



卓越系列·教育部高职高专自动化技术类专业教指委推荐教材



过程控制原理与系统

PROCESS CONTROL PRINCIPLE AND SYSTEM

主 编 姜秀英

副主编 张 均 李 駟



天津大学出版社
TIANJIN UNIVERSITY PRESS

卓越系列·教育部高职高专自动化技术类专业教指委推荐教材

过程控制原理与系统

PROCESS CONTROL PRINCIPLE AND SYSTEM

主 编 姜秀英

副主编 张 均 李 骥

 天津大学出版社
TIANJIN UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

过程控制原理与系统/姜秀英主编. —天津:
天津大学出版社, 2008. 2
ISBN 978-7-5618-2621-8

I. 过… II. 姜… III. ①过程控制 - 理论②过程
控制 - 控制系统 IV. TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 004846 号

出版发行 天津大学出版社
出 版 人 杨欢
地 址 天津市卫津路 92 号天津大学内(邮编:300072)
网 址 www.tjup.com
电 话 发行部:022-27403647 邮购部:022-27402742
印 刷 廊坊市长虹印刷有限公司
经 销 全国各地新华书店
开 本 169mm × 239mm
印 张 13
字 数 270 千
版 次 2008 年 2 月第 1 版
印 次 2008 年 2 月第 1 次
印 数 1 - 4 000
定 价 26.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页等质量问题,烦请向我社发行部门联系调换

版权所有 侵权必究

前 言

“过程控制原理与系统”是生产过程自动化技术专业的一门核心课程,对于该专业的高职学生来说,学好本门课程是非常重要的,它是集思想性和实践性于一体的一门课程。

随着科学技术的迅猛发展,自动化技术已成为化工过程控制的核心技术。由于生产过程的连续化、大型化、复杂化,使得广大工艺生产技术人员必须学习和掌握必要的自动化原理与系统方面的知识,为自动控制系统的参数整定和集散控制系统的学习奠定良好基础。

本书主要介绍了经典控制理论的基本概念、基本理论及基本分析方法,控制系统的基本控制规律,简单控制系统和复杂控制系统的参数整定方法,并与高级过程控制系统实训课题紧密结合,使学生真正掌握参数的整定。全书共7章,在编写过程中,力争突出下列特色。

(1)本书针对高等职业教育的特点,突出理论联系实际,尤其是在控制理论部分,力争减少繁杂的理论推导过程,注重结论及应用。经典控制理论虽然有多种分析方法,本书只介绍常用的时域分析法和频域分析法。本书集教学内容的先进性与叙述的深入浅出为一体,渗透了作者多年的教学经验。

(2)为了使本书中的理论与生产实际紧密结合,在控制系统部分编写的过程中,特聘了企业专家参加编写和审核,本书的大部分实训课题均来自于企业一线的真实控制方案,对于提高学生实践能力具有很强的指导作用。

(3)本书将控制理论与控制系统的基本内容整合在一起,各章后面给出了思考题及习题,供广大师生与读者参考。

本书由天津渤海职业技术学院姜秀英老师担任主编,李骥老师和天津欧波精密仪器有限公司高级工程师张均担任副主编,天津大沽化工有限公司计控处正高级工程师李宝利担任教材的主审。

本书的绪论及第5、6章由姜秀英编写,第1章由董会英编写,第2章由闫昆编写,第3、4章由张均编写,第7章由李骥编写。

由于作者的水平有限,加之时间仓促,书中难免存在疏漏之处,恳请读者提出宝贵意见。

编者

2008年1月

目 录

0 过程控制原理与系统概述	(1)
思考题及习题	(7)
1 控制系统的数学模型与传递函数	(9)
1.1 过程控制的特点	(9)
1.2 微分方程的建立	(11)
1.3 拉氏变换的概念	(13)
1.4 拉氏变换运算定理	(17)
1.5 拉氏反变换	(19)
思考题及习题	(20)
2 控制系统的传递函数及化简	(22)
2.1 传递函数	(22)
2.2 典型环节的传递函数和功能框图	(23)
2.3 框图的变换、化简和系统闭环传递函数的求取	(30)
2.4 过程控制系统的传递函数	(34)
思考题及习题	(36)
3 时域分析	(41)
3.1 线性系统的时域分析	(41)
3.2 对象特性测试实训	(47)
思考题及习题	(52)
4 线性系统的频域分析	(54)
4.1 频域特性	(54)
4.2 稳定性及稳定裕量	(76)
4.3 过程自动控制系统中的性能指标	(79)
4.4 二阶最佳系统	(80)
4.5 三阶最佳系统	(81)
4.6 应用举例	(82)
思考题及习题	(84)
5 过程控制系统基本知识	(86)
5.1 过程控制系统的组成	(86)
5.2 过渡过程和品质指标	(88)
5.3 过程控制系统典型对象特性	(93)
5.4 高级过程控制对象系统介绍	(99)

