

北京市成人中等专业学校教材

数 学

(工科类)

北京市成人教育教学研究室组编

北京工业大学出版社

北京市成人中等专业学校教材

数 学

(工科类)

北京市成人教育教学研究室编

北京工业大学出版社

(京)新登字 212 号

北京市成人中等专业学校教材
数 学 (工科类)

北京市成人教育教学研究室编

※

北京工业大学出版社出版发行
各地新华书店经销

河北省徐水县宏远印刷厂印刷

※

1994 年 8 月第 1 版 1994 年 8 月第 1 次印刷
787×1092 毫米 32 开本 19.625 印张 440 千字

印数: 1~9000 册

ISBN7-5639-0391-7/O · 16

定价: 16.00 元

说 明

本教材是根据《北京市成人中等专业学校数学（工科类）教学大纲》编写的，供各成人中等专业学校及农民科学技术学校工科类各专业使用。

本教材的编写力求符合成人教育的特点，尽量适应工科类各专业学习的需要。在内容的选择上本着精简够用的原则，突出重点，简明扼要，删去了一些理论性较强的繁琐的推导和证明，注意了体系的完整性和内容的科学性。教材中带“※”号的章节可根据教学大纲的规定及各专业的需要选学。习题的配备密切结合教学内容的需要，每章后的小结和复习题供复习使用。

在本教材的编写过程中，曾得到部分成人中专学校教师的大力支持和帮助，在此表示感谢。

参加本教材编写的人员有：张学忠、王 君、陈泰康、张任之、何引、王莉莉、程洪日，还有张铨、张 林、陈永康、王淑敏、张 明。全书由张学忠、王 君统稿，刘 斌绘图。限于编者水平，难免出现缺点和错误，敬希广大师生批评指正。

北京市成人教育教研室
一九九四年八月

目 录

第一章 函数	(1)
1. 1 集合及其运算	(1)
1. 2 函数	(9)
1. 3 一次函数	(14)
1. 4 二次函数	(18)
1. 5 一元一次不等式组	(29)
1. 6 $ x < a$ 、 $ x > a$ 型的不等式	(33)
1. 7 一元二次不等式	(36)
小结 (一)	(41)
1. 8 指数	(45)
1. 9 幂函数	(54)
1. 10 函数的单调性和奇偶性	(59)
1. 11 反函数	(61)
1. 12 指数函数	(65)
1. 13 对数	(68)
1. 14 对数函数	(75)
小结 (二)	(79)
第二章 三角函数	(86)
2. 1 角的概念的推广与弧度制	(86)
2. 2 任意角的三角函数	(95)
2. 3 同角三角函数的基本关系式	(101)
2. 4 诱导公式	(105)
2. 5 三角函数的图象和性质	(111)
2. 6 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象	(123)
小结 (一)	(132)
2. 7 两角和与差的三角函数	(136)

2. 8	二倍角与半角的三角函数	(142)
2. 9	三角函数的积化和差与和差化积	(149)
2. 10	反三角函数	(152)
2. 11	解斜三角形	(162)
	小结 (二)	(174)
第三章	直线	(180)
3. 1	两点间的距离及线段的中点坐标	(180)
3. 2	直线方程的几种形式	(186)
3. 3	两条直线的平行与垂直	(194)
3. 4	两条直线的夹角、交点及点到直线的距离	(199)
	小结	(206)
第四章	二次曲线	(209)
4. 1	曲线与方程	(209)
4. 2	圆	(214)
4. 3	椭圆	(220)
4. 4	双曲线	(228)
4. 5	抛物线	(237)
	小结	(243)
※第五章	极坐标与参数方程	(247)
5. 1	极坐标系	(247)
5. 2	极坐标方程与直角坐标方程的互化	(251)
5. 3	一些常见曲线的极坐标方程	(254)
5. 4	参数方程	(259)
	小结	(266)
※第六章	复数	(269)
6. 1	复数的概念	(269)

