

工业仪表 与工程测试

陶珍东 魏才业 张昭忠 李树人 编著

GONGYE YIBIAO YU GONGCHENG CESHI



国防工业出版社

National Defense Industry Press

TH7/10

2008

工程机械系列教材

工业仪表与工程测试

陶珍东 魏才业 编著
张昭忠 李树人

国防工业出版社

·北京·

内 容 简 介

本书以传感器为基础,主要介绍工业生产中常见的温度、压力、流速和流量、物位、气体的成分、粉尘浓度等过程参数的测试方法及所涉及的工业仪表的工作原理、安装、使用方法等。书中既介绍了有关测试的经典理论,同时也引入了近年来工程测试理论研究及工业仪表开发研究的新成果。本书可作为有关工科专业本科学生的教科书,也可作为相关工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

工业仪表与工程测试 / 陶珍东等编著. —北京:国防工业出版社, 2008.3

(工程机械系列教材)

ISBN 978-7-118-05585-6

I. 工... II. 陶... III. 工业仪表-工程测量-高等学校-教材 IV. TH7

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 017143 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100044)

腾飞胶印厂印刷

新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张 14 字数 325 千字

2008 年 3 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—4000 册 定价 30.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)68428422

发行邮购:(010)68414474

发行传真:(010)68411535

发行业务:(010)68472764

前 言

随着传感器、网络、信息等技术的飞速发展,现代工业生产过程的控制已从原始的人工控制、传统仪表控制、计算机集中控制、集散控制、现场总线控制、以太网控制发展到目前的现代集成控制。现代集成控制是众多科学领域技术发展的必然结果,它使工业生产过程由自然变为必然,使人们的生活更加丰富多彩。

现代信息科学技术由“信息获得技术”、“信息传输技术”和“信息处理技术”三大部分所组成,其中,“信息获得”是实现自动化控制或智能控制的必要前提。借助于仪器仪表进行工业生产过程中有关过程参数的测试,从而获取测量信息理所当然地成为信息处理及过程控制不可或缺的基础,而各种传感器以及由其构成的各种仪器仪表则是信息获得的先驱,换言之,传感器是信息的源头。

无疑,参数测试与自动化控制具有密切的联系,但信息获得过程即过程参数的测试过程与控制过程毕竟又有区别。本书的侧重点是介绍工程应用中有关工艺参数的测试方法及相关的仪器仪表。工程实践意义上的测试内容实在太多,各自的测量特点也有所不同。本书主要介绍工业生产过程中经常遇到的温度、压力、流速和流量、物位、气体的成分、粉尘浓度等参数的测试方法及所涉及的工业仪表。

本书共分8章,由陶珍东主编并负责全书的统稿。具体编写分工是:第1、2、6、7、8章,陶珍东;第3章,魏才业;第4章,李树人;第5章,张昭忠。

济南大学赵蔚琳教授和沈远胜副教授对本书的编写内容提出了许多有益的建议,并提供了相关资料。谨向他们表示衷心的感谢。在编写过程中,本书还参考了大量文献资料,在此也向这些文献的作者们表示诚挚的谢意。

由于编者知识水平所限,书中难免存在不当之处,敬请读者批评指正。

编者

2007年12月

目 录

绪论	1
第1章 误差及其处理	5
1.1 测量误差及其分类	5
1.2 随机误差	7
1.3 粗差及坏值的剔除	14
1.4 系统误差	16
第2章 传感器	20
2.1 概述	20
2.2 参数型传感器	21
2.3 发电型传感器	27
2.4 光导纤维传感元件	32
2.5 智能传感器	33
第3章 温度的测量	37
3.1 温度的测量方法	37
3.2 热电偶温度计	37
3.3 电阻温度计	48
3.4 非接触式测温仪	51
3.5 水晶测温仪表	79
第4章 压力测量	81
4.1 概述	81
4.2 液柱式压力计	83
4.3 活塞式压力计	84
4.4 弹性压力表	87
4.5 应变式压力传感器	90
4.6 测压仪表的选择和安装	97
第5章 物位测量	101
5.1 概述	101
5.2 压差式物位计	103
5.3 电接点水位计	106
5.4 料位计	110
第6章 流速和流量测量	120
6.1 概述	120

