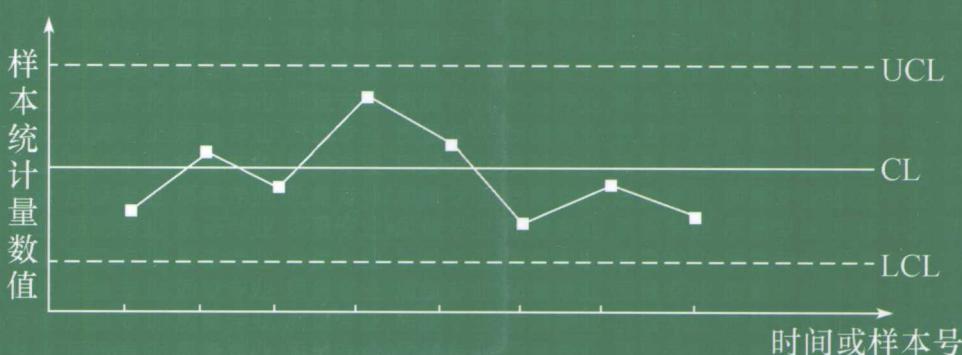


# 质量专业技术人员职业资格

## 应试指南及习题解析(中级)

# 质量专业理论与实务

质量专业技术人员职业资格考试辅导用书编写组 编写



质量专业技术人员职业资格应试指南及习题解析（中级）

# 质量专业理论与实务

质量专业技术人员职业资格考试辅导用书编写组 编写

## 内容简介

本书严格依据 2008 年考试大纲精心编写而成，全书共由概率统计基础知识、常用统计技术、抽样检验、统计过程控制、可靠性基础知识、质量改进等六章内容组成，以备考重点、考点练习、一问一答、冲刺试题等形式为考生提供专业、系统化的考前辅导。

此书可供参加质量专业考试者和广大的质量管理实际工作者参考使用。

## 图书在版编目 (CIP) 数据

质量专业理论与实务/质量专业技术人员职业资格考试辅导用书编写组编写. —哈尔滨：哈尔滨工程大学出版社，2008. 5

[质量专业技术人员职业资格应试指南及习题解析（中级）]

ISBN 978 - 7 - 81133 - 192 - 9

I. 质… II. 质… III. 质量管理—工作人员—资格考核—自学参考资料 IV. F273.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 025933 号

---

出版发行 哈尔滨工程大学出版社  
社址 哈尔滨市南岗区东大直街 124 号  
邮编 150001  
发行电话 0451-82519328  
传真 0451-82519699  
经销 新华书店  
印刷 北京通州京华印刷制版厂  
开本 850mm×1168mm 1/16  
印张 17  
字数 491 千字  
版次 2008 年 5 月第 1 版  
印次 2008 年 5 月第 1 次印刷  
定价 40.00 元  
<http://press.hrbeu.edu.cn>  
E-mail: heupress@hrbeu.edu.cn  
网上书店: [www.kejibook.com](http://www.kejibook.com)  
对本书内容有任何疑问及建议, 请与本书责编联系。邮箱: dayi88@sina.com

---

# 前　　言

质量专业技术人员职业资格考试是由国家质量技术监督局与国家人事部共同组织的考试。根据《质量专业技术人员职业资格考试暂行规定》的要求，2007年国家质检总局对涉及人体健康、人身财产安全等某些重要产品的生产企业，如实行生产许可证管理、强制性产品认证管理的企业，提出了关键质量岗位需具备质量专业职业资格的要求。同时，要求申请各级名牌产品评价、质量奖评价的企业要有一定数量获得质量专业职业资格的人员。

自实行职业资格考试制度以来，累计共有7万余人通过考试获得了质量专业技术人员资格证书。从历年的考试情况来看，质量专业职业资格考试每年的考试通过率并不是很高，2001年通过率是18.5%，2002年考试合格率是28.93%，2003年考试合格率是31.64%，2004年考试合格率是37.6%，2005年考试合格率是37.68%，2006年考试合格率是23.11%，2007年考试合格率是34.26%，这与考生的知识基础、学习方法和学习的勤奋程度有着直接关系。

为了使大家能够顺利地通过考试和掌握更多的质量专业知识，我们根据以往考试的试题和考试大纲，编写了《质量专业技术人员职业资格应试指南及习题解析（中级）》配套辅导系列教材，本套教材共由《质量专业综合知识》和《质量专业理论与实务》两个分册组成。本书为《质量专业理论与实务》，具体内容安排如下：首先对考试大纲进行了简单介绍，对备考重点进行了讲解。为了强化大家的学习效果，又出了大量的附有答案的练习题供大家在学习中进一步巩固知识。此外还对每章的知识进行了小结，利用“一问一答”的形式对教材中的难点和重点进行了详细的讲解。最后按照考试的题量出了三套模拟试题，让大家自行模拟，了解自己的解题速度，并对知识进行查漏补缺。为帮助考生熟悉考题特点及形式，我们还在书末附了2007年考试真题和美国质量工程师考试题选编与解答。此书可供参加质量专业考试者和广大的质量管理实际工作者参考使用。

