系统与控制丛书 C_3

吴敏 何勇 著

时滞系统鲁棒控制

——自由权矩阵方法

科学出版社
www.sciencep.com

系 统 与 控 制 丛 书

时滞系统鲁棒控制
——自由权矩阵方法

吴 敏 何 勇 著

科 学 出 版 社
北 京

内 容 简 介

时滞现象大量存在于各种工程中，时滞常常是导致系统不稳定或性能恶化的一个重要原因，时滞系统研究在过去数十年来得到了许多学者的广泛关注。本书针对目前时滞相关研究方法所存在的局限性，提出一种全新的自由权矩阵方法，为时滞系统鲁棒控制提供了更具普遍性和更有效的方法。基于提出的自由权矩阵方法，本书首先建立了具有时变时滞的连续和离散时间系统的时滞相关稳定及镇定条件，具有定常时滞的双时滞系统时滞相关稳定准则和中立型时滞系统的时滞相关稳定条件；然后研究了连续和离散时间时滞系统以及广义时滞系统的时滞相关鲁棒 H_∞控制和无源控制等鲁棒性能控制问题；最后对 Lurie 系统这类特殊的非线性时滞系统进行了研究。

本书可供理工科高年级本科生、研究生及相关专业教师、自动控制及相关领域的广大工程技术人员和科研工作者自学与参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

时滞系统鲁棒控制:自由权矩阵方法/吴敏，何勇著.—北京：科学出版社，2008

(系统与控制丛书)

ISBN 978-7-03-021213-9

Ⅰ.时… Ⅱ.①吴… ②何… Ⅲ.时滞系统—鲁棒控制 Ⅳ.TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008) 第 035224 号

责任编辑：姚庆爽／责任校对：陈玉凤

责任印制：刘士平／封面设计：耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

http://www.sciencep.com

新蕾印刷厂印刷

科学出版社发行　各地新华书店经销

*

2008 年 5 月第 一 版　开本：B5(720×1000)

2008 年 5 月第一次印刷　印张：15 1/2

印数：1—3 000　字数：289 000

定价：**48.00** 元

(如有印装质量问题，我社负责调换〈环伟〉)

编者的话

我们生活在一个科学技术飞速发展的信息时代，诸如宇宙飞船、机器人、因特网、智能机器及汽车制造等高新技术对自动化提出了更高的要求。系统与控制理论也因此面临着更大的挑战。它必须要能够为设计高水平的物理或信息系统提供原理和方法，使得设计出的系统能感知并自动适应快速变化的环境。

为帮助系统与控制专业的专家、工程师以及青年学生迎接这些挑战，科学出版社和中国自动化学会控制理论专业委员会合作，设立了《系统与控制丛书》的出版项目。丛书分中、英文两个系列，目的是出版一些具有创新思想的高质量著作，内容既可以是新的研究方向，也可以是至今仍然活跃的传统方向。研究生是本丛书的主要读者群，因此，我们强调内容的可读性和表述的清晰。我们希望丛书能达到这些目的，为此，期盼着大家的支持和奉献！

《系统与控制丛书》编委会

2007年4月1日

前　言

时滞是指系统的状态变化率依赖于过去的状态. 具有这种特性的系统称为时滞系统. 从系统理论的观点看, 任何实际系统的过去状态对当前的系统状态都会产生一定的影响, 所以在实际的工程系统中时滞现象是普遍存在的. 时滞往往是引起系统不稳定以及导致系统性能恶化的重要原因之一, 并且时滞的存在给系统的稳定性分析和控制器的设计带来了很大的困难. 因此, 时滞系统鲁棒控制作为控制理论和控制工程领域的热点问题, 深受国内外工程界和理论界的重视. 近二十多年来, 时滞系统鲁棒控制的研究非常活跃, 对时滞系统的研究有了新的发展, 如基于牛顿-莱布尼茨公式的确定模型变换方法以及参数模型变换方法等. 虽然这些方法比以前的方法有了很大的提高, 但仍然存在一定的局限性.

近几年来, 本书作者提出了一种自由权矩阵方法, 对各类时滞系统的稳定性分析与控制综合, 获得了一系列具有更低保守性的时滞相关准则与控制器设计方法, 相关研究成果已广泛发表在国内外知名期刊. 本书是对作者过去几年研究成果的一个总结, 全面而系统地论述了基于自由权矩阵的时滞相关鲁棒控制方法. 本书可供理工科高等院校高年级本科生、研究生及相关专业教师, 自动控制及相关领域的广大工程技术人员和科研工作者阅读与参考.

