北京市成人中等专业学校教材

数　学

（工科类）

北京市成人教育教学研究室组编

北京工业大学出版社

北京市成人中等专业学校教材

数　　学

（工科类）

北京市成人教育教学研究室编

北京工业大学出版社

（京）新登字212号

北京市成人中等专业学校教材
数　学（工科类）
北京市成人教育教学研究室编
※
北京工业大学出版社出版发行
各地新华书店经销
河北省徐水县宏远印刷厂印刷
※
1994年8月第1版　1994年8月第1次印刷
787×1092毫米 32开本　19.625印张　440千字
印数：1～9000册
ISBN7-5639-0391-7/O·16
定价：16.00元

说　　明

本教材是根据《北京市成人中等专业学校数学（工科类）教学大纲》编写的，供各成人中等专业学校及农民科学技术学校工科类各专业使用。

本教材的编写力求符合成人教育的特点，尽量适应工科类各专业学习的需要。在内容的选择上本着精简够用的原则，突出重点，简明扼要，删去了一些理论性较强的繁琐的推导和证明，注意了体系的完整性和内容的科学性。教材中带“※”号的章节可根据教学大纲的规定及各专业的需要选学。习题的配备密切结合教学内容的需要，每章后的小结和复习题供复习使用。

在本教材的编写过程中，曾得到部分成人中专学校教师的大力支持和帮助，在此表示感谢。

参加本教材编写的人员有：张学忠、王　君、陈泰康、张任之、何引、王莉莉、程洪日，还有张铁、张　林、陈永康、王淑敏、张　明。全书由张学忠、王　君统稿，刘　斌绘图。限于编者水平，难免出现缺点和错误，敬希广大师生批评指正。

北京市成人教育教学研究室

一九九四年八月

目 录

第一章　函数

1.1 集合及其运算

1. **集合的概念**

无论是在数学中，还是在日常工作和生活中，人们为了研究问题方便起见，往往需要把具有某种共同性质的事物做为一个整体加以研究，于是就产生了集合的概念。例如：

（1）某班的全体学员；

（2）不超过 10 的全体正偶数；

（3）所有的正方形的全体；

（4）某图书馆的所有藏书的全体。

上面几个例子中的“全体”都是由具有某种共同特征的一些事物组成的。我们把具有某种共同特征的事物的全体叫做**集合**，简称集。我们把组成某一个集合的各个具体事物叫做这个集合的**元素**。例如上面例子中的（2）是由不超过 10 的正偶数组成的，那么 2、4、6、8、10 都是这个集合的元素；（3）是由所有正方形的全体组成的集合，那么每一个正方形都是这个集合的元素，显然这个集合中的元素有无穷多个。

通常用大写拉丁字母 A、B、C、…表示集合，用小写拉丁字母 a、b、c、…表示集合中的元素，如果 a 是集合 A 的元素，就记作“$a \in A$”，读作“a 属于 A”；如果 a 不是 A 的元素，就记作“$a \notin A$（或 $a \overline{\in} A$）”，读作“a 不属于 A”。

由数组成的集合叫做数集。今后我们常用：

N 表示自然数集合；

Z 表示整数集合；

Q 表示有理数集合；

R 表示实数集合；

R^+ 表示正实数集合；

R^- 表示负实数集合。

对于一个给定的集合，集合中的元素是确定的。也就是说，哪些对象是它的元素，哪些对象不是它的元素，总可以根据这个集合的元素所具有的共同特征加以判断，例如，对于自然数集合 N，我们可以根据自然数的共同特征判断出：$5 \in N$，而 $3.14 \notin N$。又比如，对于有理数集合 Q，可以根据有理数的共同特征判断出：$2.714 \in Q$，而 $\pi \notin Q$。

集合中的元素是互异的，也就是说，集合中的任何两个元素都是不同的对象，相同的对象归入任何一个集合时，只能算作这个集合的一个元素。因此，集合中的元素是没有重复的。

表示集合的方法常用的有列举法和描述法。

把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内，这种表示集合的方法叫做**列举法**。用列举法表示集合时，不考虑元素之间的顺序，每个元素只写一次。

例如，设 A 表示不超过 10 的正偶数集，显然它的元素是 2、4、6、8、10。于是集合 A 就可以表示为：

$A=\{2, 4, 6, 8, 10\}$ 或 $A=\{6, 2, 8, 10, 4\}$

把集合中的元素所具有的共同特征描述出来，写在大括号内，这种表示集合的方法叫做**描述法**。

例如，$A=\{2, 4, 6, 8, 10\}$ 也可以表示为 $A=\{$不超过 10 的正偶数$\}$。

再如，方程 $x^2-3x+2=0$ 的解所组成的集合可以表示为 $\{x \mid x^2-3x+2=0\}$ 或 $\{x : x^2-3x+2=0\}$，其中括号内竖线（或冒号）左边表示这个集合所包含的元素的一般形式，竖线

（或冒号）右边表示这个集合的元素所具有的共同特征。这种表示方法也叫做描述法。

集合中所包含的元素的个数为有限个时，这样的集合叫做**有限集合**。例如，某图书馆的全部藏书所组成的集合；不超过 10 000 的自然数所组成的集合等，都是有限集合。

