32阶三次全息数方集

32 JIE SANCI QUANXI SHUFANGJI

俞润汝/ 著

重庆出版集团 重庆出版社

32阶三次全息数方集

32 JIE SANCI QUANXI SHUFANGJI

俞润汝/ 著

重庆出版集团 重庆出版社

图书在版编目（CIP）数据

32 阶三次全息数方集 / 俞润汝著. —重庆：重庆出版社，2008.2
ISBN 978-7-5366-9469-9

Ⅰ. 3… Ⅱ. 俞… Ⅲ. 幻方-研究 Ⅳ. 0157

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 015056 号

32 阶三次全息数方集
32 JIE SANCI QUANXI SHUFANG JI
俞润汝 著

出 版 人：罗小卫
责任编辑：赵 剑
装帧设计：重庆出版集团艺术设计有限公司·王 娅 白文滔

重庆出版集团
重 庆 出 版 社 **出版**

重庆长江二路 205 号 邮政编码：400016 http://www.cqph.com
重庆出版集团艺术设计有限公司制版
重庆市鹏程印务有限公司印刷
重庆出版集团图书发行有限公司发行
E-MAIL:fxchu@cqph.com 邮购电话：023-68809452

全国新华书店经销

开本：890 mm × 1 240 mm 1/16 印张：6 字数：114 千
2008 年 2 月第 1 版 2008 年 2 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-5366-9469-9
定价：12.00 元

序　一

俞润汝先生静心研究十余年，以确定性的排序和变换规则，以及独创的阶余式记数法则，成功地构造出“32 阶三次全息数方”，并写成此集（以下简称《全息数方》或此集）。数方传统称为“幻方”，将其真实视为虚幻，将其变换认为幻术。此集“结语”中有句话说得好：“岂仅 Magic Square 之儿戏所能囿定者也，总之 Number Square 唯在求宇宙组合之理。”此言反映出作者摆脱“幻方”之决心，探讨数方之理的信心。《全息数方》在理论上引发出一个问题，即数方究竟是什么？依此集所述，数方似为个动力学系统，其构架是个二维空间正方网格模型，32 阶数方有 1 024 个正方格子，按确定性规则进行排序和变换，将 1 024 个自然数排布在这 1 024 个格子之中。这样就形成了千万种结构有序的二维正方数值谱。在解析系统中，涉及动力学行为者一般要有三个基本要素：一是状态变量；二是控制因素；三是控制参量。在数方系统中，状态变量就是分布于网格中的自然数，控制因素是控制状态变量增长和抑制的因素；控制参量是控制状态变化强度的量，后两者完全隐含于数方变换规则（包括纵横、斜线和集散演变）之中。系统变换往往有守恒量与之相对应，这叫做某变换的不变性。对数方变换而言，这守恒量就是全方各行、列及对角线上数值的和、二次和及三次和（以下简称为“和值”）。此集中作者多处提到“万变不离其宗”，这“变”主指数方变换，而“宗”则主指全方和值。

《全息数方》研究的理论成果主要有两项：（1）洞察了数方结构的全息性。何谓全息性？一般来说，全息性是非线性系统部分与总体结构间的自相似性（self-similarity）。就数方而言，全息性就是子方与母方结构间的自相似性，例如此集中分析的“团花”结构等；（2）考察了数方的空间倍周期分岔（space-period doubling bifurcation）现象。全方和值有不变性，而子方和值有时相等，有时不等。子方和值相等，保持稳定单值，这在非线性系统中叫做不动点或周期 1 行为，在数方图像中表现为信息量为零的均匀平庸谱；子方有时会出现两个和值等幅起伏，这是非线性系统从周期 1 到周期 2 的分岔行为，在数方图像中表现为扭结反扭结翻转谱图；子方有时还会出现 4 个，乃至 8 个和值参差有序的情况，这是非线性系统从周期 2 到周期 4，乃至从周期 4 到周期 8 的分岔行为，在数方图像中表现为错落不齐、复杂有序的谱图，如此等等。子方和值这些分岔行为统称为空间倍周期分岔。