5.5 锅炉内胆温度特性的测试实训	(103)
5.6 电动调节阀流量特性的测试实训	(106)
5.7 过程控制系统基本控制规律	(108)
5.8 锅炉内胆水温位式控制系统实训	(119)
思考题及习题	(122)
6 简单控制系统	(125)
6.1 简单控制系统被控变量与操纵变量的选择	(125)
6.2 简单控制系统控制规律与调节阀的选择	(128)
6.3 简单控制系统的方案实施	(132)
6.4 简单控制系统的投运和工程整定	(136)
6.5 水箱液位定值控制系统实训	(143)
思考题及习题	(150)
7 复杂控制系统	(152)
7.1 串级控制系统	(152)
7.2 比值控制系统	(173)
7.3 前馈控制系统	(186)
思考题及习题	(199)
参考文献	(201)

0

过程控制原理与系统概述

一、控制原理的发展史

所谓过程控制就是在无人直接参与的情况下,通过控制器使被控对象或过程自动地按照预定指标要求进行。过程控制是自动控制中的重要分支,其作为一门科学是从 1945 年发展起来的,主要用于工业领域中对压力、温度、流量、位移、湿度、黏度的控制。自动控制更多地应用于军事领域,应用到飞机自动驾驶,火炮自动跟踪,导弹、卫星、宇宙飞船的控制当中。目前自动控制已经渗透到大系统、交通管理、图书管理等更广泛的领域中。

控制系统的发展过程可分为如下四个阶段。

1. 胚胎萌芽期(1945 年以前)

18 世纪以后,蒸汽机的使用提出了调速稳定等问题,使自动控制开始在有关领域得到应用。例如:1765 年俄国人波尔祖诺夫发明了锅炉水位调节器;1788 年英国人瓦特发明了调速器,利用小球离心调节器使蒸汽机转速保持恒定;1877 年产生了奈氏判据和劳斯稳定判据。

19 世纪前半叶,发电机、电动机的使用促进了水利、水电站的遥控和程控的发展以及电压、电流的自动调节技术的发展。

19 世纪末、20 世纪初,内燃机的使用促进了飞机、汽车、船舶、机器制造业和石油工业的发展,产生了伺服控制和过程控制。

20 世纪初到第二次世界大战期间,军事工业发展很快,飞机、雷达、火炮上已广泛应用了伺服控制。在此期间总结了自动调节技术和反馈放大器技术,搭起了经典控制理论的架子,但还没有形成一门学科。

2. 经典控制理论时期(1940—1960)

1945 年美国人伯德(Bode)的“网络分析与放大器的设计”奠定了经典控制理论的基础。经典控制理论在 50 年代趋于成熟,对单输入、单输出系统进行分析,产生了频率法、根轨迹法、相平面法、描述函数法等分析方法,这些方法主要讨论系统稳定性的代数 and 几何判据以及校正网络等问题。本书主要介绍频率法。

3. 现代控制理论时期(20 世纪 50 年代末—20 世纪 60 年代初)

空间技术的发展提出了许多复杂控制问题。用于导弹、人造卫星和宇宙飞船上的卡尔曼(Kalman)“控制系统的一般理论”奠定了现代控制理论的基础,解决了多输入、多输出、时变参数、高精度复杂系统的控制问题,由于篇幅的关系,本书不予以介绍。

4. 大系统和智能控制时期(20 世纪 70 年代至今)

20 世纪 70 年代以后各学科相互渗透,需要分析的系统越来越大,越来越复杂,例如人工智能、模拟人脑功能、机器人等。由于计算机技术和现代应用数学研究的迅速发展,大系统理论和人工智能控制取得了很大的进展。