质量专业资格考试是对在职人员的考试，考试的目的是要分出合格与不合格，是对职业技能和知识的考查，而不是选拔尖子生，因此考生要按照《考试大纲》规定的“掌握”、“熟悉”、“了解”三个层次的不同要求和考试教材所涵盖的内容进行学习备考。

从历年考试结果看，“理论与实务”考试科目的合格率低于“综合知识”，这说明考生对统计技术的应用缺乏相应的实践，多选题似是而非，基本概念不很清楚。相对于“综合知识”而言，“理论与实务”更多的是要求对考试内容的理解，因此考生对基础知识一定要很清楚，书至少要看3遍。书中有大量的公式不但需要记忆，还要懂得运用，这是学习中的难点。此外“理论与实务”中的各章节内容前后连贯，要注意理解，勤做练习，熟悉题型。在学习备考中虽然不提倡题海战术，但应了解基本的考试题型，对解题思路、方法和技巧要有一定的训练。特别是综合性练习题，应反复训练，才能达到轻车熟路。强化练习对考试无疑是有帮助的，但习题应在理解的基础上去做，切不可死记硬背或强记答案。做习题可以强化一些模棱两可的概念，发现学习中的盲点，通过多做习题，可以掌握基本的考试题型，当面对100道考题的时候，不至于感到生疏而产生紧张情绪，该拿的分数拿不到。

在考试中，考生首先应浏览全卷，将平常接触过或概念清楚的题先做完，再去理解和分析其他考题，以确保应得的分数。首先从题型说都是选择题，因此有一定的运气成分。单选题中只有一个答案正确，每题 1 分，一般来说这些题是比较容易的题目。多选题每题 2 分，备选项有 5 个，其中至少有 2 个答案是正确的，但不可能全对。而且它的评分原则是少选的话，按照每个 0.5 分计算，多选则不得分，建议在做这种题时，至少选 2 个选项比较合算。综合分析题每题 2 分，备选项有 4 个，由单选和多选组成。一般情况下是先有一段小的说明，然后设置若干问题。这个问题如果是涉及数字的，那么基本是单选了，如果涉及理论的比较多，那么多选的概率就比较大，但是多选也不可能是全部正确的，也就是说至少有 1 个选项是错误的。

总之，对自己要有信心，对考试要有必胜的信念，争取一次通过，不要在学习中松懈或给自己留有余地，等到明年再考。真诚希望本套丛书能对您顺利通过资格考试有所帮助！

本套丛书由赵彦格、王建胜主编，在编写过程中，我们还得到了有关专家的大力支持与帮助，并提出了宝贵的修改意见，在此向他们表示诚挚的谢意！

尽管我们在编写过程中做了很大努力，但由于时间仓促，加之编者知识、水平的局限，仍难免有不少欠妥甚至错误之处，衷心希望读者批评指正，以便我们不断修正完善。

为更好地服务于考生和防止盗版，随书赠书价值 30 元的维思远程教育网校（[www.wesiedu.com](http://www.wesiedu.com)）学习卡一张，冲抵学习费用以及享受网站提供的其他增值服务，使用方法详见学习卡背面说明。

质量专业技术人员职业资格考试辅导用书编写组



# 目 录

<b>第一章 概率统计基础知识</b> .....	(1)
<b>第一节 概率基础知识</b> .....	(1)
考试大纲 .....	(1)
备考重点 .....	(1)
考点练习 .....	(6)
<b>第二节 随机变量及其分布</b> .....	(10)
考试大纲 .....	(10)
备考重点 .....	(11)
考点练习 .....	(21)
<b>第三节 统计基础知识</b> .....	(25)
考试大纲 .....	(25)
备考重点 .....	(26)
考点练习 .....	(29)
<b>第四节 参数估计</b> .....	(32)
考试大纲 .....	(32)
备考重点 .....	(32)
考点练习 .....	(34)
<b>第五节 假设检验</b> .....	(36)
考试大纲 .....	(36)
备考重点 .....	(36)
考点练习 .....	(40)
<b>小 结</b> .....	(45)
一问一答 .....	(51)
<b>第二章 常用统计技术</b> .....	(52)
<b>第一节 方差分析</b> .....	(52)
考试大纲 .....	(52)
备考重点 .....	(52)
考点练习 .....	(55)
<b>第二节 回归分析</b> .....	(57)
考试大纲 .....	(57)
备考重点 .....	(58)
考点练习 .....	(62)
<b>第三节 试验设计</b> .....	(66)
考试大纲 .....	(66)