上述两项全息数方研究成果，就其理论意义而言具有突破性，所涉及的问题带有前瞻性。由这两项研究成果似乎可以进一步论断，数方是个非线性动力学系统。何谓非线性？非线性大体上有三个基本特征：（1）系统总体不等于其部分的线性迭加，而是非线性的组合，举个通俗例子，即三个臭皮匠合成个诸葛亮；（2）系统各部分之间不是相互独立，而是相互关联、相互作用的；（3）系统状态变化行为既不是单调增，也不是单调减，而是增长与抑制两种基本因素并存控制的结果。数方研究表明，对数方系统而言，上述非线性基本特征，有的符合，有的符合得并不充分，这可能是数方模型尚存在着局限性的缘故。因此，作为数方是非线性动力学系统这个结论，其依据尚有待于进一步充实。

非线性动力学有一条普遍规律，即非线性系统往往先以各种方式经历一系列倍周期分岔，最后进入混沌（chaos），这通常称为“通向混沌的道路”。《全息数方》对数方全息性和空间倍周期分岔的研究已初露端倪，倘若进一步对“数方混沌”有所考察与分析，则无疑将是项重大的突破。混沌是系统内部大量基元按确定性法则进行的组合运动，它具有内随机性，但并非无序，其内部存在着丰富的精细结构。这种随机和结构并存的“数方混沌”图像，考察起来并非易事。但是，由于现代计算机科学，特别是图形技术已有长足进步，人们过去无法理解和模拟，无从下手研究的许多复杂现象，包括“数方混沌”图像，

都可借助于计算机图形技术进行展现，并考察其内在规律性。

现代自然科学和技术的发展，正在改变着传统学科的划分和科学研究的方法。“数、理、化、天、地、生”这些曾经以纵向发展为主的基础学科，与日新月异的新技术相结合，使用数值、解析和图形并举的计算机方法，衍化出了横跨多种学科门类的新兴领域。21 世纪科学的发展即将面临学科大整合的局面，首先便是基础学科与应用学科的整合，其中非线性科学与生命科学的整合将占有核心位置。数方的科学研究不可能长期闭关自守，必将汇入这学科大整合的洪流中去。在整合中，寻找数方的科学位置，明确研究方向，瞄准应用领域，进一步调整数方模型，充实其基本原理，解决数方理论与实际应用相结合的切入点等问题将是努力的方向。生命系统是最典型最复杂的非线性动力学系统，其中含有大量的基本单元或子系统。基于此，研究的重点是这大量基元或子系统相互非线性耦合在一起形成的空间组织的时空行为或过程。因此，非线性科学和生命科学是数方应用研究的最佳选择，在那里数方科学研究将大有可为。

曲　直

2007 年 7 月 3 日于沈阳

曲直，原名曲乃锋，辽宁西丰县人。1928 年阴历五月十四日生于北京。1946 年考入永吉大学先修班，后入吉林大学物理系学习。1948 年参加中国人民解放军后勤卫生部属中国医科大学 38 期学习，1950 年于医疗系毕业。1957 年入北京大学物理系理论物理专门化研究生班进修。转业后一直在中国医科大学从事数学、物理和生物物理的教学和科研。职称：生物物理学教授。专业方向：心脑可激媒质非线性动力学。主要学术兼职见本书 P6。曾出席国家第 40 次香山科学会议，作本专业报告。1999 年应特邀赴英出席第八届生命科学年会作“Life Science in the 21st Century”之报告。