集合中所包含的元素的个数为无限多个时，这样的集合叫做**无限集合**。例如，有理数集 Q，所有的正方形所组的集合等，都是无限集合。

只含有一个元素的集合，叫做单元素集合。例如，$\{a\}$、$\{0\}$、$\{x|x+1=5\}$ 等，都是单元素集合。

不含任何元素的集合叫做**空集**，记为 Φ 或 $\{\quad\}$。例如，$\{x|x^2+1=0,\ x\in R\}$ 就是一个空集。

需要注意：①Φ 和 $\{0\}$ 是两个不同的概念，前者指的是不包含任何元素的集合，是空集；而后者指的是由一个元素——数 0 所组成的单元素集合，显然它不是空集；②a 和 $\{a\}$ 也是不同的，a 表示一个元素，$\{a\}$ 表示只有一个元素 a 的集合。

2. **集合的包含关系**

设 A 和 B 是两个集合，如果集合 B 的每一个元素都是集合 A 的元素，那么就称集合 A 包含集合 B，集合 B 叫做集合 A 的**子集**。记作 $A\supseteq B$ 或 $B\subseteq A$，读作“A 包含 B 或 B 包含于 A”。

例如，$A=\{1,3,4,5\}$，$B=\{1,4,5\}$，B 就是 A 的子集，记作 $B\subseteq A$ 或 $A\supseteq B$，如图 1-1 所示。

对于任何一个集合 A，因为它的任意一个元素都是集合 A 的元素，所以**任意集合 A 都是它本身的子集**，可以记作 $A\supseteq A$ 或 $A\subseteq A$

空集是任何集合的子集。

如果集合 B 是 A 的子集，并且 A 中至少有一个元素不属于 B，则称 B 是 A 的真子集，记作

$B\subset A$（或 $A\supset B$）

例如，自然数集 N 是实数集 R 的子集，也是 R 的真子集，所以 $N\subset R$

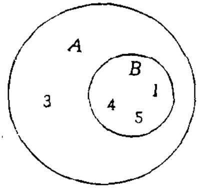

图 1-1

对于两个集合 A 和 B，如果 $A\supseteq B$，同时 $B\supseteq A$，那么集合 A 和 B 就叫做相等，记作 $A=B$ 或 $B=A$。读作"A 等于 B 或 B 等于 A"。例如，$\{x|x^2-3x+2=0\}=\{1,2\}$

3. **集合的运算**

（1）交集

设 A 和 B 是两个集合，由同时属于 A 和 B 的所有元素所组成的集合叫做 A 与 B 的**交集**，记作 $A\cap B$，读作"A 与 B 的交"。

例如，设 $A=\{3,4,5,6\}$，$B=\{5,6,7,8\}$。则 $A\cap B=\{5,6\}$

集合 A 与 B 的交集可以用图 1-2 中的阴影部分表示。

对于任意集合 A，显然下列关系式成立：

$A\cap A=A$；$A\cap\Phi=\Phi$

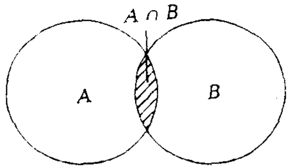

图 1-2

（2）并集

设 A 和 B 是两个集合。由属于 A 或 B 的所有元素所组成的集合叫做 A 与 B 的**并集**，记作 $A\cup B$，读作"A 与 B 的并"。

例如，设 $A=\{3,4,5,6\},B=\{5,6,7,8\}$。则 $A\cup B=\{3,4,5,6,7,8\}$

集合 A 与 B 的并集 $A\cup B$ 可以用图 1-3 中的阴影部分表示。

对于任意集合 A，显然有下列关系式成立：

$A\cup A=A$；$A\cup\Phi=A$

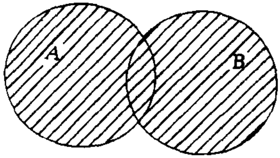

图 1-3

(3) 补集

我们在研究集合的有关问题时，若我们研究的所有集合都是某一个集合的子集，则这个给定的集合叫做**全集**，通常用符号 Ω 表示。也就是说，全集包含了我们要研究的所有集合的全部元素。

设 Ω 为全集，A 为 Ω 的子集，由全集 Ω 中所有不属于 A 的元素所组成的集合叫做集合 A 在集合 Ω 中的**补集**，记作 $\overline{A}$，读作"A 的补集"。

例如，设 $\Omega=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$，$A=\{1,3,5,7,9\}$。则 $\overline{A}=\{2,4,6,8,10\}$

集合 A 的补集 $\overline{A}$ 可以用图 1-4 中的阴影部分表示。

显然下列关系式成立：

$$A\cap\overline{A}=\Phi;\quad A\cup\overline{A}=\Omega。$$

例 1 设 $A=\{1,2,3,4,5\}$，$B=\{-3,-2,2,4\}$，$C=\{-2,2,4,6\}$，

求：$A\cup B$，$B\cap C$，$(A\cup B)\cap C$，$A\cap(B\cap C)$。

解：
$$A\cup B=\{1,2,3,4,5\}\cup\{-3,-2,2,4\}$$
$$=\{-3,-2,1,2,3,4,5\}$$
$$B\cap C=\{-3,-2,2,4\}\cap\{-2,2,4,6\}$$