备考重点 .....	(66)
考点练习 .....	(69)
小 结 .....	(73)
一问一答 .....	(75)
<b>第三章 抽样检验 .....</b>	<b>(77)</b>
<b>第一节 抽样检验的基本概念 .....</b>	<b>(77)</b>
考试大纲 .....	(77)
备考重点 .....	(77)
考点练习 .....	(81)
<b>第二节 计数标准型抽样检验 .....</b>	<b>(85)</b>
考试大纲 .....	(85)
备考重点 .....	(85)
考点练习 .....	(87)
<b>第三节 计数调整型抽样检验及 GB/T 2828.1 的使用 .....</b>	<b>(89)</b>
考试大纲 .....	(89)
备考重点 .....	(90)
考点练习 .....	(93)
<b>第四节 孤立批抽样检验及 GB/T 15239 的使用 .....</b>	<b>(96)</b>
考试大纲 .....	(96)
备考重点 .....	(96)
考点练习 .....	(97)
<b>第五节 其他抽样检验方法 .....</b>	<b>(98)</b>
考试大纲 .....	(98)
备考重点 .....	(99)
考点练习 .....	(100)
<b>第六节 抽样检验的实施 .....</b>	<b>(102)</b>
考试大纲 .....	(102)
备考重点 .....	(102)
考点练习 .....	(103)
<b>小 结 .....</b>	<b>(104)</b>
一问一答 .....	(107)
<b>第四章 统计过程控制 .....</b>	<b>(109)</b>
<b>第一节 统计过程控制概述 .....</b>	<b>(109)</b>
考试大纲 .....	(109)
备考重点 .....	(109)
考点练习 .....	(110)
<b>第二节 控制图原理 .....</b>	<b>(111)</b>
考试大纲 .....	(111)
备考重点 .....	(111)
考点练习 .....	(113)



<b>第三节 分析用控制图和控制用控制图</b>	.....	(116)
考试大纲	.....	(116)
备考重点	.....	(116)
考点练习	.....	(118)
<b>第四节 过程能力与过程能力指数</b>	.....	(120)
考试大纲	.....	(120)
备考重点	.....	(120)
考点练习	.....	(124)
<b>第五节 常规控制图的作法及其应用</b>	.....	(126)
考试大纲	.....	(126)
备考重点	.....	(126)
考点练习	.....	(130)
<b>第六节 过程控制的实施</b>	.....	(133)
考试大纲	.....	(133)
备考重点	.....	(133)
考点练习	.....	(135)
<b>小 结</b>	.....	(136)
一问一答	.....	(140)
<b>第五章 可靠性基础知识</b>	.....	(141)
<b>第一节 可靠性的基本概念及常用度量</b>	.....	(141)
考试大纲	.....	(141)
备考重点	.....	(141)
考点练习	.....	(144)
<b>第二节 基本的可靠性设计与分析技术</b>	.....	(147)
考试大纲	.....	(147)
备考重点	.....	(148)
考点练习	.....	(152)
<b>第三节 可靠性试验</b>	.....	(156)
考试大纲	.....	(156)
备考重点	.....	(156)
考点练习	.....	(157)
<b>第四节 可靠性管理</b>	.....	(159)
考试大纲	.....	(159)
备考重点	.....	(159)
考点练习	.....	(161)
<b>小 结</b>	.....	(162)
一问一答	.....	(165)
<b>第六章 质量改进</b>	.....	(166)
<b>第一节 质量改进的概念及意义</b>	.....	(166)
考试大纲	.....	(166)



备考重点 .....	(166)
考点练习 .....	(167)
<b>第二节 质量改进的步骤和内容 .....</b>	<b>(169)</b>
考试大纲 .....	(169)
备考重点 .....	(170)
考点练习 .....	(172)
<b>第三节 质量改进的组织与推进 .....</b>	<b>(174)</b>
考试大纲 .....	(174)
备考重点 .....	(174)
考点练习 .....	(175)
<b>第四节 质量改进的工具与技术 .....</b>	<b>(176)</b>
考试大纲 .....	(176)
备考重点 .....	(177)
考点练习 .....	(184)
<b>第五节 质量管理小组活动 .....</b>	<b>(193)</b>
考试大纲 .....	(193)
备考重点 .....	(193)
考点练习 .....	(196)
<b>第六节 六西格玛管理 .....</b>	<b>(198)</b>
考试大纲 .....	(198)
备考重点 .....	(198)
考点练习 .....	(201)
<b>小 结 .....</b>	<b>(204)</b>
一问一答 .....	(208)
<b>临考冲刺模拟试题 .....</b>	<b>(209)</b>
模拟试题(一) .....	(209)
参考答案 .....	(219)
模拟试题(二) .....	(223)
参考答案 .....	(233)
模拟试题(三) .....	(236)
参考答案 .....	(247)
<b>附:2007年质量专业理论与实务(中级)考试真题 .....</b>	<b>(251)</b>
美国质量工程师考试题选编与解答 .....	(261)



# 第一章 概率统计基础知识

## 引言

在产品的整个生命周期的各个阶段，在所有过程的运行和结果中均可观察到变异，提高质量的途径便是持续地减少变异，一致满足顾客的要求，而统计技术可以帮助我们对观察到的变异进行测量、描述、分析、解释和建模，更好理解变异的性质、程度和原因，从而有助于解决甚至防止由变异引起的问题，并促进持续改进。作为质量工作者，要想更好地了解有关的统计技术并运用到实践活动中，就需要掌握必要的概率统计知识。