序　二

日本曾经出过好几位得过世界数学最高奖——菲尔茨奖的学者，但他们最推崇的还是自己土生土长的专家关孝和，尊称之为“和算圣人”。据两位研究中国数学史的学部委员李俨、钱宝琮的珍贵史料记载，清朝后期，在我国长江三角洲附近地区，也曾出现过一些学有专长，在数学上作出独创性研究的学者，他们是海宁李善兰，金匮华蘅芳，金山顾观光，乌程徐有壬，杭州戴煦，山阳骆腾凤，南汇张文虎等。其中张文虎，《清史稿》卷 488，《清史列传》卷 69 都有他的传记。此人多才多艺，不仅数学造诣很深，而且还是位诗人和作家，著有《舒艺室诗存》《杂著甲编》等，张曾写过一首题为“送壬叔以算学征人同文馆”的诗（李善兰，字壬叔）。同治三年（1864 年），李、张两人一同到南京，住在朝天宫飞霞阁书局内。他们两人情同手足，堪称莫逆之交，尤其在做学问方面相互切磋，共同探讨。所以后人认为，如果没有张文虎，也就不会有李善兰这位一代数学大师。

笔者没有机会查考南汇的地方志，从地质博物馆资料得知，该地因僻止海滨，唐代尚未成陆。宋、元、明各代算学文献中不乏科举名士却于数学一道独缺可传薪火之才。如今俞润汝先生与其乡先贤张文虎前后辉映，可谓历史的巧合。尤其难得的是，俞先生诗文俱佳，功力深厚，不让古人。环顾左右，有此才华者，真如凤毛麟角也。

俞润汝先生毕业于中国医科大学，学有专长，他攻读的专业并不是数学，但此不足以诟病。回顾一部世界数学史，业余数学家作出划时代成就者比比皆是。法国费尔马是位大律师，却是举世公认的数学精英之一。高阳号称“野翰林”，大学没有毕业，却有历史小说第一作手之美誉，凡有井水处皆知有高阳也。

古人有言：“小疑则小悟，大疑则大悟，不疑则不悟。”俞先生对古今奉若圭臬的“韩信点兵”（国际上称之为“中国剩余定理”(Chinese Remainder Theorem)），敢于提出质疑，其真知灼见，为不少专家所叹服。但他的主攻方向与着力点则无疑是在幻方研究上，而这恰恰又同关孝和、张文虎等前辈是一致的。

如今百家争鸣，中华和平崛起，汉学重兴。《易经·系辞传》说：“河出图，洛出书，圣人则之。”理学大师朱熹撰《易本义》就以天地生成数与九宫数事作进一步的阐明。事实上，洛书数与九宫数就是三阶幻方。在人类数学史上占有一席位置的宋朝大数学家杨辉、秦九韶都对幻方情有独钟。朱世杰的《四元玉鉴》序言上也说：“河图、洛书泄其秘，黄帝九章著之书。”《算法统宗》的作者程大位更认为“数有本原”。《算法统宗》一书流传的广泛和久远，在数学史上是罕见的，“风行宇内，迄今盖已百有数十余年。海内握算持筹之士，莫不家藏一编，翕然奉以为宗。”（[清]程世绥）甚至流传到日本、朝鲜及越南等东南亚国家，可见其重大影响。

32 阶三次全息数方是俞润汝毕生心血的结晶，32 阶 1 024 个元素是一个高度复杂的大系统，总体与部分结构的功能与特征能充分体现全息性——自相似性，其中深藏玄机，所谓“一滴水中蕴涵着三千大千世界”也。

此书应当笔读、细读，用心灵去阅读，才能领会大自然的玄机，彻悟到其中的和谐之美。

谈祥柏

2007年11月30日上午写于上海大场古镇

（今为大华新村南华苑）家中明窗之下

谈祥柏教授，祖籍浙江，系《国榷》作者谈迁之后。一九三〇年出生于上海，家传藏书几万卷，故先生自小受教良广。

谈先生1950年毕业于大同大学数学系，长期任第二军医大学数理教研组主任，为首届上海大众科学奖（1996年）得主。谈先生与南张（景中院士，广州大学）北李（毓佩教授，北京师范大学）为大陆数学科普三鼎足。谈先生通晓五种外文，与国外大家有所交往，故译著并茂，双秀联璧。其文笔幽趣雅洁，至为难得。真是，“拥对书城十万签，耳濡目染喜流连。循游玩赏不知觉，脱手文章毕秀妍。”先生老犹笔耕不止，译著连版，足令钦佩。