6.2	容积式流量测量计	123
6.3	速度式流量测量技术与仪表	127
6.4	超声波流量测量方法与仪表	141
6.5	热线测速计	146
6.6	节流式流量计	151
6.7	差压式流量计	163
6.8	质量流量计	182
6.9	两相流体流量计标准装置	187
第7章	成分分析	195
7.1	概述	195
7.2	磁性氧量计	196
7.3	奥氏气体成分分析仪	197
7.4	CO ₂ 自动分析仪	199
7.5	红外线气体分析器	200
7.6	氧化锆氧量计	202
7.7	MSI COMPACT 烟气成分分析仪	208
第8章	粉尘浓度的测量	210
8.1	概述	210
8.2	取样管法测定粉尘浓度	210
8.3	光散射法粉尘浓度测定仪	215
8.4	β 射线吸收型粉尘浓度测定仪	216
8.5	石英晶体微天平	216
参考文献		219

绪 论

1. 工程测试技术的地位和作用

在科学研究中,任何科学理论的建立和科研成果的获得都必须通过大量的试验与测量,并通过对测量所获得的数据进行合理的分析和计算来验证科学理论或研究成果的正确性和可靠性。在工农业生产过程中,为了保证生产的正常进行,必须对生产过程中的各种参数进行定时定期或在线连续测量,并在分析测量结果的基础上,对生产过程进行监视和控制,以保证产品的质量。在这些测量过程中所应用的测量手段就是测量仪器或仪表,应用测量仪器或仪表来实现测量目的的技术称为测试技术,应用于工程实践的测试技术则称为工程测试技术。现代化的测试仪器是科学研究和生产实践的必要手段,其水平高低是科学技术发展的重要标志,同时也是科学研究和生产技术发展的重要技术基础。

测试技术是随着科学技术和生产实践的发展而发展的。科学技术的不断发展和生产实践水平的日益提高对测试手段和测试仪器提出了更高的要求,以满足更深更广的研究和更精细的生产控制需要,这大大促进了测试仪器以及测试技术的发展,而科学技术的发展又为研制新型的测试仪器提供了有力条件。近30年来,随着电子技术和计算机应用技术的飞速发展,传统的测试技术得到了明显的改进和改善,如测试准确度和灵敏度明显提高,测试速度显著加快,测试结果能连续实时自动记录,并可用计算机对测试结果进行分析计算以及实时完成生产过程的自动控制等。

科学研究和工程技术中所要测量的参数大多为非电量,如机械量的位移、速度和加速度,热工量的温度、压力和流量;成分量的化学成分和浓度以及状态量的颜色、磨损量和裂纹等。这些参数的物理特性或化学特性千差万别,在测量过程中,测量结果的传输和保存以及显示极不方便,因而促使人们利用电测技术所具有的测量精度高、反应速度快、数据传输方便并且能够连续自动记录等优点,研究用电量测试的手段来进行这些非电量的测试,于是形成了非电量电测技术。非电量电测技术具有两个方面的内容:①研究用电测手段测量非电量的仪器和仪表;②研究如何正确和快速地进行非电量的测试。

在工程技术领域,测试技术的作用有如下几个方面:

(1) 通过测量生产过程中的有关工艺参数,对生产过程的运行情况进行监视,使之保持在最佳的工作状况;或者对生产设备在运转过程中的有关技术参数进行测量,并对测试结果进行分析,判断设备的工作状态。

(2) 将生产过程中各种工艺参数的测量结果与设定的工艺参数数值相比较,并根据偏差的大小范围要求进行反馈,以实现对工艺参数的调控,保证生产过程的要求。

(3) 根据对工艺过程参数和设备性能参数测试结果的分析评价,发现存在的问题,并提出相应的工艺过程和设备性能的改进措施。在改进措施实施以后,是否达到了预期的

改进效果,仍需通过测试来分析和评定。这些测试结果是工艺过程参数以及设备性能参数进一步改进设计的基础。

(4) 通过测试技术手段研究机械系统的响应特性和系统参数以及进行载荷识别,为机械系统的动态设计提供依据。

机械制造、电力、石油、化学化工、冶金、建材、轻工食品和国防等工业生产加工过程中,都需要采用非电量的电测手段来对有关的参数进行测量,并且这种测量随着科技和生产的发展越来越多地从静态物理量测量向动态物理量测量方向发展。这就对测试仪器和测试手段提出了更高的要求。