### 第一节 概率基础知识

#### 考试大纲

1. 掌握随机现象与事件的概念
2. 熟悉事件的运算（对立事件、并、交与差）
3. 掌握概率是事件发生可能性大小的度量的概念
4. 熟悉概率的古典定义及其简单计算
5. 掌握概率的统计定义
6. 掌握概率的基本性质
7. 掌握事件的互不相容性和概率的加法法则
8. 掌握事件的独立性、条件概率和概率的乘法法则

#### 备考重点

##### 一、事件与概率

###### (一) 随机现象

在一定条件下，并不总是出现相同结果的现象称为随机现象。随机现象有两个特点：

- (1) 随机现象的结果至少有两个；
- (2) 至于哪一个出现，事先并不知道。

只有一个结果的现象称为确定性现象。

随机现象和确定性现象的区别是：看结果确定性，现象的结果是否能够预先知道，如果能够预先知道是确定性现象，否则是随机现象。

认识一个随机现象首先要知道它的一切可能发生的基本结果。这里的基本结果称为样本点，随机现象一切可能样本点的全体称为这个随机现象的样本空间，常记为  $\Omega$ 。



## (二) 随机事件

随机现象的某些样本点组成的集合称为随机事件，简称事件，常用大写字母  $A$ 、 $B$ 、 $C$  等表示。

### 1. 随机事件的特征

(1) 任一事件  $A$  是相应样本空间  $\Omega$  中的一个子集。在概率论中常用一个长方形示意样本空间  $\Omega$ ，用其中一个圆示意事件  $A$ ，一般我们用维恩 (Venn) 图表示。

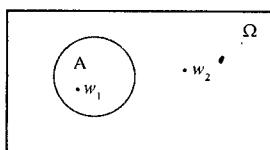


图 1-1

(2) 事件  $A$  发生当且仅当  $A$  中某一样本点发生。只要  $A$  中某个样本点发生事件  $A$  发生。

(3) 事件  $A$  的表示可用集合，也可用语言，但所用语言必须是准确无误的。

(4) 任一样本空间  $\Omega$  都有一个最大子集，这个最大子集就是  $\Omega$ ，它对应的事件称为必然事件，仍然用  $\Omega$  表示。

(5) 任一样本空间  $\Omega$  都有一个最小子集，这个最小子集就是空集，它对应的事件称为不可能事件，记为  $\phi$ 。

### 2. 随机事件之间的关系

在一个随机现象中常会遇到许多事件，它们之间有下列三种关系。

(1) 包含：在一个随机现象中有两个事件  $A$  与  $B$ ，若事件  $A$  中任一个样本点必在事件  $B$  中，则称事件  $A$  被包含在事件  $B$  中，或事件  $B$  包含事件  $A$ ，记为  $A \subset B$ ，或  $B \supset A$ ，如图 1-2。

特别对任一事件  $A$  有  $\Omega \supset A \supset \phi$ 。

(2) 互不相容：在一个随机现象中有两个事件  $A$  与  $B$ ，若事件  $A$  与  $B$  没有相同的样本点，则称事件  $A$  与  $B$  互不相容。互不相容事件不可能同时发生，如图 1-3。

这种互不相容可以推广到三个或更多事件的互不相容。

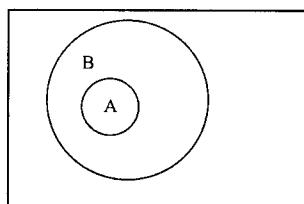


图 1-2

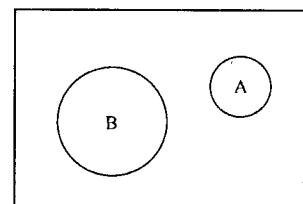


图 1-3

(3) 相等：在一个随机现象中有两个事件  $A$  与  $B$ ，若事件  $A$  与  $B$  含有相同的样本点，则称事件  $A$  与  $B$  相等，记为  $A=B$ 。若  $A \subset B$ ，且  $B \subset A$ ，则  $A=B$ ；反之，如果  $A=B$ ，则  $A \subset B$ ，且  $B \subset A$ 。

## (三) 事件的运算

### 1. 事件运算的种类

(1) 对立事件：在一个随机现象中， $\Omega$  是样本空间， $A$  为事件，由  $\Omega$  中而在  $A$  中的样本点组成的事件称为  $A$  的对立事件，记为  $\bar{A}$ 。如图 1-4，其中的阴影部分就表示  $A$  的对立事件  $\bar{A}$ 。 $\bar{A}$  就是表示  $A$  不发生。对立事件是相互的， $A$  的对立事件是  $\bar{A}$ ， $\bar{A}$  的对立事件是  $A$ 。特别地，必然事件  $\Omega$  与不可能事件  $\phi$  互为对立事件，即  $\bar{\Omega}=\phi$ ， $\bar{\phi}=\Omega$ 。

显然有

$$A \cup \bar{A} = \Omega, A \cap \bar{A} = \phi$$



(2) 事件  $A$  与  $B$  的并：由事件  $A$  与  $B$  中所有的样本点（相同的只计入一次）组成的新事件称为  $A$  与  $B$  并，记为  $A \cup B$ ，如图 1-5。并事件  $A \cup B$  发生意味着“事件  $A$  与  $B$  中至少有一个发生”。显然有：