6. 2	复数的运算	(274)
6. 3	复数的三角形式及其运算	(278)
6. 4	复数的指数形式及其运算	(283)
	小结	(286)
第七章	数列与极限	(290)
7. 1	等差数列	(290)
7. 2	等比数列	(396)
	小结 (一)	(301)
7. 3	初等函数	(302)
7. 4	极限的概念	(310)
7. 5	无穷小量和无穷大量	(316)
7. 6	极限的运算法则	(321)
7. 7	两个重要极限	(326)
7. 8	函数的连续性	(330)
	小结 (二)	(337)
第八章	导数与微分	(342)
8. 1	导数的概念	(342)
8. 2	导数的运算法则	(352)
8. 3	对数函数、三角函数的导数	(356)
8. 4	复合函数的导数	(361)
8. 5	隐函数、指数函数的导数	(365)
8. 6	反三角函数的导数	(369)
8. 7	高阶导数	(373)
8. 8	微分	(376)
	小结	(381)
第九章	导数与微分的应用	(384)
9. 1	拉格朗日中值定理、罗必塔法则	(384)
9. 2	函数增减性的判定	(390)

9. 3	函数的极值	(394)
9. 4	函数的最大值和最小值	(400)
9. 5	微分的应用	(406)
	小结	(411)
第十章	不定积分	(416)
10. 1	不定积分的概念	(416)
10. 2	积分基本公式、不定积分的性质 及运算法则	(420)
10. 3	换元积分法	(427)
10. 4	分部积分法	(434)
10. 5	积分表的使用	(439)
	小结	(442)
第十一章	定积分及其应用	(446)
11. 1	定积分的概念	(446)
11. 2	定积分的性质与计算公式	(453)
11. 3	定积分的换元积分法和分部积分法	(458)
11. 4	定积分在几何中的应用	(461)
11. 5	定积分在物理中的应用	(471)
11. 6	广义积分简介	(476)
※ 11. 7	微分方程	(479)
	小结	(488)
※第十二章	行列式与矩阵	(492)
12. 1	二阶和三阶行列式	(492)
12. 2	三阶行列式的性质	(498)
12. 3	三阶行列式按一行(列)展开	(503)
12. 4	n 阶行列式	(511)
12. 5	克莱姆法则	(516)

12. 6	矩阵的概念及运算	(520)
12. 7	逆矩阵	(533)
12. 8	矩阵的初等变换	(539)
	小结	(546)
※第十三章	概率初步	(551)
13. 1	排列	(551)
13. 2	组合	(556)
13. 3	二项式定理	(561)
	小结 (一)	(565)
13. 4	随机事件及其关系	(568)
13. 5	概率、古典概型	(573)
13. 6	概率的加法定理与乘法定理	(576)
13. 7	独立试验序列概型	(581)
13. 8	离散型随机变量的概率分布及其 数字特征	(584)
13. 9	正态分布	(591)
	小结 (二)	(597)
附表一	简易积分表	(603)
附表二	标准正态分布表	(616)

第一章 函数

1.1 集合及其运算

1. 集合的概念

无论是在数学中，还是在日常工作和生活中，人们为了研究问题方便起见，往往需要把具有某种共同性质的事物做为一个整体加以研究，于是就产生了集合的概念。例如：

- (1) 某班的全体学员；
- (2) 不超过 10 的全体正偶数；
- (3) 所有的正方形的全体；
- (4) 某图书馆的所有藏书的全體。

上面几个例子中的“全体”都是由具有某种共同特征的一些事物组成的。我们把具有某种共同特征的事物的全体叫做**集合**，简称**集**。我们把组成某一个集合的各个具体事物叫做这个集合的**元素**。例如上面例子中的(2)是由不超过 10 的正偶数组成的，那么 2、4、6、8、10 都是这个集合的元素；(3)是由所有正方形的全体组成的集合，那么每一个正方形都是这个集合的元素，显然这个集合中的元素有无穷多个。

通常用大写拉丁字母 A 、 B 、 C 、 $\dots$ 表示集合，用小写拉丁字母 a 、 b 、 c 、 $\dots$ 表示集合中的元素，如果 a 是集合 A 的元素，就记作“ $a \in A$ ”，读作“ a 属于 A ”；如果 a 不是 A 的元素，就记作“ $a \notin A$ (或 $a \bar{\in} A)$ ”，读作“ a 不属于 A ”。