本书由 13 个章节构成. 第 1 章是全书的绪论, 对时滞系统的稳定性研究方法进行了全面的回顾, 并指出存在的局限性, 进而提出了一种新的研究方法, 称为自由权矩阵方法. 第 2 章介绍时滞系统鲁棒控制的一些基础知识及基本概念. 第 3~5 章利用自由权矩阵方法分别对线性时变时滞系统、线性多时滞系统以及中立型系统进行了稳定性分析. 第 6、7 章利用自由权矩阵方法分别研究了线性时变时滞系统及具有输入时滞与状态时滞线性系统的镇定设计问题. 第 8 章利用自由权矩阵方法对具有时变时滞的离散系统进行了稳定性分析以及镇定控制器设计. 第 9~12 章基于自由权矩阵方法分别研究了线性时滞系统的时滞相关鲁棒 H_∞ 控制问题, 线性时滞系统的时滞相关无源控制问题, 线性时滞广义系统的时滞相关 H_∞ 控制问题以及线性离散时变时滞系统的时滞相关 H_∞ 控制问题. 第 13 章利用自由权矩阵方法对 Lurie 非线性系统的绝对稳定性进行了分析.

本书得到了国家杰出青年科学基金项目 (60425310)、国家自然科学基金项目 (60574014) 和国家博士点基金项目 (20050533015) 的资助, 在此表示衷心的感谢. 此外, 本书还得到国内外同仁的大力支持. 作者要感谢日本东京工科大学 (Tokyo University of Technology) 佘锦华教授、新加坡国立大学 (National University of

Singapore) 王庆国教授、英国格拉摩根大学 (University of Glamorgan) 刘国平教授和石碰教授、新加坡南洋理工大学 (Nanyang Technological University) 谢立华教授、英国布鲁内尔大学 (Brunel University) 王子栋教授、浙江工业大学俞立教授、燕山大学关新平教授、澳大利亚中昆士兰大学 (Central Queensland University) 韩清龙教授、哈尔滨工业大学高会军教授、青岛大学林崇教授、湖南大学文桂林教授等给予的大力帮助, 以及中南大学张先明博士、刘心歌博士、冯智勇硕士、刘芳硕士所做的大量工作, 在此深表谢意.

由于作者水平有限, 书中不妥之处在所难免, 敬请读者批评指正.

作　者

2007 年 6 月 30 日

符 号 说 明

符号	意义
$R^{n\times m}$	全体 $n\times m$ 阶实矩阵集合
P^{T}	矩阵 P 的转置
P^*	矩阵 P 的共轭转置
P^{-1}	矩阵 P 的逆
$\det(P)$	矩阵 P 的行列式
$\mathrm{rank}(P)$	矩阵 P 的秩
$\lambda_{\min}(P)$	矩阵 P 的最小特征值
$P>0(P\geqslant 0)$	P 为正定 (半正定) 矩阵
$I(I_n)$	具有适当维数 (或 n 维) 的单位矩阵
$\mathrm{diag}\{\cdots\}$	对角矩阵
$\deg(\cdot)$	多项式的最高次数
$U^{\perp}$	矩阵 U 的正交补
$\mathcal{L}_2[0,\infty)$	在 $[0,\infty)$ 上平方可积的函数集合
l_2	平方可加的序列 $\{x(k),\ k=1,2,\cdots\}$ 集合
$\begin{bmatrix} X & Y \\ * & Z \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} X & Y \\ Y^{\mathrm{T}} & Z \end{bmatrix}$

目　录

第1章　绪　　论

1.1　引　　言

在一些物理和生物现象中, 现在的状态变化率依赖于过去的状态, 系统的这种特性称之为时滞, 而具有时滞的系统称之为时滞系统. 人们很早注意到生物系统的时滞现象, 后来发现许多工程系统, 如机械传动系统、流体传输系统、冶金工业过程以及网络控制系统, 都存在着时滞现象, 而且时滞常常是造成系统不稳定的一个重要原因. 由于其广泛的研究背景, 时滞系统的研究得到了许多学者的关注 [1~4]. 20 世纪 50~60 年代就建立了时滞系统的基本理论, 包括运动方程解的存在唯一性、零解的稳定性理论等, 为后来时滞系统的分析和设计打下了基础.

近 20 年来, 时滞系统鲁棒控制的研究非常活跃, 并已深入到各个分支, 如时滞系统的时滞相关稳定性分析与设计、H_∞ 控制、无源与耗散控制、可靠控制、保成本控制、H_∞ 滤波、Kalman 滤波以及随机控制等. 不管哪个分支, 稳定性都是基础. 因此, 从稳定性入手探索新的研究方法对于推动时滞系统这一领域向前发展具有重要的意义. 这一章, 对时滞系统的稳定性研究方法进行了全面的回顾, 并指出存在的局限性, 进而提出一种新的研究方法, 称为自由权矩阵方法.

