7.4	一些特殊的处理	126
7.5	算例——精度估计	127
7.6	一些实际应用	130
7.7	小结	140
	参考文献	140
8	标准单元和升阶谱单元的 shape 函数——C_0 连续的单元族	143
8.1	引言	143
8.2	标准 shape 函数和升阶谱 shape 函数的概念	144
8.3	矩形单元概论	146
8.4	完全多项式	149
8.5	矩形单元——拉格朗日族	150
8.6	矩形单元——Serendipity 族	151
8.7	装配前消去内部变量——子结构	155
8.8	三角形单元族	156
8.9	线单元	160
8.10	六面体单元——拉格朗日族	160
8.11	六面体单元——Serendipity 族	161
8.12	四面体单元	162

8.13	其他的简单三维单元	164
8.14	一维升阶谱多项式	165
8.15	二维矩形和三维六面体升阶谱单元	168
8.16	三角形和四面体升阶谱单元	169
8.17	全局和局部的有限元逼近	170
8.18	升阶谱单元对条件数的改善	171
8.19	小结	171
	参考文献	172
9	映射单元和数值积分——“无限”和“奇异”单元	173
9.1	引言	173
9.2	坐标变换中的“形状函数”	174
9.3	单元的几何一致性	177
9.4	曲边单元中未知函数的变化,连续性要求	178
9.5	单元刚度矩阵的计算(ξ, μ, ζ 坐标下的变换)	179
9.6	单元刚度矩阵、面坐标和体坐标	182
9.7	曲线坐标下单元的收敛	184
9.8	数值积分:一维	187
9.9	数值积分:矩形区间(二维)或正棱柱区间(三维)	190
9.10	数值积分:三角形或四面体区域	191
9.11	数值积分的阶次	193
9.12	通过映射和混合函数构造有限元网格	196
9.13	无限区域和无限单元	198
9.14	断裂问题中的奇异单元	203
9.15	数值积分单元的计算优势	204
9.16	二维应力分析的一些实例	205
9.17	三维应力问题	207
9.18	对称性及重复性	210
	参考文献	211
10	拼片试验、缩减积分和非协调单元	215
10.1	引言	215
10.2	收敛性要求	216
10.3	简单的拼片试验(试验 A 和 B):收敛的必要条件	218

10.4	广义拼片试验(试验 C)及单个单元测试	220
10.5	数值拼片试验的通用性	221
10.6	高阶拼片试验	222
10.7	基于标准及缩减积分的平面弹性单元的拼片试验	223
10.8	拼片试验在非协调单元中的使用	228
10.9	满足拼片试验的非协调形状函数的构造	230
10.10	弱拼片试验算例	232
10.11	高阶拼片试验——计算稳健性的评估	233
10.12	小结	235
	参考文献	236
11	混合列式和约束方程——全域法	238
11.1	引言	238
11.2	混合形式的离散——一般过程	240
11.3	混合列式的稳定性:分片试验	242
11.4	弹性问题中的二场混合列式	245
11.5	弹性问题中的三场混合列式	251
11.6	混合近似的迭代法求解	258
11.7	直接约束的余能形式	260
11.8	小结:混合列式或单元稳健性试验	263
	参考文献	264
12	不可压缩材料、混合法及其他求解方法	266
12.1	引言	266
12.2	应力和应变偏量、压力和体积变化	266
12.3	二场不可压缩弹性问题($u-p$ 形式)	267
12.4	近不可压缩弹性体的三场形式($u-p-\epsilon_v$)	273
12.5	缩简和选择积分及其与罚混合形式的等价性	275
12.6	混合问题的简单迭代求解过程: Uzawa 法	280
12.7	针对未通过不可压缩拼片试验的混合型单元的稳定方法	282
12.8	小结	297
	参考文献	298

13 混合列式及约束——非完整(杂交)场方法、边界/Trefftz 方法	301
13.1 引言	301
13.2 两个(或多个)具有不可约形式变量区域之间的界面力	301
13.3 两个或多个具有混合变量区域之间的界面力	303
13.4 界面的位移“框架”	304
13.5 基于位移“框架”,采用边界型解答进行连接	309
13.6 带有常规单元的子区域及整体函数	313
13.7 拉格朗日变量或非连续的 Galerkin 方法	314
13.8 小结	314
参考文献	315
14 误差、修复方法和误差估计	318
14.1 误差的定义	318
14.2 超收敛和最佳取样点	321
14.3 计算结果的梯度和应力的修复	326
14.4 超级收敛的拼片修复法——SPR	327
14.5 通过拼片平衡的修复——REP	332
14.6 修复的误差估计	334
14.7 另一类误差估计方法——基于残差的方法	335
14.8 误差估计的渐近性和稳健性——Babuška 拼片试验	340
14.9 何种误差值得关注	345
参考文献	346
15 自适应有限单元细化	349
15.1 引言	349
15.2 一些自适应 h -细化方法的例子	351
15.3 p -细化和 hp -细化方法	362
15.4 小结	368
参考文献	368
16 基于点的近似:无网格 Galerkin 方法以及其他无网格方法	371
16.1 引言	371
16.2 函数的逼近	373