- ①  $A \cup A = A$ ;
- ②  $A \subset A \cup B, B \subset A \cup B$ ;
- ③ 若  $A \subset B$ ，则  $A \cup B = B$ ；特别地， $A \cup \Omega = \Omega, A \cup \emptyset = A$ 。

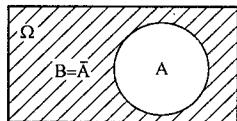


图 1-4

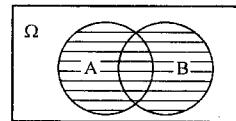


图 1-5

(3) 事件的交：由事件  $A$  与  $B$  中公共的样本点组成的新事件称为事件  $A$  与  $B$  的交，记为  $A \cap B$  或  $AB$ ，如图 1-6。交事件  $A \cap B$  发生意味着“事件  $A$  与  $B$  同时发生”。显然有：

- ①  $A \cap B \subset A, A \cap B \subset B$ ;
- ② 若  $A \subset B$ ，则  $A \cap B = A$ ；特别地， $A\Omega = A$ ;
- ③ 若  $A$  与  $B$  互不相容，则  $AB = \emptyset$ ；特别地， $\emptyset A = \emptyset$ 。

注：事件的交和并可推广到更多个事件的情形。

(4) 事件的差：由属于事件  $A$  而不属于事件  $B$  的样本点组成的新事件称为  $A$  对  $B$  的差，记为  $A - B$ ，表示事件  $A$  发生而事件  $B$  不发生的事件，如图 1-7。显然， $B - A$ ，表示  $B$  对  $A$  的差，一般  $A - B \neq B - A$ 。显然有：

- ① 不要求  $A \supset B$ ，才有  $A - B$ ，若  $A \subset B$ ，则  $A - B = \emptyset$ ;
- ② 若  $A$  与  $B$  互不相容，则  $A - B = A, B - A = B$ ;
- ③  $A - B = A - A \cap B$ ;
- ④  $A - B = A\bar{B}$  [证明： $A - B = A - AB = A(\Omega - B) = A\bar{B}$ ]。

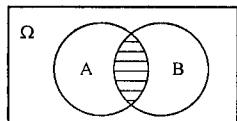


图 1-6

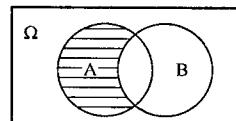


图 1-7

## 2. 事件的运算性质

- (1) 交换律： $A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$ ;
- (2) 结合律： $A \cup B (B \cup C) = (A \cup B) \cup C, A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ ;
- (3) 分配律： $A \cup B (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C), A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- (4) 对偶律： $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}, \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ 。

以上的性质没有必要死记硬背，可以利用维恩图判断其正误。

掌握了这些符号的含义，也可以把两个事件推广到三个事件。

**【例 1-1】**设  $A, B, C$  为任意三个事件，试用  $A, B, C$  的运算关系表示下列各事件：

- ① 三个事件中至少一个发生  $A \cup B \cup C$
- ② 没有一个事件发生（由对偶律）  $\overline{ABC} = \overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C}$ （由对偶律）
- ③ 恰有一个事件发生  $\overline{ABC} \cup \overline{AB}\bar{C} \cup \overline{A}\bar{B}C$
- ④ 至多有两个事件发生（考虑其对立事件）

$$(\bar{A}\bar{B}C \cup A\bar{B}\bar{C} \cup \bar{A}\bar{B}C) \cup (\bar{A}\bar{B}C \cup \bar{A}\bar{B}\bar{C} \cup A\bar{B}\bar{C}) = \bar{A}\bar{B}\bar{C} = \bar{A} \cup \bar{B} \cup \bar{C}$$

⑤至少有两个事件发生

$$\bar{A}\bar{B}\bar{C} \cup \bar{A}\bar{B}C \cup \bar{A}\bar{B}\bar{C} \cup ABC = AB \cup BC \cup CA$$

#### (四) 概率

所谓概率，就是事件发生可能性大小的度量。

概率是一个介于 0~1 之间的数，因为可能性都是介于 0%~100% 之间的。概率愈大，事件发生的可能性就愈大；概率愈小，事件发生的可能性就愈小。

特别地，不可能事件的概率为 0，必然事件的概率为 1，即  $P(\phi) = 0$ ,  $P(\Omega) = 1$ 。

## 二、古典概率的定义与统计定义

### (一) 概率的古典定义

(1) 所涉及的随机现象只有有限个样本点，设共有  $n$  个样本点；

(2) 每个样本点出现的可能性相同（等可能性）；

(3) 若被考察的事件  $A$  含有  $k$  个样本点，则事件  $A$  的概率为：

$$P(A) = \frac{k}{n} = \frac{A \text{ 中所含样本点}}{\Omega \text{ 中样本点的总数}} \quad (1-1)$$