1.2　时滞系统稳定性研究方法回顾

稳定性研究是控制理论中一个非常重要的基础问题, 有许多专著对此进行了深入的讨论 [5~7]. 对于时滞系统, 其稳定性研究起源于 20 世纪 50 年代, 研究方法有频域和时域方法, 而频域方法是最早的稳定性研究方法, 它通过特征方程根的分布[8] 或复 Lyapunov 矩阵函数方程的解[9] 来判别稳定性, 只适用于定常时滞系统. 时域方法主要有 Lyapunov-Krasovskii 泛函方法和 Razumikhin 函数方法, 它们分别由 Krasovskii 和 Razumikhin 创立于 20 世纪 50 年代末[2], 是时滞系统稳定性分析的一般方法. 20 世纪 90 年代以前, 由于没有一般的方法来构造 Lyapunov-Krasovskii 泛函或 Lyapunov 函数, 所得到的条件一般也只是一些存在性条件而且不可能获得一般解. 后来, 利用 Riccati 方程或线性矩阵不等式 (LMI)[10] 并利用 MATLAB 工具箱的求解方法, 利用它们的解来构造 Lyapunov-Krasovskii 泛函或 Lyapunov 函数, 使得其在线性系统的稳定性分析中起到了非常重要的作用. 在本节中, 将对时滞系统的稳定性研究方法进行全面的回顾, 并指出存在的局限性.

考虑线性时滞系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t-h) \\ x(t) = \varphi(t), \quad t \in [-h, 0] \end{cases} \tag{1.1}$$

其中 $x(t) \in R^n$ 为系统状态; $h \geqslant 0$ 为时滞; $\varphi(t)$ 为初始条件; 矩阵 A, $A_d \in R^{n\times n}$ 称为系统矩阵.

很明显, 系统 (1.1) 的状态不仅与当前时刻有关, 而且也与过去一段时间有关. 目前, 讨论系统 (1.1) 的稳定性主要有频域与时域两种方法.

1. *频域方法*

当 $h = 0$ 时, 系统 (1.1) 为无时滞系统, 频域方法对于这类系统的讨论非常成熟. 众所周知, 这类系统稳定的充要条件是 $\lambda(A + A_d) < 0$. 当 $h > 0$ 时, 很自然地想到也用频域方法来讨论这类系统的稳定性, 得到的结论是: 系统 (1.1) 稳定的充要条件是特征方程

$$f(\lambda) = \det(\lambda I - A - A_d \mathrm{e}^{-h\lambda}) = 0 \tag{1.2}$$

的根均具有负实部. 然而, 方程 (1.2) 是一超越方程, 求解并不容易, 并且当系统存在不确定性以及时滞随时间变化时, 求解非常困难. 因此, 用频域方法研究时滞系统的稳定性具有较强的局限性.

2. *时域方法*

时域方法主要是基于两个著名的定理: Lyapunov-Krasovskii 稳定性定理和 Razumikhin 稳定性定理. 这两个定理分别是由俄国数学家 Krasovskii 和 Razumikhin 于 20 世纪 50 年代建立的. 其主要思想是通过构造一个合适的 Lyapunov-Krasovskii 泛函或 Lyapunov 函数, 获得系统 (1.1) 稳定的充分条件, 这一方法具有非常重要的理论意义. 但是, 如何构造这样的 Lyapunov-Krasovskii 泛函或 Lyapunov 函数, 却没有定论. 直至 20 世纪 90 年代, MATLAB 工具箱的出现使得构造 Lyapunov-Krasovskii 泛函或 Lyapunov 函数非常方便, 从而极大地推动了这一方法的应用与发展, 一大批优成果相继出现 (参看文献 [11] 及其参考文献).