自　　序

一　1980 年余自天外归，粗就谋生。因订阅《科学画报》，未几童心复萌，重游趣算，渐涉数方。历次平易，无所阻难。迨识 8 阶和积数方，始入奥门。余分析其基数倍数双因子，得以悟解转化成阶余式，并沟通二次数方。1992 年自构之 8 阶二次数方，有两组对角线呈三次等幂和。以此回顾法国里列的 8 阶二次数方，识其组合不完善。

二　苏茂挺、戴宏图的《32 阶三次幻方》刊于《科学画报》1994 年第 6 期。余继续构造自己的 16 阶二次数方，并将苏/戴方改写成阶余式，细细分析验算，知其副对角线和为 16 400，而二次和、三次和不等于平均值。乃望自己作出更佳之 32 阶三次数方来。

三　苏戴方在多数行列粗具全息轮廓（每行、列有阶数 0~31，余数 1~32），然亦多缺漏重复和扭曲，故先想就其本式调整以达和谐完善。历时数月，惜未成功。

四　1994 年 11 月 14 日余构成 16 阶二次数方，有两组对角线呈三次等幂和。故决定 32 阶三次数方亦独立构造。苦磨数月，一事无成。1995 年春夏，趁此彷徨之际，闲下完成了 9 阶二次数方（以后发现该方为兼有子方演变的全息数方）。

五　1995 年秋，鼓奋余勇，再度探索，迭有进展，已由 32 列平衡达 32 行平衡。而列序调整如入迷宫，未得突破以达两对角线之平衡。

六　1996 年初老父病卧，余侍汤药，料理家务。3 月 16 日上午，父病轻缓多多，乃无聊遣闲，重作排序，电光石火，一蹴而就！誊清查验，确实无误，庆幸成功。

七　一年半的失败和苦恼，早已洗尽了当初的雄心壮志，今得一普通三次数方于愿已足，不复计它。3 月 20 日诸事了结，静心有闲，隐隐觉得阶余式草稿上浮现全息之影。重审草稿，果是如此！前此三日但忙计算，只见树木，不见森林，忽略全局，几乎错过了这全息珍宝。继续验算 32 条对角线，全部是三次等幂和，故落笔命定《32 阶三次全息数方》。超出了 1994 年秋天的理想。

八　本书乃十年来对“32 阶三次全息数方”探其演变的总集。成稿之工除自写外，部分得力于陈莉琴电脑之技。

九　综其所得：1. 创用阶余式记数；　2. 以拉丁方排演法组成全息数方；　3. 鉴定其微细结构、确认夸克；　4. 探索全息演变；　5. 由数方模式参悟宇宙通则。

俞润汝　谨识于古南沙

2006 年 11 月

目录

本方

32阶三次全息数方集

BENFANG

32 阶三次全息数方

多次数方(幻方)是一种行、列、对角线的和相等,而且二次、三次以至更高次方和也相等的数方。人类对此探索的年代上限已难以考定。而 1901 年法国人里列首作的 8 阶二次数方,则被公认为现代数方研究的里程碑(但此方的缺陷有碍多次数方的开拓①)。

近年,国内数方家丁宗智、孙友诸先生相继构造出一批 8 阶、9 阶的二次数方(孙作尤多),本人于 1994 年 11 月构造出一组 16 阶二次数方。目前,二次数方的研究正方兴未艾。

至于三次数方,先后有美国的亨特、加拿大的考克斯特宣称各自掌握一个 128 阶和一个 64 阶的三次数方,但他们未公之于众,使人但闻其声,而不见其形。曾有数方家认为三次数方的阶数不会低于 64 阶。