2. 测试系统的组成及特点

一个测试系统要完成对被测量的测试,首先必须要获得被测量的信息,并且根据被测量信息的物理学特性,将其转换成容易处理和传输的电量信号,然后将电量信号所表示的信息进行变换或放大,再用指示仪或记录仪将信息显示或记录下来。有的测试系统还需要对信息进行处理,以获得反映实际被测量数值大小的测试结果。一般的测试系统包括传感器(信息的获得)、测量电路、放大器(信息的变换和调理)、数据处理装置(信息的处理)、显示与记录装置(信息的显示)。这些组成部分之间的关系如下图所示。



图 测试系统的组成

传感器处于被测对象与测试系统的接口位置,它是将被测量的非电信息转换成电信号的装置,因此是一个测试系统获得信号输入的重要元件。传感器直接从被测对象中提取被测量的信息,感受其变化并将其转换成便于测量的其他电量信号,例如,将速度转换成电压,将应变转换成电阻,将流量转换成压力等。因此,传感器获得信息的正确与否直接影响着整个测试系统的测量精度。

测量电路又称中间转换器,它的作用是将传感器输出的电信号进行传输、放大和转换等。测量电路的种类根据传感器的类型而不同,如电阻式传感器需采用一个电桥电路把电阻值的变化转换成电流或电压的变化输出,所以它属于测试信号的转换电路。由于测量电路的输出信号一般都比较小,不能直接驱动显示或记录装置工作,故常常需将信号加以放大,因此在测量电路中通常具有放大器。为了使被测量信号易于传输和处理,测量电路中有时还具有调制与解调器、模/数转换器等。

测试结果的显示通常有三种方式,即模拟显示、数字显示和图像显示。模拟显示是利用指针相对标尺的位置来读数;数字显示是用数字形式来显示测试结果的数值大小;图像显示则是利用屏幕显示读数或者被测参数的变化曲线。在实际测试过程中,有时不仅要读出被测量的具体数值,而且还要了解它的变化过程,尤其是在动态测试过程中,测试结果随时变化,无法用显示仪器指示,在这种情况下,必须将测量信号送入记录装置中自动

记录下来。常用的自动记录装置有笔式记录仪、光线示波器、磁带记录仪以及阵列式记录仪等。

以计算机为基础,配备部分外设装置组成测试信号的记录和处理系统,是近年来测试系统的发展趋势。测试系统中的计算机既可以完成测试结果的记录或显示,同时还能借助于软件程序,对测试结果进行计算和分析,使得测试系统的功能大大加强。

3. 现代工程测试技术的发展趋势

科学技术的快速发展和生产实践领域的不断扩大,对测试技术提出了越来越高的要求,因此也促进了测试技术的迅速发展。现代测试技术除了进一步提高测试的精度和可靠性外,总的发展趋势是测试系统的小型化、智能化、多功能化以及无接触化,其特点主要表现在下述几个方面。

(1) 仪器应用范围的扩大 随着科学技术的不断发展,对测试仪器的性能要求也在不断提高,特别是对生产实际和科学研究过程中极端参数的测量,要求提高原有测试仪器的技术指标,以扩大其应用范围。例如,液态金属温度的连续测量、超高温介质温度($2500^{\circ}\text{C} \sim 3000^{\circ}\text{C}$)的连续长时间测量、超低温温度的连续测量、超高压的测量以及超精度质量测量等。这些极端参数的测试要求测试仪器具有较大的测量范围,并且具有足够的精度和可靠性。

(2) 新型传感器的研究 测试技术应用的领域随着生产和科学研究的发展在不断扩大,需要测量的参数种类也在不断增加,如颜色、味觉、化学成分、超高温、超低温等,因此,促使人们不断地探讨新型的测量机理,研制新型的传感器以及测量系统。近年来,除了采用新的物理效应、化学反应以及生物功能外,还不断地研究具有仿生功能的新型传感器。在新型传感器的开发研究过程中,新型传感器敏感元件材料的开发与应用具有十分重要的意义。目前,半导体材料、陶瓷材料以及高分子聚合材料作为传感器敏感元件材料的研究正在不断深入,开发出了仿生化、智能化以及生物化的传感器。

(3) 多功能测试仪器的开发 传统的传感器大多是进行一个点的单参数测试,这已不能满足生产实际和科学研究发展的需要。在有些场合,希望在某一测量点测得多个参数,因此需要具有多种参数同时变换的传感器,并且测量电路能够将不同参数的电信号同时处理和记录,也就是要求测试系统的多参数测量和多功能化。例如,要同时测量一点的温度和湿度,就需要寻求一种能同时感受温度和湿度的敏感元件材料,并将其制造成同时将温度和湿度变换成不同电量的传感器,并且互不影响。由钛酸钡和钛酸锶组成的多孔陶瓷的电容量与温度有关,而其电阻值与湿度呈函数关系,这样就可以通过测量电容和电阻值间接获得温度和湿度的数值。

