



智慧图书·职教书系

21世纪中等职业教育系列教材
根据中等职业学校教学大纲编写

21SHIJI ZHONGDENG ZHIYE JIAOYU XILIE JIAOCAI

数 学

学生用书
(全一册)

主 编：曹秀梅 白毅娟



中国传媒大学出版社

前 言

本教材严格按照国家教育部最新制定的《中等职业学校数学教学大纲》进行编写,本着简洁,实际,创新的原则,将大纲要求的内容精简为一本书,适用于中等职业学校各类专业的学生。全书共分为十章,每章后面有适量的复习题,根据章节内容的相近性又进行细分,并设置相应习题,另外,每小节后面配置了练习,题量科学,难度适中。

本教材的编写遵循下面的理念:

1. 注重创新意识和实践能力

素质教育的核心是培养学生创新意识和实践能力,本书编写过程中,力求突出知识的交汇性、再生性及应用性,建立数学教学的全新模式。教材在内容的安排上,切实落实新大纲的认知要求层次(了解、理解、掌握)和能力培养六方面(基本运算能力、基本计算工具使用能力、空间想象能力、数形结合能力、简单实际应用能力、逻辑思维能力)的要求,在借鉴了许多国内优秀的数学教材的编写思想、方法和经验的基础上,编出自己特色。

2. 注重知识灵活运用

从教学改革的要求和教学实际出发,本教材将最基础部分的知识,从不同的角度、不同的侧面、不同的层次,进行了立体性、辐射性和比较性强化,从而使基础知识更加融会贯通,便于学生灵活应用。

3. 注重探索性和趣味性

数学学习需要引导,需要激发,本教材抓住学生这一心理,循循善诱,定理有详细的证明,例题层层推进,步步深入,另外,兴趣是最好的老师,本书体例新颖,方法灵活,富于趣味性。

4. 注重数学思维方法的培养

数学教学的目的不单纯是掌握必要的数学知识,更重要的数学思维方法的培养和获得,本书逻辑清晰,思维缜密。学生在学习知识的同时,逐步掌握科学的思维方法。

由于编者水平有限,本书难免存在不少缺点和错误,诚恳希望教师和学生以数学研究人员批评指正,以便进一步完善!

编 者

目 录

第一章 集合与逻辑用语	(1)
一 集合	(1)
1.1 集合与元素	(1)
1.2 集合的表示法	(2)
1.3 集合之间的关系	(3)
1.4 集合的运算	(4)
二 逻辑用语	(8)
1.5 命题	(8)
1.6 逻辑用语	(9)
1.7 充要条件	(11)
本章小结	(14)
复习题一	(15)
第二章 不等式	(17)
2.1 不等式的性质	(17)
2.2 不等式的解集与区间	(18)
2.3 不等式组的解法	(20)
2.4 一元二次不等式	(21)
2.5 分式不等式的解法	(23)
2.6 含有绝对值的不等式	(24)
本章小结	(27)
复习题二	(28)
第三章 函数	(29)
一 函数	(29)
3.1 映射与函数	(29)
3.2 函数的图象	(31)
3.3 反函数	(33)
3.4 函数的单调性	(34)
3.5 函数的奇偶性	(36)
二 指数函数与对数函数	(39)
3.6 指数	(39)

3.7 指数函数	(42)
3.8 对数	(43)
3.9 对数函数	(45)
3.10 待定系数法	(48)
3.11 函数的应用	(49)
本章小结	(52)
复习题三	(55)
第四章 三角函数	(56)
一 任意角的三角函数	(56)
4.1 角	(56)
4.2 弧度制	(58)
4.3 三角函数的概念	(60)
4.4 同角三角函数的基本关系式	(63)
二 三角函数公式	(64)
4.5 诱导公式	(64)
4.6 和角公式	(68)
4.7 倍角公式	(71)
三 三角函数的图像和性质	(73)
4.8 正弦函数的图像与性质	(73)
4.9 余弦函数的图像和性质	(77)
4.10 正切函数的图像和性质	(78)
4.11 三角函数的应用	(80)
四 正弦定理和余弦定理	(81)
本章小结	(84)
复习题四	(85)
第五章 数列	(86)
5.1 数列	(86)
5.2 等差数列及其通项公式	(88)
5.3 等差中项	(89)
5.4 等差数列的前几项和	(89)
5.5 等比数列及其通项公式	(91)
5.6 等比中项	(92)
5.7 等比数列的前几项和	(92)
本章小结	(94)
复习题五	(95)