在这些成果中, 两类充分条件备受关注: 一类条件独立于时滞大小, 即与时滞大小无关, 被称为时滞无关 (delay-independent) 条件. 这时, Lyapunov-Krasovskii 泛函一般取为

$$V_1(t, x_t) = x^{\mathrm{T}}(t)Px(t) + \int_{t-h}^{t} x^{\mathrm{T}}(s)Qx(s)\mathrm{d}s \tag{1.3}$$

其中 $P = P^{\mathrm{T}} > 0, Q = Q^{\mathrm{T}} > 0$ 均为正定对称矩阵. 对 $V_1(t, x_t)$ 沿系统 (1.1) 求导

数并令其小于 0, 即得到系统 (1.1) 稳定的时滞无关条件为

$$\begin{bmatrix} PA + A^{\mathrm{T}}P + Q & PA_d \\ * & -Q \end{bmatrix} < 0 \tag{1.4}$$

不等式 (1.4) 关于矩阵变量 P、Q 是线性的, 因此称为线性矩阵不等式 (LMI). 利用 MATLAB 的 LMI 工具箱, 如果 LMI (1.4) 关于矩阵变量 P 与 Q 有解, 则一方面, 由 Lyapunov-Krasovskii 稳定性定理得知系统 (1.1) 对 $\forall h \geqslant 0$ 均是渐近稳定的; 另一方面, 合适的 Lyapunov-Krasovskii 泛函 (1.3) 也由此得到.

时滞无关条件不含时滞信息, 对于小时滞系统, 这类条件具有较强的保守性. 于是另一类条件引起人们的广泛关注, 即包含时滞大小信息的稳定性条件, 被称为时滞相关 (delay-dependent) 条件. 这类条件须首先假设当 $h = 0$ 时系统 (1.1) 是稳定的, 这样由于系统的解对 h 的连续依赖, 则一定存在一个时滞上界 $\bar{h}$, 使得系统 (1.1) 对 $\forall h \in [0, \bar{h}]$ 均是稳定的. 因此, 最大可能获得的时滞上界 $\bar{h}$ 就成为衡量时滞相关条件保守性的主要指标.

近年来, 在稳定性分析、鲁棒控制、H_∞ 控制、可靠控制、保成本控制、饱和输入控制以及混沌系统控制中的时滞相关问题已引起了许多学者的关注和广泛研究, 成为控制理论的一个热点问题[12~77].

从 20 世纪 90 年代开始, 研究时滞相关稳定性的主要方法是在 Lyapunov-Krasovskii 泛函 (1.3) 中增加一个二次型双积分项, 即

$$V(t, x_t) = V_1(t, x_t) + V_2(t, x_t) \tag{1.5}$$

其中

$$V_2(t, x_t) = \int_{-h}^{0} \int_{t+\theta}^{t} x^{\mathrm{T}}(s) R x(s) \mathrm{d}s \mathrm{d}\theta$$

对 $V_2(t, x_t)$ 求导数, 得到

$$\dot{V}_2(t, x_t) = h x^{\mathrm{T}}(t) R x(t) - \int_{t-h}^{t} x^{\mathrm{T}}(s) R x(s) \mathrm{d}s \tag{1.6}$$

利用 Lyapunov-Krasovskii 稳定性定理, 可以获得时滞相关条件. 但是如何处理式 (1.6) 右边的积分项, 成为这一问题的焦点. 国际上针对时滞相关问题采用的研究方法, 可分为三类: 离散 Lyapunov-Krasovskii 泛函方法、确定模型变换方法和参数化模型变换方法.

离散 Lyapunov-Krasovskii 泛函方法主要用于讨论一类具有定常时滞的线性系统、中立型系统的稳定性, 对 Lyapunov 泛函进行离散化, 所得结果能用 LMI 表示[12~15]. 该方法的优点是, 对于保证系统稳定的时滞界限的估计非常接近于实际值, 但其算法复杂, 更重要的是这一方法还有两个重要的局限性. 第一, 这类方法只

适用于具有定常时滞的系统, 对于具有时变时滞的系统是失效的; 第二, 这类方法很难推广到综合问题. 因此, 这类方法从 1997 年 Gu[12] 提出后, 只有少数学者进行研究, 没有得到广泛的推广和应用.

为处理式 (1.6) 右边的积分项, 确定模型变换方法主要是将具有离散时滞的系统通过牛顿-莱布尼茨公式转化为具有分布时滞的新系统, 再对这个新系统进行讨论. 文献 [16] 给出了几种经典的确定模型变换, 以下将分析它们的本质特征.