二、过程控制系统要解决的基本问题

过程控制是使一个或多个被控量按照另一个给定量的变化而变化或保持恒定,一般来说如何使控制量按照给定量的变化规律变化,就是一个控制系统要解决的基本问题。生产过程控制技术的应用极大地提高了控制参数的稳定性、准确性,提高了劳动生产率,而且减轻了人的劳动强度。在某些人们不能直接参与工作的场合就更离不开自动控制技术了。

三、开环控制与闭环控制

过程控制系统有多种分类方法。可以按被控变量的物理性质,如温度、压力、流量、液位等分类;也可按调节器的控制规律来分类;也有按构成控制系统结构的复杂程度来分类。按控制系统的输出信号是否反馈到系统的输入端可将过程控制分为两类。

若通过某种装置将能反映输出量的信号引回到输入端,去影响控制信号,这种作用称为“反馈”。通常按照控制系统是否设有反馈环节来进行分类:设有反馈环节的,称为闭环控制系统;不设反馈环节的,则称为开环控制系统。这里所说的“环”是指由反馈环节构成的回路。下面将概括地介绍这两种控制系统的控制特点。

1. 开环控制

开环控制是指控制装置与被控对象之间只有顺向作用而没有反向联系的控制过程,按这种方式组成的系统称为开环控制系统,其特点是系统的输出量不会对系统的

控制作用产生影响,该系统不具备自动修正的能力,其输入可分为给定值输入和干扰输入。

例如,一般的洗衣机就是一个开环控制系统,其浸湿、洗涤、漂清和脱水过程都是依设定的时间程序依次进行的,而无须对输出量(如衣服清洁程度、脱水程度等)进行测量。又如,普通机床的自动加工过程也是开环控制。它是根据预先设定的加工指令(切削深度、行程距离)进行加工的,而不去检测其实际加工的程度。

开环控制系统又分两种。一种是按设定值进行控制,如蒸汽加热器,其蒸汽流量与设定值保持一定的函数关系,当设定值变化时,操纵变量随之变化,图 0.1(a)为其原理图。另一种是按扰动量进行控制,即所谓前馈控制,如图 0.1(b)所示。被控变量的变化没有反馈到调节器的输入端,没有利用偏差产生调节作用影响被控变量。图 0.2 为开环控制框图。

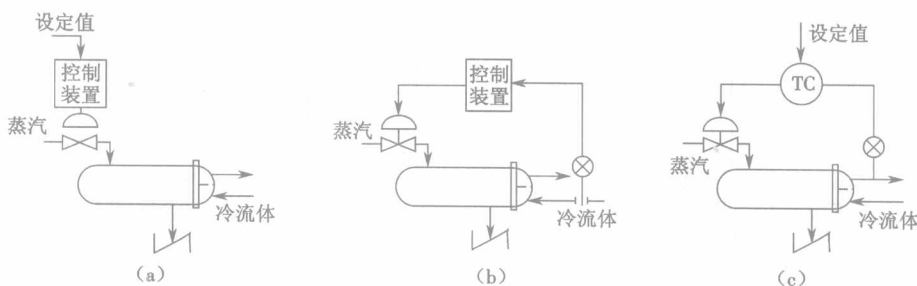


图 0.1 控制系统基本结构

(a)按设定值控制的开环系统;(b)按扰动控制的开环系统;(c)闭环控制系统



图 0.2 开环控制框图

由于开环系统无反馈环节,一般结构简单,系统稳定性好,成本也低,这也是开环系统的优点。因此,在输出量和输入量之间的关系固定,且内部参数或外部负载等扰动因素影响不大,或者是这些扰动因素产生的误差可以预测并能进行补偿时,应尽量采用开环控制系统。

开环控制的缺点是当控制过程受到各种扰动因素影响时,会直接影响输出量,而系统不能自动进行调节。特别是当无法预计的扰动因素使输出量产生的偏差超过允许的限度时,开环控制系统便无法满足技术要求,这时就应考虑采用闭环控制系统。

2. 闭环控制

闭环控制是将输出量直接或间接反馈到输入端形成闭环、参与控制的控制方式。若由于干扰的存在,使得系统实际输出偏离期望输出,系统自身便利用负反馈产生的偏差所取得的控制作用再去消除偏差,使系统输出量恢复到期望值,这正是反馈工作