第六章 平面向量	(96)
一 向量	(96)
6.1 向量的概念和向量的几何表示	(96)
6.2 相等向量与共线向量	(96)
二 向量的加、减运算和数乘向量	(98)
6.3 向量的加法与减法	(98)
6.4 数乘向量	(99)
三 向量的坐标	(100)
6.5 数轴上向量的坐标	(100)
6.6 直角坐标中的向量坐标	(101)
四 向量的数量积	(102)
五 向量计算的几何应用	(104)
本章小结	(106)
复习题六	(107)
第七章 平面解析几何	(108)
一 直线的方程	(108)
二 几种形式的直线方程	(109)
7.1 直线方程的点斜式和斜截式	(109)
7.2 直线的两点式和截距式	(111)
7.3 直线方程的一般式	(112)
三 两条直线的位置关系	(114)
7.4 两条直线的平行和垂直	(114)
7.5 两条直线的夹角	(116)
7.6 两条直线的交点	(117)
7.7 点到直线的距离	(118)
四 曲线和方程	(119)
五 圆	(121)
六 椭圆、双曲线和抛物线	(124)
7.8 椭圆及其几何性质	(124)
7.9 双曲线及其几何性质	(127)
7.10 抛物线的标准方程	(130)
本章小结	(134)
复习题七	(136)
第八章 立体几何	(138)
一 平面的性质	(138)
二 直线、平面的位置关系	(140)

8.1 两条直线的位置关系	(140)
8.2 直线和平面的位置关系	(141)
8.3 两个平面的位置关系	(143)
三 直线、平面的度量关系	(145)
8.4 两条直线所成的角	(145)
8.5 直线与平面垂直、点到平面的距离	(146)
8.6 三垂线定理、直线和平面所成的角	(148)
8.7 二面角、平面与平面垂直	(150)
本章小结	(153)
复习题八	(155)
第九章 排列、组合与二项式定理	(156)
一 排列、组合	(156)
9.1 分类计数原理与分步计数原理	(156)
9.2 排列	(157)
9.3 组合	(158)
二 二项式定理	(160)
本章小结	(162)
复习题九	(163)
第十章 复数	(165)
一 复数的概念	(165)
10.1 复数的有关概念	(165)
10.2 复数的向量表示	(166)
二 复数的运算	(168)
10.3 复数的加、减法	(168)
10.4 复数的乘法和除法	(169)
三 复数的三角形式	(171)
10.5 复数的三角形式	(171)
10.6 复数三角形式的乘法与乘方	(172)
10.7 复数三角形式的除法	(173)
本章小结	(175)
复习题十	(176)
参 考 答 案	(178)

第一章 集合与逻辑用语

一 集合

19 世纪末 20 世纪初德国数学家康托创立了集合理论,集合理论被誉为 20 世纪最伟大的数学创造,集合概念的提出大大拓展了数学的研究领域,并将数学引入到抽象推理的更加广阔的天地.人类很多领域的知识获得了一个非常有力的数学分析形式,为近代数学奠定了基础.本章主要介绍集合的相关概念和逻辑用语.它们是数学中经常使用的基本语言,学好这一章对我们的理解和表达数学内容有很大帮助.

1.1 集合与元素

集合没有确定的概念,一般地,它表示某些指定对象组成的整体,而每一个指定对象称为元素.例如:“26 个英文字母”就是一个集合,而其中任何一个字母都是这个集合的元素.