1) 模型变换 I

$$\dot{x}(t) = (A + A_d)x(t) - A_d \int_{t-h}^{t} (Ax(s) + A_d x(s-h))\mathrm{d}s \tag{1.7}$$

为获得时滞相关稳定条件, 取如下 Lyapunov-Krasovskii 泛函:

$$V(t, x_t) = V_1(t, x_t) + V_2(t, x_t) + V_3(t, x_t) \tag{1.8}$$

其中

$$V_3(t, x_t) = \int_{-2h}^{-h} \int_{t+\theta}^{t} x^{\mathrm{T}}(s) R_1 x(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta$$

对 $V(t, x_t)$ 沿系统 (1.7) 求导数, 得到

$$\dot{V}(t, x_t) = \Psi + \eta_1 + \eta_2 - \int_{t-h}^{t} x^{\mathrm{T}}(s) R x(s)\mathrm{d}s - \int_{t-2h}^{t-h} x^{\mathrm{T}}(s) R_1 x(s)\mathrm{d}s \tag{1.9}$$

其中

$$\begin{aligned}
\Psi &= x^{\mathrm{T}}(t)[2P(A + A_d) + Q + h(R + R_1)]x(t) - x^{\mathrm{T}}(t-h)Qx(t-h) \\
\eta_1 &= -2\int_{t-h}^{t} x^{\mathrm{T}}(t) P A_d A x(s)\mathrm{d}s \\
\eta_2 &= -2\int_{t-2h}^{t-h} x^{\mathrm{T}}(t) P A_d A_d x(s)\mathrm{d}s
\end{aligned}$$

η_1、η_2 称为交叉项 (cross-term). 然后, 利用基本不等式, 即

基本不等式　对 $\forall a, b \in R^n$, $R = R^{\mathrm{T}} > 0$, 有如下不等式成立:

$$-2a^{\mathrm{T}}b \leqslant a^{\mathrm{T}}Ra + b^{\mathrm{T}}R^{-1}b \tag{1.10}$$

得到

$$\eta_1 \leqslant hx^{\mathrm{T}}(t) P A_d A R^{-1} A^{\mathrm{T}} A_d^{\mathrm{T}} P x(t) + \int_{t-h}^{t} x^{\mathrm{T}}(s) R x(s)\mathrm{d}s$$

$$\eta_2 \leqslant hx^{\mathrm{T}}(t) P A_d A_d R_1^{-1} A_d^{\mathrm{T}} A_d^{\mathrm{T}} P x(t) + \int_{t-2h}^{t-h} x^{\mathrm{T}}(s) R_1 x(s)\mathrm{d}s$$

将其代入式 (1.9), 这样式 (1.9) 中的积分项被抵消, 从而获得时滞相关条件.

上述处理过程, 从本质上可以归纳为以下两点:

(1) 模型变换的目的是让系统方程中产生积分项, 这样对 Lyapunov-Krasovskii 泛函沿系统求导数就导致交叉项与二次型积分项的同时出现;

(2) 对交叉项的界定可以抵消 Lyapunov-Krasovskii 泛函导数中的二次型积分项, 从而获得时滞相关条件.

2) 模型变换 II

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[x(t)+A_d\int_{t-h}^{t}x(s)\mathrm{d}s\right]=(A+A_d)x(t) \tag{1.11}$$

2000 年, 美国 Southern Illinois 大学 Gu 教授撰文指出 [17,18], 模型变换 I 和 II 将导致变换后的系统产生新的动态而与原系统不等价. 因此, 模型变换 I 和 II 很快被另外的模型变换所取代.

3) 模型变换 III

$$\dot{x}(t)=(A+A_d)x(t)-A_d\int_{t-h}^{t}\dot{x}(s)\mathrm{d}s \tag{1.12}$$

这时, 取如下 Lyapunov-Krasovskii 泛函:

$$V(t,x_t)=V_1(t,x_t)+V_4(t,x_t) \tag{1.13}$$

其中

$$V_4(t,x_t)=\int_{-h}^{0}\int_{t+\theta}^{t}\dot{x}^{\mathrm{T}}(s)R\dot{x}(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta$$

对 $V(t,x_t)$ 求导数, 得到

$$\dot{V}(t,x_t)=\varPhi+\eta_3-\int_{t-h}^{t}\dot{x}^{\mathrm{T}}(s)R\dot{x}(s)\mathrm{d}s \tag{1.14}$$

其中

$$\varPhi=x^{\mathrm{T}}(t)[2P(A+A_d)+Q]x(t)-x^{\mathrm{T}}(t-h)Qx(t-h)+h\dot{x}(t)R\dot{x}(t)$$
$$\eta_3=-2\int_{t-h}^{t}x^{\mathrm{T}}(t)PA_d\dot{x}(s)\mathrm{d}s$$

类似于模型变换 I 的处理方法, 通过对交叉项 η_3 的界定, 同样可抵消 Lyapunov-Krasovskii 泛函导数 (1.14) 中出现的二次型积分项, 从而获得时滞相关条件.

模型变换 III 方法, 在本质上与模型变换 I 方法是一致的. 不同的是, 经模型变换 III 后得到的系统与原系统等价. 另外, 将系统 (1.1) 模型变换为 (1.12) 以后, 在