多功能化测试系统的另一层含义是指除传感器之外的其他测试部分具有普遍的通用性,即测量电路对电信号的转换和放大以及测试系统的显示和记录可应用于多种场合下不同种类参数的测量。对于不同参数的测量,只是对测试系统连接相应的合适传感器。这样,就使得测试系统的功能和应用范围得到了扩大。

(4) 测试系统的智能化 随着微电子技术的发展和计算机技术在调试领域的应用,微处理器与传感器的相互结合以及与测试信号处理过程的结合使得测试系统具有

一定的智能化功能。微电子处理器的信号调节与微机接口电路和信号处理电路可与传感器封装成一体,从而使传感器不仅具有信号检测能力,同时还可以对信号进行判断和处理,并且根据测试信号的变化自动调节信号处理电路的信号放大和传递方式。这样,可以使测量精度得到较大的提高,并且可以消除测试过程中的随机因素干扰,以得到精确的测试结果。

传感器的主要性能指标有:灵敏度、分辨率、精度、稳定性、重复性、线性度、迟滞、漂移、噪声、动态范围、带宽、响应时间、功耗、寿命、可靠性、互换性等。

传感器的主要性能指标有:灵敏度、分辨率、精度、稳定性、重复性、线性度、迟滞、漂移、噪声、动态范围、带宽、响应时间、功耗、寿命、可靠性、互换性等。

传感器的主要性能指标有:灵敏度、分辨率、精度、稳定性、重复性、线性度、迟滞、漂移、噪声、动态范围、带宽、响应时间、功耗、寿命、可靠性、互换性等。

传感器的主要性能指标有:灵敏度、分辨率、精度、稳定性、重复性、线性度、迟滞、漂移、噪声、动态范围、带宽、响应时间、功耗、寿命、可靠性、互换性等。

传感器的主要性能指标有:灵敏度、分辨率、精度、稳定性、重复性、线性度、迟滞、漂移、噪声、动态范围、带宽、响应时间、功耗、寿命、可靠性、互换性等。

传感器的主要性能指标有:灵敏度、分辨率、精度、稳定性、重复性、线性度、迟滞、漂移、噪声、动态范围、带宽、响应时间、功耗、寿命、可靠性、互换性等。

第 1 章 误差及其处理

1.1 测量误差及其分类

1.1.1 测量误差的概念

测量就是用一定的仪器、通过一定的实验方法把被测量与标准量进行比较,目的是测知被测量值的真实大小。但由于测量仪器精确度的限制、实验方法的不完善、环境条件的变化及测量者的知识和技术水平等原因,使仪器示值与被测量真值之间存在有差异,这个差值称为测量误差。误差是不能根除的,只能限制在某一范围内。

一般来说,真值是无法直接得到的,常用被测量的实际值或算术平均值来代替。

通常,把上一级计量标准器的量值作为实际值;将一组测量值的算术平均值作为该量的真值。

1.1.2 测量误差的分类

根据测量误差的性质及其产生的原因,可分为系统误差、随机误差和粗大误差。

(1) 系统误差:在相同条件下多次重复测量同一个量时,误差的大小和符号保持不变或按照一定规律(函数规律)变化,这种误差称为系统误差。产生系统误差的原因有:测量处理方法不完善;仪器零点调整不好;测量环境变化;测量者对仪器使用不当等。

系统误差的特点是按一定的规律变化,一般可通过实验或分析的方法,查明其变化的规律和产生的原因。因此,系统误差是可以预知,也是可以消除的,或者在产生系统误差后引进相应的修正值,对测量结果加以修正,使其减少或消除。

(2) 随机误差(偶然误差):在相同条件下多次重复测量同一量时,绝对值和符号以不可预定方式变化的误差分量,这种误差称为随机误差。

随机误差产生的原因为许多独立的、微小的、偶然的因素总和,如仪器仪表运动部件间的摩擦、接触电阻的变化等都是无规律的,其所引起的误差是随机的。

随机误差的特点是既不能用实验方法消除,也不能修正。但是,可利用概率论的一些理论和统计学的方法,找出误差的大小和出现次数的数学关系。即找出误差的分布规律,从随机误差的统计规律中了解其分布特性,从而判断误差的极限范围,评价随机误差的大小。