集合中元素具有下列性质:

确定性:集合中的元素必须是确定的,任何一个对象是否属于给定的集合都是可以判定的.例如:3 是正整数集,而 -1 就不是该集合的元素.

互异性:集合中的每个元素不能重复出现.也就是同一个集合中不能有两个相同的元素.

无序性:集合中元素的排列顺序不予考虑,如 1、2、3 三个数构成的集合与 3、2、1;3、1、2 构成的表示同一集合.

构成集合的元素可以是各种各样的事物和一些抽象符号,我们将由数组成集合叫做数集.下面我们介绍常见的数集及其符号.

所有自然数组成的集合包括 0,称为自然数集,记作 N .

所有整数构成的集合称为整数集,记作 Z .

所有正整数构成的集合称为正整数集,记作 Z^+ .

所有负整数构成的集合称为负整数集,记作 Z^- .

所有有理数构成的集合称为有理数集,记作 Q .

所有实数构成的集合称为实数集,记作 R .

通常用大写字母 A, B, C 表示集合,用小写字母 a, b, c 表示元素,如果元素 a 是集合 M 的元素就说 a 属于 M ,记作 $a \in M$; a 不是集合 M 的元素,就说 a 不属于 M ,记作 $a \notin M$.

若集合的元素有限,则称为有限集,例如:编辑部人员.

若集合的元素无限,则称为无限集,例如:整数集.

若集合不含有任何元素,则称为空集.记作 Φ ,例如:方程 $x+1=x$ 的解构成的集合.



练习

1. 判断下列说法是否正确,说明理由.

(1)班里皮肤较白的学生构成一个集合.

(2) $\{1,1,2\}$ 有三个元素.

(3) $\{3,4,5\}$ 与 $\{4,3,5\}$ 表示同一集合.

2. 用 $\in$ 和 $\notin$ 填空.

0 $\underline{\quad}$ N -1 $\underline{\quad}$ Z -10.5 $\underline{\quad}$ Q π $\underline{\quad}$ R

3. 14 $\underline{\quad}$ Q $\sqrt{3}$ $\underline{\quad}$ R

1.2 集合的表示法

集合的表示法通常有两种:列举法和描述法.

列举法:将集合中的元素一一列举出来,写在大括号内.用这种方法表示集合,元素之间需要用逗号隔开,列举时与元素的排列顺序无关,有限集通常用列举法表示.例如: $\{1, 2, 3, 4\}$.

描述法:将集合中所有的元素都具有的性质(满足条件)表示出来,写成 $\{x|p(x)\}$ 的形式(其中 x 为集合中的代表元素, $p(x)$ 为元素 x 具有的性质),无限集通常用描述法表示如: $\{x|x < 3 \text{ 且 } x \in R^+\}$.

同一个集合,可以两种方法表示.如: $x^2-4=0$ 的解的全体构成的集合,可表示为:

列举法: $\{2, -2\}$

描述法: $\{x|x^2-4=0, x \in R\}$

例 1 分别用列举法和描述法表示下列集合:

(1)由小于 20 的所有素数组成的集合(一般地,一个小于 1 的整数 P ,如果它的正因数只有 1 和 P ,那么称 P 为素数(或质数),例如:2、3、5 都是素数)

(2)奇数集

解 (1)列举法 $\{1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

描述法 $\{x|x \text{ 是 } 20 \text{ 以内的素数}\}$

(2)列举法 $\{\dots, 1, 3, 5, \dots\}$

描述法 $\{m|m=2n-1, n \in Z\}$

通过上面两个例子,我们可以看出,有限集合用列举法表示较清晰,无限集合用描述法表示较简单.



练习

1. 用列举法表示下列集合.