原理。因此,闭环控制具有较强的抗干扰能力。图 0.1(c)的温度控制是闭环控制系统。图 0.3 所示为电炉箱恒温自动控制系统。一个由电阻丝通电加热的电炉箱,由于其炉壁散热和增、减工件,使炉温产生变化,而这种变化通常是无法预先确定的。因此,若工艺要求保持炉温恒定,则开环控制将无法自动补偿,必须采用闭环控制。由于需要保持恒定的物理量是温度,所以最常用的方法便是采用温度负反馈。由图 0.3 可见,采用热电偶来检测温度,并将炉温转换成电压信号 U_{IT} (毫伏级),然后反馈至输入端与给定电压 U_{sT} 进行比较。由于是采用负反馈控制,因此两者极性相反,两者的差值 ΔU ($\Delta U = U_{sT} - U_{IT}$) 称为偏差电压。此偏差电压作为控制电压,经电压放大和功率放大后,去驱动直流伺服电动机(控制电动机电枢电压),电动机经减速器带动调压变压器的滑动触头来调节炉温。电炉箱闭环控制框图如图 0.4 所示。

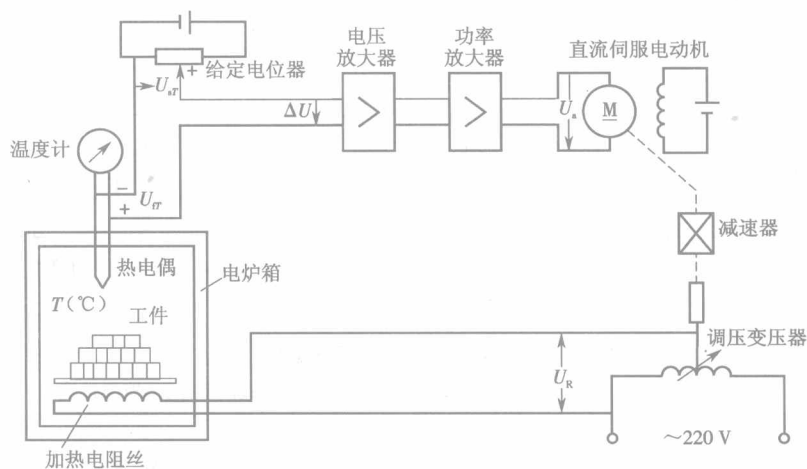


图 0.3 电炉箱恒温自动控制系统

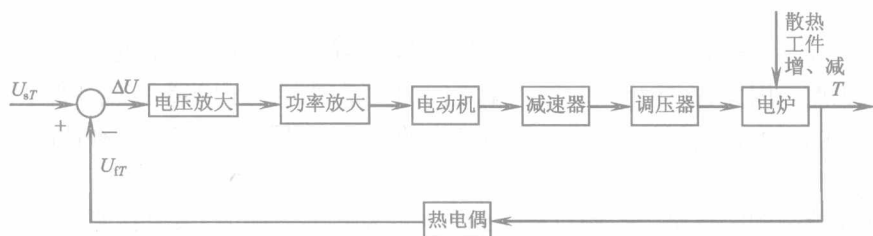


图 0.4 电炉箱闭环控制框图

当炉温偏低时, $U_{IT} < U_{sT}$, $\Delta U = (U_{sT} - U_{IT}) > 0$, 偏差电压极性为正, 此偏差电压经电压放大和功率放大后, 产生的电压 U_a (设 $U_a > 0$) 供给电动机电枢, 使电动机“正”转, 带动调压器滑点右移, 从而使电炉供电电压 (U_R) 增加, 电流加大, 炉温上升, 直至炉温升至给定值, 即 $T = T_{sT}$ (T_{sT} 为给定值), $U_{IT} = U_{sT}$, $\Delta U = 0$ 时为止。这样炉

温可自动调节,并保持恒定。

炉温自动调节过程如图 0.5 所示。

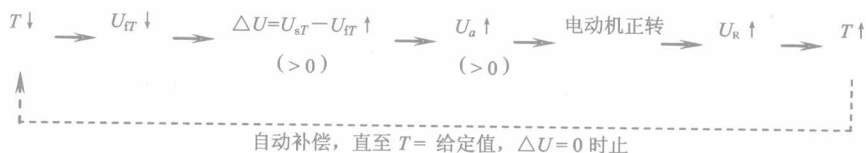


图 0.5 炉温自动调节过程

反之,当炉温偏高时,则 ΔU 为负,经放大后使电动机“反”转,滑点左移,供电电压减小,直至炉温降至给定值。

炉温处于给定值时, $\Delta U = 0$, 电动机停转。

由以上分析可见,反馈控制可以自动进行调节,这是闭环控制的一个突出的优点。当然,闭环控制要增加检测、反馈比较、调节器等部件,会使系统复杂、成本提高;而且闭环控制会带来副作用,使系统的稳定性变差,甚至使系统不稳定。这是采用闭环控制时必须重视并要加以解决的问题。