(3) 粗大误差:它是指明显歪曲了事实的测量结果,其值超过规定条件下的预期值的误差,又称疏失误差或粗差。

粗大误差产生的原因主要是操作者的粗枝大叶(如读数不正确、对错标记等)、测量条件的突然变化等。

粗大误差不是测量仪器本身固有的。测量中应保证仪器的正常工作条件,尽量避免

出现这类误差。含有粗大误差的测量值称为坏值,必须予以剔除,否则测量结果将不真实。

必须指出,上述三种性质的误差并非固定不变,在一定条件下可以互相转化。例如,在同一精确度等级的同类仪器仪表中,每台仪器的具体系统误差彼此不同。对使用者来说,它就具有随机性。由此可见,系统误差与随机误差就其本质而言并无区别,其区别仅在于误差在所指定的场合和条件下是服从统计规律,还是服从函数规律。

1.1.3 误差的表达形式

(1) 绝对误差:被测量的测量结果与其真值之差值称为绝对误差,用 δ 表示:

$$\delta = x - a \quad (1-1)$$

式中 x ——测量结果;

a ——被测量的真值。

绝对误差不能用来比较量程不同的同类仪器仪表,也不能比较不同类仪器仪表。

(2) 相对误差:绝对误差与被测量的真值之比称为相对误差,用 δ_R 表示:

$$\delta_R = \frac{\delta}{a} \times 100\% \quad (1-2)$$

相对误差是无量纲的数值。

对于同一台仪器,在整个测量范围内,相对误差一般不是常数,而随被测量的大小而变化。一般情况下,在测量下限附近的相对误差较测量上限值 $2/3 \sim 4/5$ 附近的大。仅此而言,它不利于仪器仪表之间的比较。为此采用了引用误差的概念。

(3) 引用误差:被测量的绝对误差与量程 D 的比值称引用误差,用 γ 表示,其表达式为:

$$\gamma = \frac{\delta}{D} \times 100\% \quad (1-3)$$

工程中常用最大引用误差 $\gamma_{\max}$ 来确定仪器仪表的精确度等级。精确度等级标明仪表的最大引用误差不会超过的界限。一般说来,A级精确度等级仪表,其最大引用误差不会超过 $A\%$ 。如 0.5 级电表的最大引用误差不会超过 0.5%。

引用误差是相对误差的一种表达形式,仅是对表达式的分子、分母规定了特定值。用相对误差和引用误差可比较数量级不同的被测量测量值、测量方法及测量装置的精度。在选用仪表时,应注意相对误差、引用误差的概念,并正确地使用仪表。

例 1-1 现有 0.5 级、 $0^\circ\text{C} \sim 300^\circ\text{C}$ 和 1.0 级、 $0^\circ\text{C} \sim 100^\circ\text{C}$ 的两支温度计,若欲测 100°C 以下的温度,选用哪支较合适?

解: 用 0.5 级的温度计测量,相对误差最大值为 $\delta_{R1} = \frac{300 \times 0.5\%}{100} = 1.5\%$; 用 1.0 级的温度计测量的相对误差最大值为 $\delta_{R2} = \frac{100 \times 1\%}{100} = 1.0\%$ 。由计算看出,选用 1.0 级的温度计较合适。因此,选用仪表时要精度等级和量程兼顾。

例 1-2 两个长度测量值,其中, $l_1 = (2.647 \pm 0.005) \text{ mm}$, $l_2 = (45618 \pm 1) \text{ m}$ 。就绝对误差而言, l_2 较 l_1 的绝对误差大得多;但从相对误差看, $\delta_{R1} = \pm 0.2\%$, $\delta_{R2} = \pm 0.002\%$ 。显然,后者的精度较前者高得多。

1.1.4 测量精度

测量精度是计量测试常用术语之一,它是指测量结果与真实值接近的程度。它与误差大小相对应。测量结果越接近真值,误差越小,测量精度越高;反之亦然。

精度有三项指标:

(1) 精密度:说明在相同工作条件下,对同一被测量进行多次测量时,其测量结果的不一致程度。不一致程度越小,表明测量越精密。它反映随机误差的影响程度。

(2) 正确度:说明仪表示值有规律偏离真值大小的程度。正确度反映系统误差的影响程度。

(3) 精确度(准确度):表示测量结果与真值的一致程度,反映系统误差和随机误差的综合影响程度。

精密度、正确度和精确度三者之间的关系如图 1-1 所示。图(a)的精密度好,但正确度差;图(b)的正确度好,但精密度差;图(c)的精确度好。

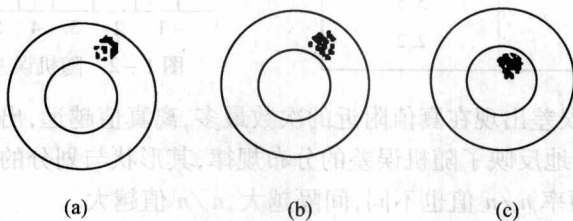


图 1-1 精密度、正确度与精确度的关系

在计量工作中常用到不确定度这个术语。不确定度是表征被计量的真值所处的量值范围的评定。它表示计量结果附近的一个范围,而被计量的真值以一定概率落于其中。

计量结果的不确定度一般包含多个分量,按其数值评定方法这些分量可分作两类。

A 类:用统计方法计算的那些分量。

B 类:用其它方法计算的那些分量。

结果的不确定度以标准偏差 σ (或方差 σ^2) 表征,对特殊用途,可将 σ 乘以某一因子(置信因子)来表示。

1.2 随机误差

随机误差是指在实际测量条件下,对同一量值进行多次重复测量时,得到一系列不同的测量值(称为测量列),每个测量值都存在误差,这些误差的绝对值和符号的变化无规律可循,即前一个误差出现后,不能预知下一个误差的大小和方向。应该说明的是,所谓没有一定的规律,系指一次测量而言,但就误差的总体而论,却具有统计规律性。

1.2.1 频率直方图

为了研究分析随机误差的分布规律,先来观察分析一组实验测得的数据。

在同一条件(仪器、设备、环境、观测者)下,对某量 x 进行多次重复测量,各测量值均

不含系统误差和较大误差。设 x 的真值为 x_0 , 则各测量值 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的误差为:

$$\delta_i = x_i - x_0 \quad (1-4)$$

现将误差范围分作 N 个区间, 令 $N=7$, 小区间为等间隔的 $\Delta\delta$ (Δx), 落在各小区间的误差个数分别为 $n_1, n_2, \dots, n_7$, 则 n_j/n 称为出现在第 j 个小区间的误差频率。若以随机误差为横坐标, 以真值 x_0 作横坐标的零点, 以随机误差的频率 n_j/n 为纵坐标, 根据表 1-1 实验测得值, 画出它们的关系曲线即得到频率直方图, 如图 1-2 所示。

表 1-1 随机误差实验数据

分区号	出现次数 n_j	频率 $n_j/n/\%$
1	1	1.1
2	3	3.3
3	22	24
4	34	38
5	23	26
6	5	5.5
7	2	2.2

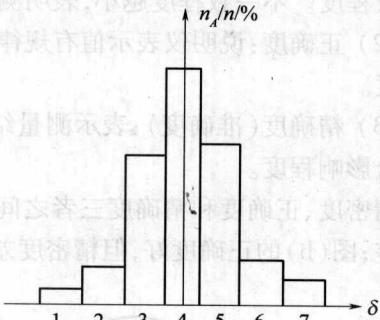


图 1-2 随机误差频率直方图

可以看出, 随机误差出现在真值附近的次数最多, 离真值越远, 出现的次数越少。

频率直方图粗略地反映了随机误差的分布规律, 其形状与划分的间隔大小有关, 对于不同的间隔 $\Delta\delta$ 值, 频率 n_j/n 值也不同, 间隔越大, n_j/n 值越大。

当测量次数 $n \rightarrow \infty$ 时, 令 $\Delta\delta_j \rightarrow d\delta$, $n_j \rightarrow dn$, 则由概率密度的定义可知, 随机误差的概率密度 $f(\delta)$ 为:

$$f(\delta) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_j}{n} \frac{1}{\Delta\delta} = \frac{1}{n} \frac{dn}{d\delta} \quad (1-5)$$