(1) $\{x|x \text{ 是大于 } 2 \text{ 小于 } 10 \text{ 的奇数}\}$

(2) $\{x|x^2-4x+4=0\}$

(3) $\{\text{本学期你所学课程的全体}\}$

(4) 方程组 $\begin{cases} x+y=2 \\ x-y=4 \end{cases}$ 的解集

2. 用描述法表示下列集合.

(1) $\{1, 3, 5, 7\}$

(2) $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}\right\}$

(3) $\{12 \text{ 的正因数}\}$

(4) $\{x|x^2+3=0\}$

3. 用适当的方法表示下列集合.

(1) 水星、金星、地球、火星、土星、天王星、海王星、冥王星

(2) 火药、指南针、造纸术、印刷术

(3) 偶数集

1.3 集合之间的关系

集合之间的关系有:子集、真子集、相等.

$A=\{1,2\}, B=\{1,2,3,4\}$

请看上面两个集合,我们可以发现集合 A 中的每一个元素都是集合 B 的元素,这时集合 A 叫做集合 B 的子集.一般地,对于两个集合 A 和 B ,如果集合 A 中的每一个元素都是集合 B 的元素,那么,集合 A 叫做集合 B 的子集.记作 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$.

读作“ A 包含于 B ”或者“ B 包含 A ”.当集合 A 不包含于集合 B ,或者集合 B 不包含集合 A 时,则记作 $A \not\subseteq B$ (或 $B \not\supseteq A$).

由于 A 的任何一个元素都属于 A ,因此 A 是 A 的子集,即 $A \subseteq A$,这表明任何一个集合都是它本身的子集.

我们还规定:空集是任何集合的子集,也就是说对于任何集合 A 都有 $\Phi \subseteq A$.

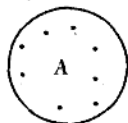
注意:符号“ $\subseteq$ ”是表示集合与集合之间的包含关系,一般地说,是部分与整体的关系,在 $\subseteq$ 符号的两边都是集合,而 $\in$ 是元素与集合的关系.

例 1 写出集合 $A=\{-1,0,1\}$ 的所有子集分析:集合 A 中的任意 1 个、2 个、3 个元素组成的集合及空集,都是集合 A 的子集.解 集合 A 的所有子集是 $\Phi, \{-1\}, \{0\}, \{1\}, \{-1,0\}, \{-1,1\}, \{0,1\}, \{-1,0,1\}$

上述例子中,我们可以看到集合 A 的前 7 个子集, A 中至少有一个元素不属于它.例如, $\{-1\}$ 不属于 $\{0,1\}$.

一般地,如果 A 是集合 B 的子集,并且 B 中至少有一个元素不属于 A ,那么 A 叫做 B 的真子集.记作 $A \subset B$ (或者 $B \supset A$).

显然,空集是任何非空集合的真子集.也就是说,对于任何非空集合 A ,总有 $\Phi \subset A$.



用图形表示集合,很直观,通常用一条封闭曲线所围成的区域表示一个集合,

图 1-1

封闭曲线内部的点,表示这个集合的元素,如图 1-1 所示.用矩形或圆来表示集合的图叫做文氏图.

例 2 指出下列四个集合之间的关系,并用文氏图表示:

$A = \{\text{四边形}\}, B = \{\text{平行四边形}\}, C = \{\text{矩形}\}, D = \{\text{正方形}\}$

解 $D \subsetneq C \subsetneq B \subsetneq A$, 如图 1-2 所示.



图 1-2

一般地,如果两个集合的元素完全相同.那么我们就说这两个集合相等,集合 A 等于集合 B ,记作 $A=B$.

由相等的定义可知

如果 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$, 则 $A=B$, 反之若 $A=B$, 则 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$.

例 3 指出以下两个集合之间的关系.

(1) $A = \{x \mid |x| = 1\}, B = \{-1, 1\}$

(2) $P = \{2, 4, 5, 7\}, Q = \{2, 5\}$

(3) $C = \{\text{奇数}\}, D = \{\text{整数}\}$

解 (1) $A=B$ (2) $Q \subsetneq P$ (3) $C \subsetneq D$



练习

1. 写出 $\{1, 3, 5\}$ 的所有子集和真子集.