3. 开环控制与闭环控制的比较

开环控制特点:结构简单,成本低廉,工作稳定,当输入信号和扰动能预先知道时,控制效果较好;但是不能自动修正被控制量的偏离,系统的元件参数变化以及外来的未知扰动对控制精度影响较大。

闭环控制特点:优点是具有自动修正被控制量出现偏离的能力,可以修正元件参数变化以及外界扰动引起的误差,控制精度高;其缺点是被控量可能出现振荡,甚至发散。

四、过程控制系统的分类

1. 定值控制系统

所谓定值控制系统,是指这类控制系统的设定值是恒定不变的。蒸汽加热器在工艺上要求出口温度按设定值保持不变,因而它是一个定值控制系统。定值控制系统的基本任务是克服扰动对被控变量的影响,即在扰动作用下仍能使被控变量保持在设定值(给定值)或在允许范围内。化工生产领域里的自动控制系统,凡要求工艺条件不变的,都属于这种控制系统。

2. 随动控制系统

随动控制系统也称为自动跟踪系统,这类系统的设定值是一个未知的变化量。这类控制系统的主要任务是使被控变量能够尽快地、准确无误地跟踪设定值的变化,而不考虑扰动对被控变量的影响。在化工生产中,有些比值控制系统就属于此类。例如要求甲流体的流量和乙流体的流量保持一定的比值,当乙流体的流量变化时,要

求甲流体的流量能快速而准确地随之变化。由于乙流体的流量变化在生产中可能是随机的,所以相当于甲流体的流量设定值也是随机的,故属于随动控制系统。航空中的导航雷达系统、电视台的天线接收系统,都是随动控制系统。

3. 程序控制系统

程序控制系统也称顺序控制系统。这类控制系统的设定值也是变化的,但它是已知的时间函数,即设定值按预定的时间程序变化,被控参数自动跟踪设定值。(程序控制系统的实例如化工生产中,间歇反应器的升温控制系统,食品工业中的罐头杀菌温度控制,造纸中纸浆蒸煮的温度控制,机械工业中的退火炉温度控制以及工业炉、干燥窑等周期作业的加热设备控制等。)在这类生产过程中,要求按工艺规程规定、随时间变化的函数,如具有一定的升温时间、保温时间和降温时间等,程序控制的设定值根据设定程序自动改变,系统按设定程序自动运行,直到整个程序完成。

值得注意的是,随着自动化工具的发展,控制手段和方法的增多,系统也复杂了,往往在一个系统中有几个局部的环节。在应用闭环系统时,并不单纯地看系统中有没有闭环,而是看有没有包括系统输出信号在内的闭环,因为只有输出反馈到设定值所构成的闭环才会对改进系统质量最直接、最有效。