### (二) 排列与组合

用古典方法求概率，经常需要用到排列与组合的公式。现简要介绍如下：

排列与组合是两类计数公式，它们的获得都基于如下两条计数原理。

(1) 乘法原理：如果做某件事需经  $k$  步才能完成，其中做第一步有  $m_1$  种方法，做第二步有  $m_2$  种方法……做第  $k$  步有  $m_k$  种方法，那么完成这件事共有  $m_1 \times m_2 \times \dots \times m_k$  种方法。

(2) 加法原理：如果做某件事可由  $k$  类不同方法之一去完成，其中在第一类方法中又有  $m_1$  种完成方法，在第二类方法中又有  $m_2$  种完成方法……在第  $k$  类方法中又有  $m_k$  种完成方法，那么完成这件事共有  $m_1 + m_2 + \dots + m_k$  种方法。

### (3) 排列与组合的定义及其计算公式

①排列：从  $n$  个不同元素中任取  $r$  ( $r \leq n$ ) 个元素排成一列称为一个排列。按乘法原理，此种排列共有  $n \times (n-1) \times \dots \times (n-r+1)$  个，记为  $P_n^r$ 。若  $r=n$ ，称为全排列，全排列数共有  $n!$  个，记为  $P_n$ ，即：

$$P_n^r = n \times (n-1) \times \dots \times (n-r+1), \quad P_n = n!$$

②重复排列：从  $n$  个不同元素中每次取出一个作记录后放回，再取下一个，如此连续取  $r$  次所得的排列称为重复排列。按乘法原理，此种重复排列共有  $n^r$  个。注意，这里的  $r$  允许大于  $n$ 。

③组合：从  $n$  个不同元素中任取  $r$  ( $r \leq n$ ) 个元素并成一组（不考虑他们之间的排列顺序）称为一个组合，此种组合数为：

$${n \choose r} = \frac{P_n^r}{r!} = \frac{n(n-1)\dots(n-r+1)}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

特别的规定  $0! = 1$ ，因而  ${n \choose 0} = 1$ 。另外，在组合中， $r$  个元素“一个接一个取出”与“同时取出”是等同的。

### (三) 概率的统计定义

(1) 与事件  $A$  有关的随机现象是可以大量重复试验的。

(2) 若在  $n$  次重复试验中，事件  $A$  发生  $k_n$  次，则事件  $A$  发生的频率为：

$$f_n(A) = \frac{k_n}{n} = \frac{\text{事件 } A \text{ 发生的次数}}{\text{重复试验次数}} \quad (1-2)$$

频率  $f_n(A)$  能反映事件  $A$  发生的可能性大小。



(3) 频率  $f_n(A)$  将会随着重复试验次数不断增加而趋于稳定, 这个频率的稳定值就是事件  $A$  的概率。在实际中人们无法把一个试验无限次地重复下去, 只能用重复试验次数  $n$  较大时的频率去近似表示概率。

### 三、概率的性质及其运算法则

#### (一) 概率的基本性质及加法法则

性质 1: 概率是非负的, 其数值介于 0 与 1 之间, 即对任意事件  $A$ , 有:

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

特别地, 不可能事件的概率为 0, 必然事件的概率为 1, 即

$$P(\emptyset) = 0, P(\Omega) = 1$$

性质 2: 若  $\bar{A}$  是  $A$  的对立事件, 则:

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

或

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

性质 3: 若  $A \supset B$ , 则:

$$P(A - B) = P(A) - P(B)$$

性质 4: 事件  $A$  与  $B$  的并的概率为:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

这个性质称为概率的加法法则。特别地, 若  $A$  与  $B$  互不相容, 即

若  $P(AB) = P(\emptyset) = 0$ , 则:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

性质 5: 对于多个互不相容事件  $A_1, A_2, \dots$ , 有:

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots) = P(A_1) + P(A_2) + \dots$$

#### (二) 条件概率及概率的乘法法则

条件概率涉及两个事件  $A$  与  $B$ , 在事件  $B$  发生的条件下, 事件  $A$  发生的概率称为条件概率, 记为  $P(A | B)$ 。条件概率的计算公式为:

$$P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)}, P(B) > 0 \quad (1-3)$$

为了帮助大家理解, 我们用图 1-8 来说明 1-3 式中各符号的含义:  $P(B)$  是事件  $B$  的面积除以样本空间的面积,  $P(AB)$  是图中的阴影部分的面积除以样本空间的面积,  $P(A | B)$  是阴影部分的面积除以事件  $B$  的面积。

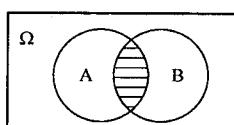


图 1-8

注: ①  $P(B) = 0$  时, 条件概率无意义 [即条件不能是不可能事件]。

②  $P(A/\Omega) = P(A\Omega) / P(\Omega) = P(A)$  [即  $P(A)$  是特殊的条件概率]。

1-3 式表明: 条件概率可用两个特定的 (无条件) 概率之商来计算, 在举例说明之前, 先导出概率的乘法公式。

性质 6: 对任意两个事件  $A$  与  $B$  有:

$$P(AB) = P(A | B) P(B) = P(B | A) P(A) \quad (1-4)$$

其中第一个等式要求  $P(B) > 0$ , 第二个等式要求  $P(A) > 0$ 。这一性质可以从图 1-8 中很容易看出。

### (三) 独立性和独立事件的概率

设有两个事件  $A$  与  $B$ , 假如其中一个事件的发生不影响另一个事件的发生与否, 则称事件  $A$  与  $B$  相互独立。

性质 7: 假如两个事件  $A$  与  $B$  相互独立, 则  $A$  与  $B$  同时发生的概率为:

$$P(AB) = P(A)P(B) \quad (1-5)$$

两个事件的相互独立性可以推广到三个或更多个事件的相互独立性。

性质 8: 假如两个事件  $A$  与  $B$  相互独立, 则在事件  $B$  发生的条件下, 事件  $A$  的条件概率  $P(A|B)$  等于事件  $A$  的(无条件)概率  $P(A)$ 。这是因为:

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(A)P(B)}{P(B)} = P(A) \quad (1-6)$$

## 考点练习

### 一、单项选择题

1. 在一个随机现象中有两个事件  $A$  与  $B$ , 事件  $A$  与  $B$  指的是( )。  
 A. 事件  $A$  与  $B$  至少有一个发生      B. 事件  $A$  与  $B$  同时发生  
 C. 事件  $A$  与  $B$  都不发生      D. 事件  $A$  发生且事件  $B$  不发生

**【答案】A**

**【解析】**由于  $A$ 、 $B$  是一个随机现象中的两个事件, 故在此现象中两个至少有一个发生。而不是选项 B 和 C 的结果, 对于选项 D 则也可能是  $B$  发生, 故不能选择。

2. 某企业总经理办公室由 10 人组成, 现从中选正、副主任各一人(不兼职), 将所有可能的选举结果构成样本空间, 则其中包含的样本点共有( )个。  
 A. 8      B. 16      C. 90      D. 4

**【答案】C**

**【解析】**假设给 10 人编号, 现选择 1 号为正主任, 另 9 人选为副主任的样本点为 9 个; 选 2 号为正主任, 另 9 人选为副主任的样本点同样为 9 个, 依此类推, 可知包含的样本点的个数为  $10 \times 9 = 90$  (个)。

3. 抛三枚骰子, 观察其点数之和, 将可能的点数之和构成样本空间, 则其中包含的样本点共有( )个。  
 A. 6      B. 16      C. 18      D. 15

**【答案】B**

**【解析】**首先要看好题意是“将点数之和构成样本空间”, 则由三枚骰子掷点可知, 其和自 3 点至 18 点, 故包含的样本空间应为 16 个。

4. 8 件产品中有 3 件不合格品, 每次从中随机抽取一只(取出后不放回), 直到把不合格品都取出, 将可能抽取的次数构成样本空间, 则其中包含的样本点共有( )个。  
 A. 4      B. 10      C. 6      D. 7

**【答案】C**

**【解析】**可能的抽取次数为: 最少时抽取 3 件全为不合格品, 即抽取 3 次把不合格品全抽出来; 最多时抽取 8 次才全部把不合格品取出, 故含的样本点为: 3、4、5、6、7、8 共 6 个样本点, 答案选 C。

5. 10 件产品有 2 件不合格品, 现从中随机抽取 3 件, 则至少有一件不合格品的概率可表示



为( )。

- A.  $C_2^1 \cdot C_8^2 / C_{10}^3$   
 B.  $(C_2^1 \cdot C_8^2 + C_2^2 \cdot C_8^1) / C_{10}^3$   
 C.  $C_2^2 \cdot C_8^1 / C_{10}^3$   
 D. 以上都不对

**【答案】B**

**【解析】** 至少有一件不合格品的概率为：抽取 3 件有一件不合格品和抽取 3 件有 2 件不合格品的和。

6. 100 件产品中有 5 件不合格品，现从中依次抽取 2 件，则第一次抽到合格品且第二次抽到不合格品的概率可表示为( )。

- A.  $\frac{95}{100} + \frac{5}{99}$   
 B.  $\frac{95}{100} - \frac{5}{99}$   
 C.  $\frac{95}{100} \times \frac{5}{99}$   
 D. 以上都不对

**【答案】C**

**【解析】** 第一次抽取合格品是从 100 件中抽取 95 件中的一个，第二次抽取到的不合格品是从剩下的 99 件中抽取 5 件不合格品中的 1 件，故应选 C。

7. 10 把钥匙中有 3 把能打开房门，现从中随机抽取 2 把钥匙，则不能打开房门的概率可表示为( )。

- A.  $C_7^2 / C_{10}^2$   
 B.  $C_3^1 \cdot C_7^1 / C_{10}^2$   
 C.  $C_3^2 / C_{10}^2$   
 D. 以上都不对