我国学者苏茂挺、戴宏图在《科学画报》1994 年第 6 期上发表了一个 32 阶三次数方,打破此"限",由于华人领先,此方很使国内数方界精神为之一振②。

本人十分敬重此方之首创价值,然阅此方后发现其有与里列数方相似的缺陷。1994 年 10 月起多次研读分析,虽已找出其症结,然未能调整以达"最佳"态势,因而另行独立构造。以本人对 8 阶、9 阶、16 阶二次数方模式的理解,将栏、节、位、数以正反对称平衡的重重组合,终得此 32 阶三次全息数方。其名之冠以全息也者,即其全部泛对角线均可组合调整配套进入正对角线位置而衍化出 1024 个三次数方的异式。对此附举若干泛对角线的验算数值,以示信实。

一、验算

三次数方行、列、对角线一、二、三次方和值验算公式分别为:$\frac{1}{2}n(n^2+1)$; $\frac{1}{6}n(n^2+1)(2n^2+1)$; $\left[\frac{1}{2}n^2(n^2+1)\right]^2/n$; 以 $n=32$ 代入,其值分别为 16 400;11 201 200;8 606 720 000。本验算均予以证实。

全息性验算 当数方以整行或整列对称有序搬动时,不改变行列诸数的组合,因此也不会改变其各次方值,关键在于对角线数值的变化是否成套衔接。所谓全息性验算即是泛对角线值的检验,今举部分于下:

本方可分割为 4 × 4(=16)个 8 × 8 方阵,每个 8 × 8 方阵左右对角线的各次方和分别如下(各 8 × 8 方阵在本方中的位置参见右下图):

一次方和:

1,2,3,4,	↘ 是:4 004,4 132,4 196,4 068	a,b,c,d	↙ 是:4 132,4 004,4 068,4 196
5,6,7,8,	↘ 是:4 132,4 004,4 068,4 196	e,f,g,h	↙ 是:4 004,4 132,4 196,4 068
9,10,11,12	↘ 是:4 004,4 132,4 196,4 068	l,m,n,p	↙ 是:4 132,4 004,4 068,4 196
13,14,15,16	↘ 是:4 132,4 004,4 068,4 196	q,r,s,t	↙ 是:4 004,4 132,4 196,4 068

1	9	13	5
10	2	6	14
15	7	3	11
8	16	12	4

a	l	q	e
m	b	f	r
s	g	c	n
h	t	p	d

实际只四个数回环组合,各组之和均为 16 400。

二次方和:

1,2,3,4	↘ 是:2 832 204,2 702 796,3 029 004,2 637 196	a,b,c,d	↙ 是:2 702 796,2 832 204,2 637 196,3 029 004

① 症结为一组对角线而定格。 ② 美国 William Benson 首先于 1976 年发表。

5,6,7,8	↘ 是:2 702 284,2 832 716,2 636 684,3 029 516	e,f,g,h	↙ 是:2 832 716,2 702 284,3 029 516,2 636 684
9,10,11,12	↘ 是:2 572 620,2 962 380,2 769 420,2 896 780	l,m,n,p	↙ 是:2 962 380,2 572 620,2 896 780,2 769 420
13,14,15,16	↘ 是:2 962 892,2 572 108,2 897 292,2 768 908	q,r,s,t	↙ 是:2 572 108,2 962 892,2 768 908,2 897 292

实际是 16 个数(四组)回环组合,各组之和均为 11 201 200。

三次方和:

1,2,3,4	↘ 是:2 249 515 856,1 981 207 696,2 454 528 944,1 921 467 504	a,b,c,d	↙ 是:1 981 994 128,2 251 875 152,1 920 681 072,2 452 169 648
5,6,7,8	↘ 是:1 984 543 120,2 243 796 560,1 916 557 680,2 461 822 640	e,f,g,h	↙ 是:2 241 437 264,1 983 756 688,2 464 181 936,1 917 344 112
9,10,11,12	↘ 是:1 858 951 760,2 382 634 384,2 046 872 240,2 318 261 616	l,m,n,p	↙ 是:2 380 275 088,1 858 165 328,2 320 620 912,2 047 658 672
13,14,15,16	↘ 是:2 389 915 792,1 854 054 224,2 312 554 608,2 050 195 376	q,r,s,t	↙ 是:1 854 840 656,2 392 275 088,2 049 408 944,2 310 195 312