由数组成的集合叫做**数集**。今后我们常用：

N 表示自然数集合；

Z 表示整数集合；

Q 表示有理数集合；

R 表示实数集合；

R^+ 表示正实数集合；

R^- 表示负实数集合。

对于一个给定的集合，集合中的元素是确定的。也就是说，哪些对象是它的元素，哪些对象不是它的元素，总可以根据这个集合的元素所具有的共同特征加以判断，例如，对于自然数集合 N ，我们可以根据自然数的共同特征判断出： $5 \in N$ ，而 $3.14 \notin N$ 。又比如，对于有理数集合 Q ，可以根据有理数的共同特征判断出： $2.714 \in Q$ ，而 $\pi \notin Q$ 。

集合中的元素是互异的，也就是说，集合中的任何两个元素都是不同的对象，相同的对象归入任何一个集合时，只能算作这个集合的一个元素。因此，集合中的元素是没有重复的。

表示集合的方法常用的有列举法和描述法。

把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内，这种表示集合的方法叫做**列举法**。用列举法表示集合时，不考虑元素之间的顺序，每个元素只写一次。

例如，设 A 表示不超过 10 的正偶数集，显然它的元素是 2、4、6、8、10。于是集合 A 就可以表示为：

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\} \text{ 或 } A = \{6, 2, 8, 10, 4\}$$

把集合中的元素所具有的共同特征描述出来，写在大括号内，这种表示集合的方法叫做**描述法**。

例如， $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 也可以表示为 $A = \{\text{不超过 10 的正偶数}\}$ 。

再如，方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的解所组成的集合可以表示为 $\{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$ 或 $\{x : x^2 - 3x + 2 = 0\}$ ，其中括号内竖线（或冒号）左边表示这个集合所包含的元素的一般形式，竖线

(或冒号)右边表示这个集合的元素所具有的共同特征。这种表示方法也叫做描述法。

集合中所包含的元素的个数为有限个时,这样的集合叫做**有限集合**。例如,某图书馆的全部藏书所组成的集合;不超过 10 000 的自然数所组成的集合等,都是有限集合。

集合中所包含的元素的个数为无限多个时,这样的集合叫做**无限集合**。例如,有理数集 Q ,所有的正方形所组成的集合等,都是无限集合。

只含有一个元素的集合,叫做**单元素集合**。例如, $\{a\}$ 、 $\{0\}$ 、 $\{x|x+1=5\}$ 等,都是单元素集合。

不含任何元素的集合叫做**空集**,记为 Φ 或 $\{\}$ 。例如, $\{x|x^2+1=0, x \in R\}$ 就是一个空集。

需要注意:① Φ 和 $\{0\}$ 是两个不同的概念,前者指的是不包含任何元素的集合,是空集;而后者指的是由一个元素——数 0 所组成的单元素集合,显然它不是空集;② a 和 $\{a\}$ 也是不同的, a 表示一个元素, $\{a\}$ 表示只有一个元素 a 的集合。

2. 集合的包含关系

设 A 和 B 是两个集合,如果集合 B 的每一个元素都是集合 A 的元素,那么就称集合 A 包含集合 B ,集合 B 叫做集合 A 的**子集**。记作 $A \supseteq B$ 或 $B \subseteq A$,读作“ A 包含 B 或 B 包含于 A ”。

例如, $A = \{1, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 4, 5\}$, B 就是 A 的子集,记作 $B \subseteq A$ 或 $A \supseteq B$,如图 1-1 所示。

对于任何一个集合 A ,因为它的任意一个元素都是集合 A 的元素,所以**任意集合 A 都是它本身的子集**,可以记作 $A \supseteq A$ 或 $A \subseteq A$ 。