2. 判断下列表示是否正确.

(1) $A \subseteq \{a\}$

(2) $\{a\} \subseteq \{a, b\}$

(3) $\{a, b\} \subseteq \{b, a\}$

(4) $\{-5, 5\} \subseteq \{-5, 0, 5\}$

(5) $Q \in \{-1, 1\}$

(6) $1 \in \{1, 2\}$

(7) $\emptyset \subsetneq \{x \mid x+1 = x-3\}$

(8) $\{a\} \in \{a\}$

3. 说出下列集合之间的关系并用图表示:

$A = \{\text{三角形}\}, B = \{\text{等腰三角形}\}, C = \{\text{等边三角形}\}, D = \{\text{等腰直角三角形}\}, E = \{\text{正三角形}\}$

1.4 集合的运算

集合的运算关系有三种:交集、并集、补集.

交集

一般地,由所有属于集合 A 又属于集合 B 的元素所组成的集合,叫做集合 A 与集合 B 的交集,记作 $A \cap B$,读作“ A 交 B ”.如图 1-4 所示.

对于任意两个集合 A, B 都有

(1) $A \cap B = B \cap A$

(2) $A \cap A = A$

(3) $A \cap \emptyset = \emptyset \cap A = \emptyset$

(4) 如果 $A \subseteq B$, 则 $A \cap B = A$

例 1 已知 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{2, 3, 7, 8\}$, 求 $A \cap B$.

解 $A \cap B = \{1, 2, 3, 4\} \cap \{2, 3, 7, 8\} = \{2, 3\}$

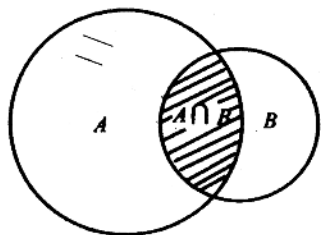


图 1-4

例2 已知 $A = \{\text{菱形}\}$ $B = \{\text{矩形}\}$, 求 $A \cap B$.

解 $A \cap B = \{\text{菱形}\} \cap \{\text{矩形}\} = \{\text{正方形}\}$

例3 已知 $A = \{(x, y) | x + y = 2\}$, $B = \{(x, y) | x - y = 0\}$, 求 $A \cap B$.

解 $A \cap B = \{(x, y) | x + y = 2\} \cap \{(x, y) | x - y = 0\} = \{(x, y) | \begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 0 \end{cases}\} = \{(x, y) | (1, 1)\}$

并集

一般地, 对于两个给定集合 A, B , 把它们所有元素合并在一起构成的集合, 叫做 A 与 B 的并集, 记作 $A \cup B$. 读作“ A 并 B ”, 如图 1-5 所示

对于两个集合 A, B 都有

$$(1) A \cup B = B \cup A$$

$$(2) A \cup A = A$$

$$(3) A \cup \Phi = \Phi \cup A = A$$

若 $A \subseteq B$, 则 $A \cup B = B$; 若 $A \supseteq B$ 则 $A \cup B = A$.

例4 已知: $A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{2, 3, 4, 5\}$, 求 $A \cup B$.

解 $A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{2, 3, 4, 5\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

例5 已知: $N = \{\text{自然数}\}$, $Z = \{\text{整数}\}$, 求 $N \cup Z$.

解 $N \cup Z = \{\text{自然数}\} \cup \{\text{整数}\} = \{\text{整数}\} = Z$

补集

一般地, 每一个集合都是某个集合 S 的子集, 那么就称 S 为全集. 例如, 在讨论有关实数的问题时, 通常把 $\{\text{实数}\}$ 作为全集.

设 A 是 S 的一个子集, 由 S 中不属于 A 的所有元素组成的集合, 称为 S 的子集 A 的补集, 记作 $C_S A$, 读作“ A 补”.