图 0.6 所示为一水位控制系统的示意图,下面来分析其控制过程。

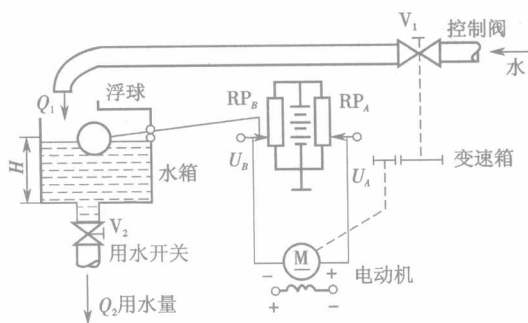


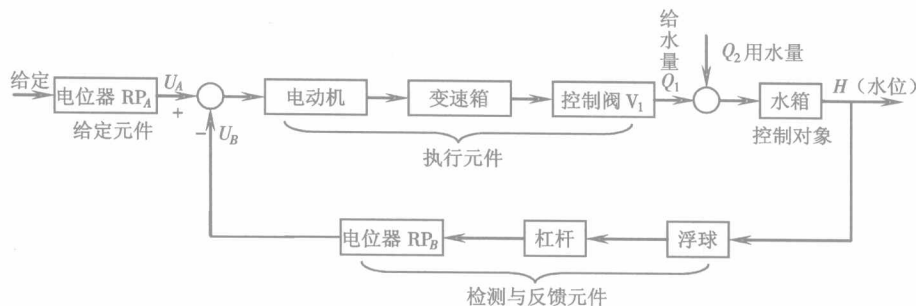
图 0.6 水位控制系统示意图

1) 系统的组成

由图可见,系统的控制对象是水箱,被控制量(或输出量)是水位高度 H ,使水位 H 发生改变的外界因素是用水量 Q_2 ,因此, Q_2 为负载扰动量(它是主要扰动量)。使水位能保持恒定的可控因素是给水量 Q_1 。

控制给水量 Q_1 的是由电动机驱动的控制阀门 V_1 ,因此,电动机—减速箱—控制阀便构成执行元件。电动机的供电电压 $U = U_A - U_B$,其中 U_A 由给定电位器 RP_A (电位器 RP_A 为给定元件)给定, U_B 由电位器 RP_B 给出, U_B 的大小取决于浮球的位置,而浮球的位置取决于水位 H ,因此,由浮球—杠杆—电位器 RP_B 就构成水位的检测和反馈环节。 U_A 为给定量, U_B 为反馈量, U_B 与 U_A 极性相反,所以为负反馈。

根据以上的分析,便可画出组成该水位控制系统的框图,如图 0.7 所示。



2) 工作原理

当系统处于稳态时,此时电动机停转, $U = U_A - U_B$, 即 $U_B = U_A$; 同时, $Q_1 = Q_2$, $H = H_0$ (稳态值)。若设用水量 Q_2 增加, 则水位 H 将下降, 通过浮球及杠杆的反馈作用, 将使电位器 RP_B 的滑点上移, U_B 将增大; 这样 $U = U_A - U_B < 0$, 此电压使电动机反转, 经减速后, 驱动控制阀 V_1 , 使阀门开大 (这是安装时做成的), 从而使给水量 Q_1 增加; 使水位不再下降, 且逐渐上升并恢复到原位。这个自动调节的过程一直要继续到 $Q_1 = Q_2$, $H = H_0$ (回复到原水位), $U_B = U_A$, $U = 0$, 电动机停转为止。其自动调节过程的流程图如图 0.8 所示。

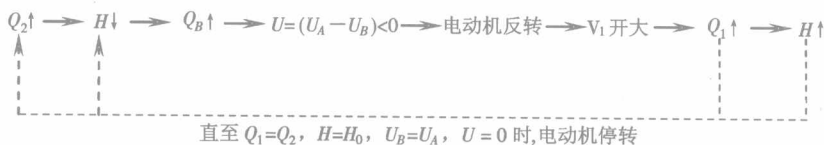


图 0.8 水位控制的自动调节过程流程图

思考题及习题

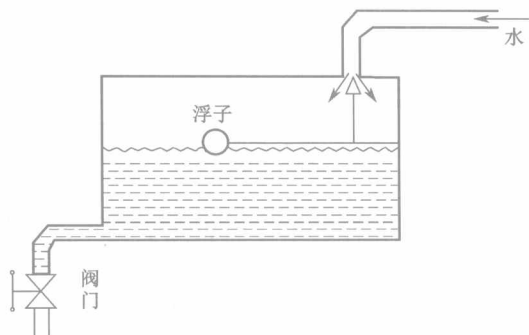
一、指出下列系统中哪些属于开环控制, 哪些属于闭环控制。

1. 家用电冰箱
2. 家用空调
3. 抽水马桶
4. 普通车床
5. 电饭煲
6. 多速电风扇

二、判断下列系统属于恒值控制系统, 还是随动控制系统或者是过程控制系统。

1. 电饭煲
2. 空调机
3. 燃气热水器
4. 仿形加工机床
5. 母子钟系统
6. 自动跟踪雷达
7. 家用交流稳压器
8. 数控加工中心
9. 啤酒生产线

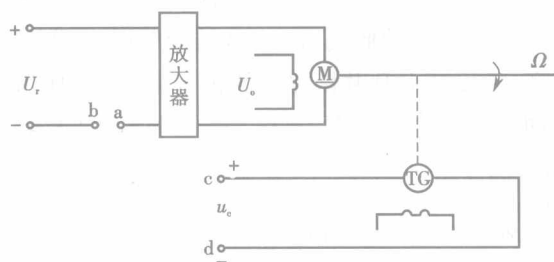
三、题图 0.1 表示一个水位自动控制系统,试说明其作用原理。



题图 0.1 水位自动控制系统

四、题图 0.2 为电动机速度控制系统原理示意图。要求:

1. 将该速度控制系统接成负反馈系统;
2. 画出系统原理方框图。

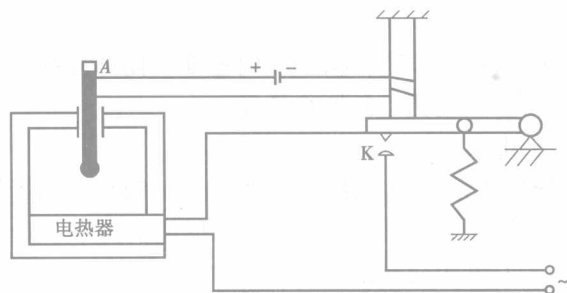


题图 0.2 电动机速度控制系统原理示意图

M—电动机; U_r —给定参考电压; U_o —M 的电枢电压;

Ω —M 的输出轴角速度; TG—测速发电机; u_c —TG 的输出电压

五、题图 0.3 为温度自动控制系统,改变 A 点位置可以改变恒温温度。试说明该系统的工作原理和性能,并指出它属何种类型。



题图 0.3 温度自动控制系统

1

控制系统的数学模型与传递函数

1.1 过程控制的特点

在化工生产中,常见的控制对象有各类换热器、精馏塔、流体输送设备和化学反应器等。此外,在一些辅助系统中,气源、热源及动力设备(如空压机、辅助锅炉、电动机等)也可能是需要控制的对象,本章着重研究连续生产过程中各种对象的特性,因此有时也称研究过程的特性。

各种对象千差万别,有的对象操作很稳定,很容易;有的对象则不然,只要稍不小心就会超越正常工艺条件,甚至造成事故。有经验的操作人员往往很熟悉这些对象。只有充分了解和熟悉这些对象,生产操作才能得心应手,才能获得高产、优质、低消耗的操作结果。同样,在自动控制系统中,当采用一些自动化装置来模拟人工操作时,首先也必须深入了解对象的特性和它的内在规律,才能根据工艺对控制质量的要求设计合理的控制系统,选择合适的被控变量和操纵变量,选用合适的测量元件和控制器。在控制系统投入运行时,也要根据对象特性选择合适的控制器参数(也称控制器参数的工程整定),使系统正常地运行,特别是一些比较复杂的控制方案设计,例如前馈控制、计算机最优控制等,更离不开对象特性的研究。

所谓研究对象的特性,就是用数学方法来描述对象输入量与输出量之间的关系。这种对象特性的数学描述称为对象的数学模型。在建立对象的数学模型(建模)时,一般将被控变量看作对象的输出量,也叫输出变量;而将干扰作用和控制作用看作对象的输入量,也叫输入变量。由对象的输入变量至输出变量的信号联系称为通道,控制作用至被控变量的信号联系称为控制通道,干扰作用至被控变量的信号联系称为干扰通道。在研究对象特性时,应预先指明对象的输入量是什么,输出量是什么。因

为对于同一个对象,不同通道的特性可能是不同的。

在控制系统的分析和设计中,对象的数学模型是十分重要的基础资料。对象的数学模型可分为静态数学模型和动态数学模型。静态数学模型描述的是对象在静态时输入量与输出量之间的关系,动态数学模型描述的是对象在输入量改变以后输出量的变化情况。静态与动态是对象特性的两个方面,可以说,动态数学模型是在静态数学模型基础上的发展,静态数学模型是动态数学模型达到平衡状态时的一个特例。

数学模型的表达形式主要有两大类:一类是非参量形式,称为非参量模型;另一类是参量形式,称为参量模型。

1. 非参量模型

当数学模型采用曲线或数据表格等来表示时,称为非参量模型。非参量模型可以通过记录试验结果来得到,有时也可以通过计算来得到。它的特点是形象、清晰,比较容易看出其定性的特征。但是,由于它们缺乏数学方程的解析性质,直接利用它们来进行系统的分析和设计往往比较困难,必要时可以对它们进行一定的数学处理来得到参量的变化规律。输入形式的不同,主要有阶跃反应曲线、脉冲反应曲线、矩形脉冲反应曲线、频率特性曲线等,这些曲线一般都可以通过试验直接得到。