空集是任何集合的子集。

如果集合 B 是 A 的子集, 并且 A 中至少有一个元素不属于 B , 则称 B 是 A 的真子集, 记作

$$B \subset A \text{ (或 } A \supset B)$$

例如, 自然数集 N 是实数集 R 的子集, 也是 R 的真子集, 所以 $N \subset R$

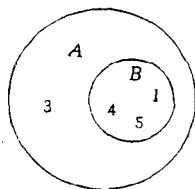


图 1-1

对于两个集合 A 和 B , 如果 $A \supseteq B$, 同时 $B \supseteq A$, 那么集合 A 和 B 就叫做相等, 记作 $A=B$ 或 $B=A$ 。读作“ A 等于 B 或 B 等于 A ”。例如, $\{x|x^2-3x+2=0\} = \{1, 2\}$

3. 集合的运算

(1) 交集

设 A 和 B 是两个集合, 由同时属于 A 和 B 的所有元素所组成的集合叫做 A 与 B 的交集, 记作 $A \cap B$, 读作“ A 与 B 的交”。

例如, 设 $A = \{3, 4, 5, 6\}$, $B = \{5, 6, 7, 8\}$ 。则 $A \cap B = \{5, 6\}$

集合 A 与 B 的交集可以用图 1-2 中的阴影部分表示。

对于任意集合 A , 显然下列关系式成立:

$$A \cap A = A; A \cap \Phi = \Phi$$

(2) 并集

设 A 和 B 是两个集合。由属于 A 或 B 的所有元素所组成的集合叫做 A 与 B 的并集, 记作 $A \cup B$, 读作“ A 与 B 的并”。

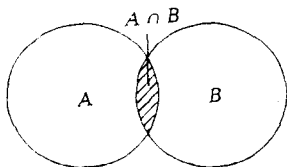


图 1-2

例如, 设 $A = \{3, 4, 5, 6\}$, $B = \{5, 6, 7, 8\}$ 。则 $A \cup B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

集合 A 与 B 的并集 $A \cup B$ 可以用图 1-3 中的阴影部分表示。

对于任意集合 A , 显然有下列关系式成立:

$$A \cup A = A; A \cup \Phi = A$$

(3) 补集

我们在研究集合的有关问题时, 若我们研究的所有集合都是某一个集合的子集, 则这个给定的集合叫做

全集, 通常用符号 Ω 表示。也就是说, 全集包含了我们要研究的所有集合的全部元素。

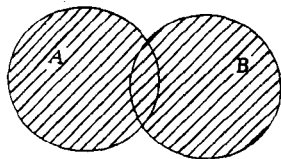


图 1-3

设 Ω 为全集, A 为 Ω 的子集, 由全集 Ω 中所有不属于 A 的元素所组成的集合叫做集合 A 在集合 Ω 中的**补集**, 记作 $\bar{A}$, 读作 “ A 的补集”。

例如, 设 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 。则 $\bar{A} = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

集合 A 的补集 $\bar{A}$ 可以用图 1-4 中的阴影部分表示。

显然下列关系式成立:

$$A \cap \bar{A} = \Phi; A \cup \bar{A} = \Omega.$$

例 1 设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{-3, -2, 2, 4\}$, $C = \{-2, 2, 4, 6\}$,

求: $A \cup B$, $B \cap C$, $(A \cup B) \cap C$, $A \cap (B \cap C)$ 。

解: $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \cup \{-3, -2, 2, 4\}$

$$= \{-3, -2, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$B \cap C = \{-3, -2, 2, 4\} \cap \{-2, 2, 4, 6\}$$

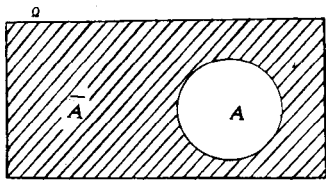


图 1-4

$$= \{-2, 2, 4\}$$

$$(A \cup B) \cap C = \{-3, -2, 1, 2, 3, 4, 5\} \cap \{-2, 2, 4, 6\} \\ = \{-2, 2, 4\}$$

$$A \cap (B \cap C) = \{1, 2, 3, 4, 5\} \cap \{-2, 2, 4\} \\ = \{2, 4\}$$

例 2 设 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 5\}$,

求: $\overline{A \cap B}$, $\overline{A} \cap \overline{B}$.