即: $C_S A = \{x | x \in S \text{ 且 } x \notin A\}$, 如图 1-6 所示:

由补集的定义得出, 对于全集 S 的任意子集 A 有

$$A \cap C_S A = \Phi$$

$$A \cup C_S A = S$$

$$C_S (C_S A) = A$$

例6 设全集 $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $A = \{1, 4\}$ 求 $C_S A$ 及 $C_S (C_S A)$.

解 $C_S A = \{2, 3, 5\}$, $C_S (C_S A) = A = \{1, 4\}$

例7 已知全集为 $S = \{\text{三角形}\}$ $A = \{\text{直角三角形}\}$, 求 $C_S A$.

解 $C_S A = \{\text{非直角三角形}\} = \{\text{斜三角形}\}$

例8 已知 $I = R = \{\text{实数}\}$ $Q = \{\text{有理数}\}$, 求 $C_I Q$.

解 $C_I Q = \{\text{非有理数}\} = \{\text{无理数}\}$



练习

1. 设 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{3, 4, 5\}$

(1) 求 $A \cap B$.

(2) 交集 $A \cap B$ 是 A 的子集吗? 是 B 的子集吗? 试用集合关系符号表示出它们之间的关系.

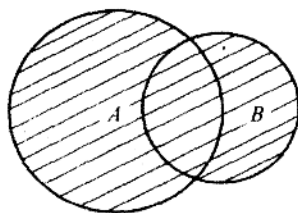


图 1-5

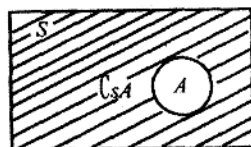


图 1-6

2. 设 $A = \{-1, 0, 3, 5, 7\}$ $B = \{11, 7, 3\}$

(1) 求 $A \cap B, A \cup B$.

(2) 交集是并集的子集吗? A 和 B 是并集的子集吗? 试用集合关系表示它们之间的关系.

3. 设 $S = \{\text{小于 9 的正整数}\}$, $A = \{4, 2\}$, $B = \{3, 4, 5, 7\}$ 求 $C_S A, C_S B, C_S(C_S A), C_S(C_S B), A \cap B, C_S A \cap C_S B$.



习题一

1. 用 $\in$ 和 $\notin$ 填空.

$2 \underline{\hspace{1cm}} N$ $-1 \underline{\hspace{1cm}} N$ $\frac{1}{2} \underline{\hspace{1cm}} N$ $\pi \underline{\hspace{1cm}} N$ $2 \underline{\hspace{1cm}} Z$ $-1 \underline{\hspace{1cm}} Z$

$\frac{1}{2} \underline{\hspace{1cm}} Z$ $\pi \underline{\hspace{1cm}} Z$ $2 \underline{\hspace{1cm}} Q$ $-1 \underline{\hspace{1cm}} Q$ $\frac{1}{2} \underline{\hspace{1cm}} Q$ $\pi \underline{\hspace{1cm}} Q$

$2 \underline{\hspace{1cm}} R$ $-1 \underline{\hspace{1cm}} R$ $\frac{1}{2} \underline{\hspace{1cm}} R$ $\pi \underline{\hspace{1cm}} R$

2. 用列举法表示下列组合.

(1) $\{x | -2 < x < 5 \text{ 的整数}\}$

(2) $\{x | x^2 - 3x - 4 = 0\}$

(3) $\{\text{平方等于 9 的数}\}$

(4) $\{6 \text{ 的正因数}\}$

(5) $\{\text{绝对值等于 2 的数}\}$

3. 用另一种方法表示下列集合.

(1) $\{1, 3, 5, 7\}$

(2) $\{\text{与 3 相差 5 的数}\}$

(3) $\{\text{平方后和本身相等的数}\}$

(4) $\{\text{能被 5 整除的正整数}\}$

4. 用适当的方法表示下列元素构成的集合.