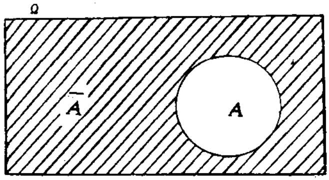

图 1-4

$$=\{-2,2,4\}$$

$$(A\cup B)\cap C=\{-3,-2,1,2,3,4,5\}\cap\{-2,2,4,6\}$$
$$=\{-2,2,4\}$$

$$A\cap(B\cap C)=\{1,2,3,4,5\}\cap\{-2,2,4\}$$
$$=\{2,4\}$$

例 2 设 $\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$，$A=\{1,3,4\}$，$B=\{2,4,5\}$，

求：$\overline{A}\cap\overline{B}$，$\overline{A\cap B}$。

解：$\because$ $\overline{A}=\{2,5,6\}$，$\overline{B}=\{1,3,6\}$

$\therefore$ $\overline{A}\cap\overline{B}=\{6\}$

$\because$ $A\cap B=\{4\}$

$\therefore$ $\overline{A\cap B}=\{1,2,3,5,6\}$

习　题 1—1

1.（口答）说出下列各集合里的元素：

（1）{比 5 小 3 的数}；

（2）{大于 5 且小于 14 的奇数}；

（3）{平方后其值不变的数}；

（4）{一年中不是 31 天的月份}。

2. 用适当的方法表示下列各集合：

(1) 由 3、5、7、9、11 所组成的集合；

(2) 周长小于 30 厘米的三角形；

(3) 不等式 $x-2>1$ 的解所组成的集合。

3. 把下列集合用另一种方法表示出来：

(1) $\{2,4,6,8,10,12\}$

(2) $\{x|x^2+x-1=0\}$

(3) $\{x|x^2+1=0\}$

4. 用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空：

-2 __ N，0 __ N，$-\frac{1}{2}$ __ N，π __ N

-2 __ Z，0 __ Z，$-\frac{1}{2}$ __ Z，π __ Z

-2 __ Q，0 __ Q，$-\frac{1}{2}$ __ Q，π __ Q

-2 __ R，0 __ R，$-\frac{1}{2}$ __ R，π __ R

5. 填空：

(1) a __ $\{a\}$　　(2) $\{a\}$ __ $\{a、b、c\}$

(3) $\{a,b\}$ __ $\{b,a\}$　(4) $\{2,4,6,8\}$ __ $\{2,8\}$

(5) Φ __ $\{1,2,3\}$

6. 写出集合 $\{1,2,3\}$ 的所有子集。

7. 设集合 $A=\{1,2,3,4,5\}$，$B=\{6,8,9,10\}$，
$C=\{$小于 11 的自然数$\}$，$T=\{2,4,6,8\}$

(1) 求：$A\cap T$，$A\cup B$

(2) 问：$A\cup B$ 与 C 是否相等？

8. 设集合 $\Omega=\{$不超过 10 的自然数$\}$为全集，$A=\{1,2,4,5,9\}$，$B=\{3,6,7,8,10\}$，$C=\{3,5,7\}$

求：(1) $A\cup B$　(2) $A\cap B$　(3) $\overline{A}\cup\overline{B}$

(4) $\overline{A}\cap\overline{B}$　(5) $A\cap(B\cap C)$　(6) $(A\cup B)\cup C$

9. 填空：

$\cap$	Φ	A	B
Φ			
A			$A\cap B$
B			

$\cup$	Φ	A	B
Φ			
A			
B		$B\cup A$	

$\cap$	Φ	A	$\overline{A}$
Φ			
A			
$\overline{A}$		Φ	

$\cup$	Φ	A	$\overline{A}$
Φ			
A		A	
$\overline{A}$			

10.　图 1-5 中，Ω 为全集，A、B、C 为 Ω 的子集，请用阴影表示：

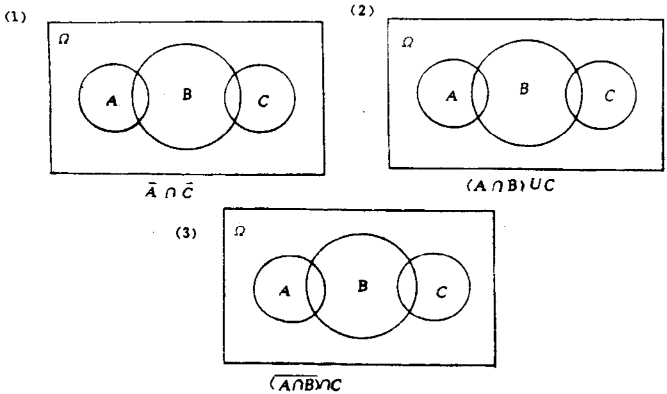

图 1-5

11.　设 S_1 表示某学校全体学生的集合，S_2 表示该校全体男