各组之和均为 8 606 720 000①。

二、可变度

对 4 数 2 数的该对角线调整组合后的各次方值予以验算,也是配套的,故本方有:

①每子方(本方的四裂体,16 × 16 方阵)有四个象限的易位及两对角线的组合,故其变度有 4 × 2 种;

②小子方(子方的四裂体,8 × 8 方阵)变度同上为 4 × 2 种;

③小子方的四裂体(4 × 4 方阵),除同上外,还有 2−2 组合的该对角线两条,故其变度为 4 × 4 种。

即本方之总变度为:$4 \times 2 \times 4 \times 2 \times 4 \times 4 = 32^2 = 1\,024$ 种。

三、多次数方

至此以本人所得 8 阶、9 阶、16 阶的二次数方(另文)的初步经验,有下列结论:

①各阶多次数方的起始式不止一种;

②凡和谐完美的多次数方必有回环组合的全息性,即子方孕有全方特征的胚芽;

③全息数方的最大变度可达 n^2 种;

④非和谐的多次数方 必然有许多个。

四、说明

①本方为纵横各 32 格的正方阵,其间填入 1~1 024,结果是 32 行、32 列及两对角线的和、平方和、立方和都相等,故为三次数方。

②本方子方(数方的四裂体)的副对角线(16 数)及 8、4、2 数的诸泛对角线,在不错乱行列组合的有序搬动下,可拼成同上特征的另 15 组(30 条)对角线。证明本方可衍化出 1 024 个异式,故冠以全息之名。