(1) 亚洲、欧洲、美洲、非洲、澳洲

(2) 由所有非负奇数组成的集合

(3) 周长等于 15 厘米的三角形

(4) 小于 $\frac{1}{2}$ 的正整数组成的集合

5. 用适当的符号 ($\in, \notin, =, \supseteq, \subseteq$) 填空.

(1) $a \underline{\hspace{1cm}} \{a\}$

(2) $d \underline{\hspace{1cm}} \{a, b, c\}$

(3) $\{a, b\} \underline{\hspace{1cm}} \{b, a\}$

(4) $\{2, 4, 6, 8\} \underline{\hspace{1cm}} \{2, 8\}$

(5) $\emptyset \underline{\hspace{1cm}} \{1, 2, 3\}$

(6) $\{a\} \underline{\hspace{1cm}} \{a, b, c\}$

6. 写出集合 $\{a, b, c, d\}$ 的所有子集和真子集.

7. 一个集合 A 若含有 1 个元素, 则它的子集个数是多少? 若含有 2 个、3 个、4 个元素, 则

它的子集个数又分别是多少? 由此归纳出集合 A 若含有 n 个元素时, 它的子集和真子集个数、非空真子集个数.

8. 设集合 $A = \{1, 3, a\}$, $B = \{1, a^2 - a + 1\}$ 且 $A \supseteq B$, 求 a .

9. 已知 (1) $\{1, 2, 3, 4, 5\} = \{1, 2, 3, 4, a\}$, 求 a ;

(2) $\{1, 2, 3, 4, 5\} = \{1, 2, 3, a, b\}$, 求 a, b ;

(3) $\{1, 2, 3, 4, 5\} = \{1, 2, 2a - 1, 4, 5\}$, 求 a ;

(4) $\{0, a, 2\} = \{0, a^2, 2\}$, 求 a .

10. 用适当的集合填空.

$\cap$	Φ	A	B
Φ			
A			
B			

$\cup$	Φ	A	B
Φ			
A			
B			

11. 已知全集 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{2, 3, 5, 6\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$.

(1) 求 $(C_S A) \cup (C_S B)$, $C_S(A \cap B)$, 并根据结果判定 $(C_S A) \cup (C_S B)$ 与 $C_S(A \cap B)$ 之间的关系.

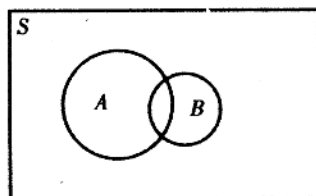
(2) 求 $(C_S A) \cap (C_S B)$, $C_S(A \cup B)$, 并根据结果判定 $(C_S A) \cap (C_S B)$ 与 $C_S(A \cup B)$ 之间的关系.

12. 如下图(1)和(2), S 是全集, A, B 都是 S 的子集, 分别用阴影表示:

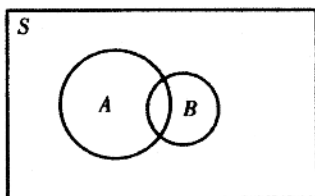
(1) $C_S(A \cup B)$

(2) $(C_S A) \cap (C_S B)$

(3) 从图中看出 $C_S(A \cup B)$ 与 $(C_S A) \cap (C_S B)$ 有什么关系?



(1)



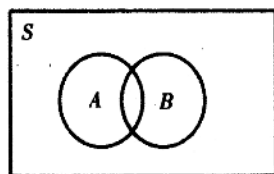
(2)

13. 如下图(1)和(2), S 是全集, A, B 都是 S 的子集, 分别用阴影表示:

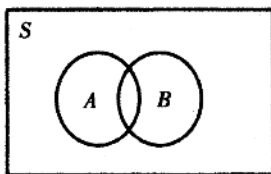
(1) $C_S(A \cap B)$

(2) $(C_S A) \cup (C_S B)$

(3) 从图中看出 $C_S(A \cap B)$ 与 $(C_S A) \cup (C_S B)$ 有什么关系?