此时, 随机误差的梯形曲线将变为一条光滑的连续曲线, 如图 1-3 所示。这条曲线即为随机误差概率分布密度曲线, 它从本质上反映了随机误差的统计规律。

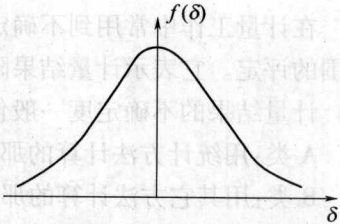


图 1-3 随机误差的概率密度曲线

1.2.2 正态分布

上述实验数据中不包含系统误差和粗大误差, 是等精度独立测量的结果。所谓等精度测量系指在相同条件下进行的一组测量, 在这种测量中, 系统误差已通过修正加以消除, 粗大误差也已剔除, 测量列中仅有随机误差存在。因随机误差是大量的、微小的、独立的及随机的因素综合影响而产生的, 根据概率论的中心极限定理可知: 随机误差概率分布密度曲线是正态分布曲线, 其数学表达式为:

$$f(\delta) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left[- \left(\frac{\delta^2}{2\sigma^2} \right) \right] \quad (1-6)$$

式中 σ ——标准偏差(均方根误差)。

通过上述实验和对正态分布曲线的分析可知, 随机误差有如下特性:

(1) 对称性: 绝对值相等的正误差和负误差出现的可能性相同。

(2) 单峰性:绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的可能性大。

(3) 抵偿性:在相同条件下,当测量次数 $n \rightarrow \infty$ 时,全体误差的代数和为零,即

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \delta_i = 0. \text{ 换言之,正误差与负误差相互抵消。}$$

(4) 有界性:在一定测量条件下,随机误差的绝对值不会超过一定界限。

正态分布在随机误差的研究分析中具有重要意义。理论和实践表明,很多随机误差服从正态分布。但也有些误差不服从正态分布而遵从其它分布规律,如均匀分布、泊松分布等。

1.2.3 算术平均值

对某量进行多次重复测量,因有随机误差存在,各测量值皆不相同,通常以各测量值的算术平均值作为最后测量结果。

设 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 分别为测量 n 次所得的测量值,则各测量值的算术平均值 $\bar{x}$ 为:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-7)$$

算术平均值 $\bar{x}$ 与真值 x_0 的关系由下面的分析说明。由式(1-4)求和得

$$\begin{aligned} \delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_n &= \sum_{i=1}^n \delta_i \\ x_1 + x_2 + \dots + x_n &= \sum_{i=1}^n x_i \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - x_0 \end{aligned}$$

由随机误差的抵偿性可知,当测量次数 $n \rightarrow \infty$ 时,随机误差的算术平均值趋于 0,即

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \delta_i \rightarrow 0, \text{ 所以}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n x_i = x_0 \quad (1-8)$$

可见,若能对被测量进行无限多次测量,就可得到受随机误差影响很小,甚至完全不受影响的值。测量次数越多,测得值的算术平均值越接近真值。这就是多次重复测量时,以各测值的算术平均值作为最后测量结果的道理所在,也是多次重复测量可以减小随机误差的有效方法的依据。

在一般情况下,被测量的真值 x_0 难以知道,而用算术平均值 $\bar{x}$ 代替 x_0 ,这时,

$$V_i = x_i - \bar{x} \quad (1-9)$$

式中 V_i —— x_i 的残差(残余误差)。

由上式可以证明: $\sum_{i=1}^n V_i = 0$, 即残差的代数和为零:

$$\sum_{i=1}^n V_i = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n \bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i - n\bar{x} = 0$$

算术平均值的这一特性可用来检验所计算的算术平均值 $\bar{x}$ 和残差 V_i 的正确与否。

算术平均值在数据处理中有重要的作用,但当测量数据个数、数据位数较多时,其计算烦琐费时,十分不便。下面介绍一种算术平均值的简便计算方法。

有一组测量数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 设 x_R 为该组测值的估计平均值, 则各测值与 x_R 之差为 V_i , 由式(1-9)得:

$$\begin{aligned} V_1 &= x_1 - x_R \\ V_2 &= x_2 - x_R \\ &\dots\dots\dots \\ V_n &= x_n - x_R \end{aligned}$$

将上述各式两边相加并整理得:

$$\bar{x} = x_R + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n V_i \quad (1-10)$$

显然,上述求取算术平均值的方法较直接由 $\sum_{i=1}^n x_i$ 计算来得简单。用式(1-10) 计算 $\bar{x}$, 只

需求得 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n V_i$, 即可得算术平均值。这一点在剔除粗大误差后的计算中显得很有用。

1.2.4 标准偏差

由式(1-6)可知,参数 σ 确定后,就可得知正态分布概率密度随误差 δ 的变化规律。因此研究和求取标准偏差 σ 对随机误差的研究分析具有重要作用。标准偏差 σ 是评价随机误差的重要指标。