**【答案】A**

**【解析】** 不能打开房门的选择是从不能打开房门的 7 把钥匙中选择 2 把，则不能打开房门的概率为 A。

8. 某种产品的日产量很大，不合格品率为 0.02，今从中随机抽取三件，则其中恰有 0 件不合格品的概率约为( )。

- A. 0.98  
 B. 0.94  
 C. 0.01  
 D. 0.06

**【答案】B**

**【解析】** 因产品日产量很大，故  $P(A) = P(\text{I})^3 = (1 - 0.02)^3 = 0.94$

9. 若事件 A 发生导致事件 B 发生，则下列结论成立的是( )。

- A. 事件 A 发生的概率大于事件 B 发生的概率  
 B. 事件 A 发生的概率小于事件 B 发生的概率  
 C. 事件 B 发生的概率等于事件 A 发生的概率  
 D. 事件 B 发生的概率不小于事件 A 发生的概率

**【答案】D**

**【解析】** A 发生导致 B 发生，则 A 发生的概率小于或等于 B 发生的概率，故答案选 D。

10. 事件“随机抽取 5 件产品，至少有 4 件合格品”与事件“随机抽取 5 件产品，恰有 1 件不合格品”的关系是( )。

- A. 包含  
 B. 相互对立  
 C. 互不相容  
 D. 以上都不是

**【答案】A**

**【解析】** 前一命题包含有只有 1 件合格品和没有合格品两方面的内容，故后一命题包含在前一命题中。

11. 一盒圆珠笔共有 12 支，其中 11 支是合格品；另一盒铅笔也有 12 支，其中有 2 支不合格品。现从两盒中各取一支圆珠笔和铅笔，则这两支笔都是合格品的概率是( )。

- A.  $\frac{11}{12}$   
 B.  $\frac{10}{12}$   
 C.  $\frac{55}{72}$   
 D.  $\frac{3}{24}$

**【答案】C**

**【解析】** 第一盒圆珠笔取到合格品的概率为  $11/12$ ，第二盒铅笔取到合格品的概率为  $10/12$ ，两盒都取到合格品的概率为  $(11/12) \times (10/12)$ ，故选 C。



12. 某随机现象的样本空间共有 32 个样本点，且每个样本点出现的概率都相同，已知事件 A 包含 9 个样本点，事件 B 包含 5 个样本点，且 A 与 B 有 3 个样本点是相同的，则  $P(B|A)$  为（ ）。

A.  $\frac{9}{32}$

B.  $\frac{5}{32}$

C.  $\frac{3}{32}$

D.  $\frac{1}{3}$

【答案】D

【解析】此题意为 A 发生条件下 B 发生的概率，即 A 与 B 共有的 3 个样本点与 A 的 9 个样本点的比值。

13. 设 A、B 为两个随机事件，则  $P(A+B)$  可表示为（ ）。

A.  $P(A)+P(B)$

B.  $P(A)+P(B)-P(AB)$

C.  $P(A)+P(B)-P(A)\cdot P(B)$

D.  $1-P(\bar{A})-P(\bar{B})$

【答案】B

【解析】符合概率的基本性质 4：事件 A 与 B 的并的概率为：

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

14. 设 A、B 为两个事件，则  $P(AB)$  可表示为（ ）。

A.  $P(A) \cdot P(B)$

B.  $P(A) \cdot P(A|B)$

C.  $P(B) \cdot P(A|B), P(B) > 0$

D.  $1-P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B})$

【答案】C

【解析】符合概率的基本性质 6：对任意两个事件 A 与 B 有：

$$P(AB) = P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A)$$

15. 当事件 A 与 B 同时发生时，事件 C 必发生，则下列结论正确的是（ ）。

A.  $P(C) = P(AB)$

B.  $P(C) = P(A \text{ 并 } B)$

C.  $P(C) \text{ 大于等于 } P(A) + P(B) - 1$

D.  $P(C) \text{ 小于等于 } P(A) + P(B) - 1$

【答案】C

【解析】因为当事件 A 与 B 同时发生时，事件 C 必发生，这表明事件 AB 包含在事件 C 中，故  $P(C)$  大于等于  $P(AB)$ 。而  $P(A) + P(B) - P(AB) = P(A+B)$  小于等于 1，这表明  $P(AB)$  大于等于  $P(A) + P(B) - 1$ ，从而  $P(C)$  大于等于  $P(A) + P(B) - 1$ 。

16. 以下说法正确的是（ ）。

A. 随机事件的发生有偶然性与必然性之分，而没有大小之别

B. 随机事件发生的可能性虽有大小之别，但我们却无法度量

C. 随机事件发生的可能性的大小与概率没有必然联系

D. 概率愈大，事件发生的可能性就愈大，相反也成立

【答案】D

【解析】随机事件发生的可能性的大小就是事件的概率。

17. 装配某仪器要用到 228 个元器件，使用更先进的电子元件后，只要 22 只就够了。如果每个元器件或电子元件能正常工作 1000 小时以上的概率为 0.998，并且这些元件工作状态是相互独立的，仪表中每个元件都正常工作时，仪表才能正常工作，写出两种场合下仪表能正常工作 1000 小时的概率（ ）。

A. 0.595, 0.952

B. 0.634, 0.957

C. 0.692, 0.848

D. 0.599, 0.952

【答案】B

【解析】设事件 A=“仪表正常工作 1000 小时”，事件  $A_i=“\text{第 } i \text{ 个元件能正常工作 1000 小时}”$

1) 用元器件时有，