2. 参量模型

当数学模型采用数学方程式来描述时,称为参量模型。对象的参量模型可以用描述对象输入、输出关系的微分方程式、偏微分方程式、状态方程式、差分方程式等形式来表示。

对于线性的集中参数对象,通常可用常系数线性微分方程式来描述,如果 $x(t)$ 表示输入量, $y(t)$ 表示输出量,则对象特性可用下列微分方程式来描述:

$$\begin{aligned} a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \cdots + a_1 y'(t) + a_0 y(t) \\ = b_m x^{(m)}(t) + b_{m-1} x^{(m-1)}(t) + \cdots + b_1 x'(t) + b_0 x(t) \end{aligned} \quad (1.1)$$

其中 $y^{(n)}(t)$, $y^{(n-1)}(t)$, $\cdots$, $y'(t)$ 分别表示 $y(t)$ 的 n 阶, $(n-1)$ 阶, $\cdots$, 一阶导数; $x^{(m)}(t)$, $x^{(m-1)}(t)$, $\cdots$, $x'(t)$ 分别表示 $x(t)$ 的 m 阶, $(m-1)$ 阶, $\cdots$, 一阶导数; a_n , a_{n-1} , $\cdots$, a_1 , a_0 及 b_m , b_{m-1} , $\cdots$, b_1 , b_0 分别为方程中的各项系数。

在允许的范围内,多数化工对象的动态特性可以忽略输入量的导数项,因此可表示为

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \cdots + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = x(t) \quad (1.2)$$

例如:一个对象如果可以用一个一阶微分方程式来描述其特性(通常称一阶对象),则可表示为

$$a_1 y'(t) + a_0 y(t) = x(t) \quad (1.3)$$

或表示成

$$Ty'(t) + y(t) = Kx(t) \quad (1.4)$$

式中: $T = \frac{a_1}{a_0}$, $K = \frac{1}{a_0}$ 。

以上方程式中的系数 $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0, b_m, b_{m-1}, \dots, b_1, b_0$ 以及 T, K 等都可以认为是相应的参量模型中的参量。它们与对象的特性有关,一般需要通过对象的内部机理进行分析或处理大量的实验数据才能得到。

1.2 微分方程的建立

列写系统微分方程的步骤如下:

- ①确定系统的输入量和输出量;
- ②根据系统所遵循的基本定律,依次列写出各元件的运动方程;
- ③消去中间变量,得到只含输入、输出量的标准形式;
- ④将方程标准化,即将与输入有关的项放在等号的右边,与输出有关的项放在等号左边。

如果推导出被控对象的数学模型是一阶微分方程,则称这类对象具有一阶特性;如果推导出被控对象的数学模型是二阶微分方程,则称这类对象具有二阶特性。

【例 1】 设有电阻、电容的电路,如图 1.1 所示。试求系统的微分方程。

解 输入量为电压 $u_r(t)$, 输出量为电压 $u_c(t)$, 根据基尔霍夫定律有

$$u_r(t) = Ri + u_c(t)$$

$$\text{而 } u_c(t) = \frac{1}{C} \int i dt, \text{ 两边求导并整理得 } i = C \frac{du_c(t)}{dt}, \text{ 代入上式得}$$

$$RC \frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = u_r(t)$$

令 $T = RC$

则

$$T \frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = u_r(t)$$

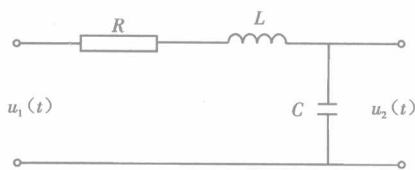


图 1.2 L, C, R 串联电路

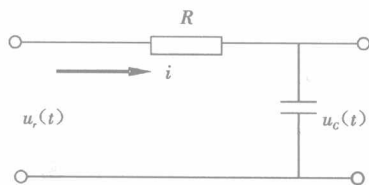


图 1.1 R, C 串联电路

【例 2】 设有电感 L 、电容 C 和电阻 R 组成的电路,如图 1.2 所示。试求系统的微分方程。

解 输入量为电压 $u_1(t)$, 输出量为电压 $u_2(t)$, 根据基尔霍夫定律有

$$u_1(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t)$$