(1) 一列测量数据的标准偏差:由概率论知识知道,方差是各随机变量 x 的取值与其数学期望之差的平方值的数学期望。对于一列等精度测量的全体测量值来说,测量值的数学期望为该组测值的真值,则标准偏差 σ 必为所有误差 δ_i 平方值之平均值的平方根,故标准偏差 σ 又称均方根误差。即

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \delta_i^2}{n}} \quad (1-11)$$

(2) 标准偏差的意义及特征:标准偏差 σ 并非具体的误差值,而是一组随机变量的数字特征值,它可用作测量列中单次测量值不可靠性的评定标准。

标准偏差 σ 的大小决定概率密度曲线的“陡缓”。图1-4所示为不同 σ 值对应的三条正态分布曲线。 σ 值越小,式(1-6)中 e 指数的绝对值越大,概率密度 $f(\delta)$ 减小得越快,其曲线越陡峭,随机误差的分布范围越窄,则小误差的概率密度越大。相对于大值误差而言,小误差出现的概率越大,意味着测量值越集中、测量的精密度高。 σ 值越大,概率密度曲线越平缓,说明随机误差分散范围越宽,意味着测量值越分散,测量精密度越低。图1-4中 $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3$, 因此, σ 的大小说明了测量值相对于真

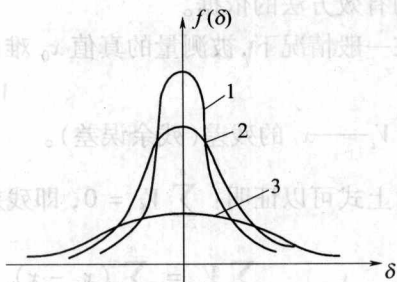


图1-4 随机衰减的正态分布曲线

值的离散程度。

对一组等精度测量而言,若计量器具、计量对象、测量环境及观测者都相同,则 σ 值是确定的。故等精度测量是一种 σ 值相同的测量。

必须强调指出,标准偏差 σ 表现为一定的数值,并具有与被测量同样的量纲,其数值的大小只说明在一定条件下等精度测量时随机误差出现的概率分布情况。在该条件下,其中任何一次测量的误差 δ_i 可大可小,可正可负,但不一定等于 σ 。但可以说一组等精度测量都具有相同的标准偏差。在不同条件下进行的两组等精度测量一般具有不同的 σ 值。

(3) 标准偏差的求法:由标准偏差的定义可知,它是以真值 x_0 已知, $n \rightarrow \infty$ 为条件的。而实际的计量测试中,真值 x_0 是未知的或很难知道的,测量次数也是有限的。因此,实际上不能按式(1-11)求取标准偏差的真值,而只能求取其估计值 $\hat{\sigma}$, $\hat{\sigma}$ 表示根据有限次测量求得的标准偏差之估计值。标准偏差的求取方法有贝塞尔法、别捷尔斯法、极差法、最大误差法和最大残差法等,下面主要介绍贝塞尔法、别捷尔斯法求解标准偏差的方法。

① 贝塞尔法。

用贝塞尔法计算标准偏差的公式如下(推导过程略):

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n V_i^2} \quad (1-12)$$

例 1-3 对某量等精度测量 10 次的测量值分别为:29.18, 29.24, 29.27, 29.25, 29.26, 29.23, 29.20, 29.21, 29.19, 29.22, 单位为 mm。试求标准偏差。

解:求算术平均值:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = 29.225$$

分别求各测值之残差 $V_i = x_i - \bar{x}$ 依次为: -0.045, 0.015, 0.045, 0.025, 0.035, 0.005, -0.025, -0.015, -0.035, -0.005。

验算

$$\sum_{i=1}^n V_i = 0$$

计算残差的平方值并求和:

$$\sum_{i=1}^n V_i^2 = 0.00825$$

根据贝塞尔公式计算标准偏差的估计值:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n V_i^2} = \sqrt{\frac{0.00825}{10-1}} = 0.0303(\text{mm})$$

② 别捷尔斯法。

当测量次数 n 较大时,可用别捷尔斯公式求取标准偏差 $\hat{\sigma}$ 值,即

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{|V_1| + |V_2| + \cdots + |V_n|}{\sqrt{n(n-1)}} = 1.253 \frac{\sum_{i=1}^n |V_i|}{\sqrt{n(n-1)}} \quad (1-13)$$

例 1-4 用例 1-3 的测量数据,采用别捷尔斯公式计算标准偏差。

解:

$$\sum_{i=1}^n |V_i| = 0.25$$