③本方呈多中心多重的对称平衡。其消长互补,镶嵌丝箱之机,乃是天成,人未论及,更无报道,此为始。其于结构研究当有借鉴启迪之理论价值。

---

① 32 条泛对角线和值于 1999 年 1 月 31 日经成都理工大学丁伟明教授以电脑验证。

32 阶三次全息数方表

1996.3.16

993	231	202	976	286	540	565	307	770	8	41	815	509	763	726	468	81	855	890	128	686	428	389	643	178	952	921	159	589	331	358	612
744	482	463	713	27	797	820	54	519	257	304	554	252	1022	979	213	344	594	639	377	939	173	132	902	439	689	672	410	844	78	99	869
876	110	67	837	407	657	704	442	907	141	164	934	376	626	607	345	220	990	1011	245	551	289	272	522	59	829	788	22	712	450	495	745
621	363	326	580	146	920	953	191	654	396	421	675	113	887	858	96	477	731	758	500	802	40	9	783	318	572	533	275	961	199	234	1008
730	480	497	759	37	803	782	12	569	319	274	536	198	964	1005	235	362	624	577	327	917	147	190	956	393	655	674	424	886	116	93	859
991	217	248	1010	292	550	523	269	832	58	23	785	451	709	748	494	111	873	840	66	660	406	443	701	144	906	935	161	627	373	348	606
595	341	380	638	176	938	903	129	692	438	411	669	79	841	872	98	483	741	716	462	800	26	55	817	260	518	555	301	1023	249	216	978
854	84	125	891	425	687	642	392	949	179	158	924	330	592	609	359	230	996	973	203	537	287	306	568	5	771	814	44	762	512	465	727
114	888	857	95	653	395	422	676	145	919	954	192	622	364	325	579	962	200	233	1007	317	571	534	276	801	39	10	784	478	732	757	499
375	625	608	346	908	142	163	933	408	658	703	441	875	109	68	838	711	449	496	746	60	830	787	21	552	290	271	521	219	989	1012	246
251	1021	980	214	520	258	303	553	28	798	819	53	743	481	464	714	843	77	100	870	440	690	671	409	940	174	131	901	343	593	640	378
510	764	725	467	769	7	42	816	285	539	566	308	994	232	201	975	590	332	357	611	177	951	922	160	685	427	390	644	82	856	889	127
329	591	610	360	950	180	157	923	426	688	641	391	853	83	126	892	761	511	466	728	6	772	813	43	538	288	305	567	229	995	974	204
80	842	871	97	691	437	412	670	175	937	904	130	596	342	379	637	1024	250	215	977	259	517	556	302	799	25	56	818	484	742	715	461
452	710	747	493	831	57	24	786	291	549	524	270	992	218	247	1009	628	374	347	605	143	905	936	162	659	405	444	702	112	874	839	65
197	963	1006	236	570	320	273	535	38	804	781	11	729	479	498	760	885	115	94	860	394	656	673	423	918	148	189	955	361	623	578	328
431	681	648	386	852	86	123	893	336	586	615	353	947	181	156	926	543	281	312	562	228	998	971	205	768	506	471	721	3	773	812	46
170	944	897	135	597	339	382	636	73	847	866	104	694	436	413	667	794	32	49	823	485	739	718	460	1017	255	210	984	262	516	557	299
294	548	525	267	985	223	242	1016	453	707	750	492	826	64	17	791	662	404	445	699	105	879	834	72	629	371	350	604	138	912	929	167
35	805	780	14	736	474	503	753	196	966	1003	237	575	313	280	530	915	149	188	958	368	618	583	321	884	118	91	861	399	649	680	418
152	914	959	185	619	365	324	582	119	881	864	90	652	398	419	677	808	34	15	777	475	733	756	502	967	193	240	1002	316	574	531	277
401	663	698	448	878	108	69	835	370	632	601	351	909	139	166	932	545	295	266	528	222	988	1013	243	706	456	489	751	61	827	790	20
29	795	822	52	738	488	457	719	254	1020	981	211	513	263	298	560	941	171	134	900	338	600	633	383	846	76	101	867	433	695	666	416
284	542	563	309	999	225	208	970	507	765	724	470	776	2	47	809	684	430	387	645	87	849	896	122	587	333	356	614	184	946	927	153
576	314	279	529	195	965	1004	238	735	473	504	754	36	806	779	13	400	650	679	417	883	117	92	862	367	617	584	322	916	150	187	957
825	63	18	792	454	708	749	491	986	224	241	1015	293	547	526	268	137	911	930	168	630	372	349	603	106	880	833	71	661	403	446	700
693	435	414	668	74	848	865	103	598	340	381	635	169	943	898	136	261	515	558	300	1018	256	209	983	486	740	717	459	793	31	50	824
948	182	155	925	335	585	616	354	851	85	124	894	432	682	647	385	4	774	811	45	767	505	472	722	227	997	972	206	544	282	311	561
775	1	48	810	508	766	723	469	1000	226	207	969	283	541	564	310	183	945	928	154	588	334	355	613	88	850	895	121	683	429	388	646
514	264	297	559	253	1019	982	212	737	487	458	720	30	796	821	51	434	696	665	415	845	75	102	868	337	599	634	384	942	172	133	899
910	140	165	931	369	631	602	352	877	107	70	836	402	664	697	447	62	828	789	19	705	455	490	752	221	987	1014	244	546	296	265	527
651	397	420	678	120	882	863	89	620	366	323	581	151	913	960	186	315	573	532	278	968	194	239	1001	476	734	755	501	807	33	16	778

注:本数方首发于《曲阜师范大学学报(自然科学版)》1997 年第 2 期,P48—50。

附：

曲直教授关于“32 阶三次全息数方”的阅评

贾静涛教授将俞润汝先生的要作“32 阶三次全息数方”转给我。阅此数方，并以计算器验算，深感其神妙非凡。32 行、列及两对角线元素和、平方和、立方和都相等；四裂体子方阵 16、8、4、2 数对角线亦符合上述特征。