解: $\because \overline{A} = \{2, 5, 6\}$, $\overline{B} = \{1, 3, 6\}$

$$\therefore \overline{A \cap B} = \{6\}$$

$$\because A \cap B = \{4\}$$

$$\therefore \overline{A \cap B} = \{1, 2, 3, 5, 6\}$$

习 题 1-1

1. (口答)说出下列各集合里的元素:

- (1) $\{\text{比 } 5 \text{ 小 } 3 \text{ 的数}\}$;
- (2) $\{\text{大于 } 5 \text{ 且小于 } 14 \text{ 的奇数}\}$;
- (3) $\{\text{平方后其值不变的数}\}$;
- (4) $\{\text{一年中不是 } 31 \text{ 天的月份}\}$.

2. 用适当的方法表示下列各集合:

- (1) 由 3、5、7、9、11 所组成的集合；
- (2) 周长小于 30 厘米的三角形；
- (3) 不等式 $x-2>1$ 的解所组成的集合。

3. 把下列集合用另一种方法表示出来：

- (1) $\{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$
- (2) $\{x | x^2 + x - 1 = 0\}$
- (3) $\{x | x^2 + 1 = 0\}$

4. 用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空：

$$\begin{aligned} -2 _ N, 0 _ N, -\frac{1}{2} _ N, \pi _ N \\ -2 _ Z, 0 _ Z, -\frac{1}{2} _ Z, \pi _ Z \\ -2 _ Q, 0 _ Q, -\frac{1}{2} _ Q, \pi _ Q \\ -2 _ R, 0 _ R, -\frac{1}{2} _ R, \pi _ R \end{aligned}$$

5. 填空：

- (1) $a _ \{a\}$ (2) $\{a\} _ \{a, b, c\}$
- (3) $\{a, b\} _ \{b, a\}$ (4) $\{2, 4, 6, 8\} _ \{2, 8\}$
- (5) $\Phi _ \{1, 2, 3\}$

6. 写出集合 $\{1, 2, 3\}$ 的所有子集。

7. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{6, 8, 9, 10\}$,
 $C = \{\text{小于 11 的自然数}\}$, $T = \{2, 4, 6, 8\}$

- (1) 求： $A \cap T$, $A \cup B$
- (2) 问： $A \cup B$ 与 C 是否相等？

8. 设集合 $\Omega = \{\text{不超过 10 的自然数}\}$ 为全集, $A = \{1, 2, 4, 5, 9\}$, $B = \{3, 6, 7, 8, 10\}$, $C = \{3, 5, 7\}$

- 求：(1) $A \cup B$ (2) $A \cap B$ (3) $\bar{A} \cup \bar{B}$
 (4) $\bar{A} \cap \bar{B}$ (5) $A \cap (B \cap C)$ (6) $(A \cup B) \cup C$

9. 填空：

$\cap$	Φ	A	B
Φ			
A			$A \cap B$
B			

$\cup$	Φ	A	B
Φ			
A			
B		$B \cup A$	

$\cap$	Φ	A	$\bar{A}$
Φ			
A			
$\bar{A}$		Φ	

$\cup$	Φ	A	$\bar{A}$
Φ			
A		A	
$\bar{A}$			

10. 图 1-5 中, Ω 为全集, A, B, C 为 Ω 的子集, 请用阴影表示:

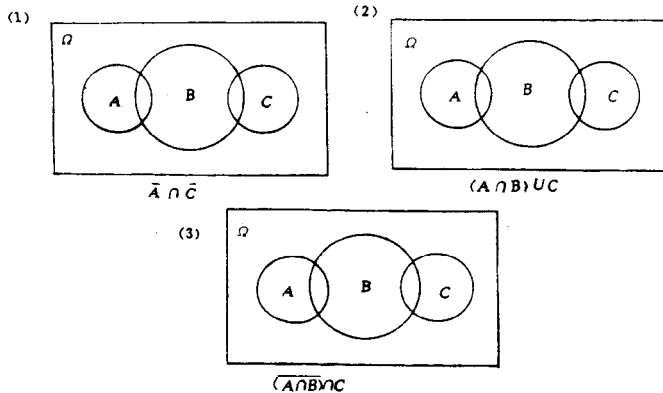


图 1-5

11. 设 S_1 表示某学校全体学生的集合, S_2 表示该校全体男