我不是从事数方领域的，从理论生物物理学理解此方，32 阶 1 024 个元素当有一个复杂系统，复杂系统总体与部分之结构与功能有条重要特征或原理——自相似性(全息性)。俞先生构成的数方体现了自相似性(全息性)。

俞先生“32 阶三次全息数方”之结构、功能特征确系国内外首创。其数术的理论价值和应用意义，目前很难估量。

阅评人：中国医科大学生物物理教研室原主任
辽宁省生物物理学会常务副理事长兼学术委员会主任
中国生物物理学会常务理事兼学术委员会主任
中国微机医用学会副理事长兼学术委员会主任
中国熵研究会筹委会副主任兼学术委员会主任
中国生命科学学会常务副理事长、秘书长兼学术委员会主任　曲　直
1996 年 7 月 15 日

数 字 玄 珠

一、本方行列及全部泛对角线呈三次等幂和。将每行分为四段，每段八数之和皆为 4 100，全方共 128 段。其余横斜八数段及 Quark(4 × 4 方阵)之三和值相等或等幅起伏，镶补参差，错落有序，终趋于一。

二、以横轴线与 4-5 ※ 12-13 ※ 20-21 ※ 28-29 列四交点为中心，其四角的八数之和皆为 4 100。平方和分四组，循环组合，各组之和值均为 11 201 200。立方和则分两群，等幅起伏，全方共 32 组(每 4 数为一组)和值，其中 16 数等于常值，另 16 数两两之和等于常值两倍，是乃同心三次等幂和之团花结构，且在直线演变的 1 024 式中均存在。明鉴乎此，乃知其排列之精密奇巧，实天机之玄，非在下之智也。不用阶余式，何来此发现？诚望有兴趣者自行计算以得其趣，以验其真。

“**不到园林，怎知春色如许！**”乃呼四方之来验也！

夸克之数

一、夸克的发现、确认和命名：

本人以阶余式拉丁方统筹法组排数方成功后，由行、列、对角线的全息线索探及全息的泛对角线。更由行列搬动的变换，领悟到在全息数方中 4 × 4 方阵是可变而不得轻易拆散的结构。不是无差别的 Block，而是大同小异、相辅相成的组合单元。有似于粒子中的夸克，故以之为名。

二、夸克的组成和作用：

夸克是 4 × 4 共 16 个数的数团。在阶余式显示下为阶数与余数各异无重的全息结构，隐隐然是全息数方的缩微，一切奇妙的全息演变均源于此。起夸克即是神仙葫芦。尤其四条斜线之交替轮转，更具前人所未道的奥秘。

三、夸克三和：

奇妙之变在后叙述。在此先计其和、平方和、立方和。一览数表之精细严密实在动人。河山壮丽，可谓鬼斧神工，则此夸克回合之象便是天机璇图。

1.夸克和：64 个夸克的偶联（横行二数和）模式见右下表。

模式中 ± 号上下相同左右相反。a、b、c、d 全为偶数（横行奇奇、偶偶并肩）。夸克和都是双偶数，共四组数值 a：8 584　b：7 816　c：7 560　d：8 840，总和是常值 16 400 的两倍。下列 8 × 8 方阵表，直以 a、b、c、d 标之。

a	b	c	d	d	c	b	a
d	c	b	a	a	b	c	d
d	c	b	a	a	b	c	d
a	b	c	d	d	c	b	a
c	d	a	b	b	a	d	c
b	a	d	c	c	d	a	b
b	a	d	c	c	d	a	b
c	d	a	b	b	a	d	c

夸克偶联模式

a	b
a ± 2	b ∓ 2
c	d
c ± 2	d ∓ 2

说明：①左右半方横向四夸克和都为 16 400 × 2；
②4 × 4 夸克方阵的对角线四夸克和亦为 16 400 × 2。

2.夸克平方和：也只有四组数值 a：5 986 008　b：5 198 808　c：4 952 792　d：6 264 792。其分布与四夸克特征同上表。