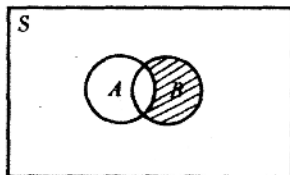


(1)

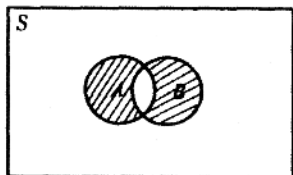


(2)

14. 用集合表示图中的阴影部分



(1)



(2)

二 逻辑用语

1.5 命题

命题

叙述一件事情的句子(陈述句),这个句子要么是真的,要么是假的,不能既真又假,那么称这个陈述句是一个命题.

如果一个命题叙述的事情是真的,就说它是真命题(或者说它的真值为真).

如果一个命题叙述的事情是假的,就说它是假命题(或者说它的真值为假).

如果 x 表示的数大于 5,那么“ $x > 5$ ”这句话是真的;如果 x 表示的数小于 5,那么“ $x > 5$ ”这句话是假的,因此“ $x > 5$ ”不是命题,由于当 x 表示的数明确时,“ $x > 5$ ”的真假性是确定的,因此我们今后对命题作进一步讨论时允许包括像“ $x > 5$ ”字样的陈述句,只要记住它的真假性,随 x 表示的数而定.

在数字中,对于含有字母的陈述句,当字母表示的数的原因明确时,就能判断它的真假,这时这个陈述句是命题,例如:“对于任意实数 a ,都有 $a^2 \geq 0$ ”这句话是真的,它是真命题.又如,“对于任意实数 a 都有 $a^2 > 0$ ”这句话是假的,它是假命题.因为当 $a = 0$, $a^2 = 0$ 而不是大于 0.

为了简单起见,命题常用小写字母 $p, i, r, \dots$ 表示.例如: $p: x^2 = 4$,意思是命题 p 为 $x^2 = 4$.

简单命题和复合命题

“并且”“或者”“非”等称为逻辑联结词.

不含逻辑联结词的命题称为简单命题.

由简单命题和逻辑联结词构成的命题称为复合命题.

例 1 判断下列命题,哪些是简单命题,哪些是复合命题,并判断真假.

- | | |
|--------------------------|--------|
| (1) 对顶角相等. | (简单 真) |
| (2) 4 不是方程 $x^2 = 4$ 的根. | (复合 真) |
| (3) 2 是质数. | (简单 真) |
| (4) 18 是 6 或 9 的倍数. | (复合 真) |
| (5) $\{0\} = \Phi$. | (简单 假) |



练习

选择“真”或“假”填入空格.

- (1) 3 加 2 等于 5 是____命题
 (2) $\frac{1}{2}$ 加 $\frac{1}{2}$ 等于 $\frac{1}{4}$ 是____命题
 (3) 0 是自然数是____命题
 (4) 0 属于空集是____命题
 (5) 空集是任何集合的子集是____命题
 (6) 奇数集与偶数集的并集是 Z 是____命题

1.6 逻辑用语

常用的逻辑用语有“且”、“或”、“非”.

且

一般地,用联结词“且”连接两个命题 p 和 q ,当 p 和 q 都为真时,复合命题“ p 且 q ”为真;只要 p, q 中有一个为假(包括两个都为假的情形),“ p 且 q ”便为假.

以下为复合命题“ p 且 q ”的真值表.

p	q	p 且 q
真	真	真
真	假	假
假	真	假
假	假	假

例 1 判断下列复合命题的真假:

- (1) -2 是整数,且 $-2 < 0$.
 (2) $\sqrt{2}$ 是无理数,且 $\sqrt{2} < 0$.
 (3) π 是有理数,且 $\pi > 3$.
 (4) 7 是素数,且 7 被 4 除余数为 3.

解 (1) 真

(2) 假 由于 $\sqrt{2} > 0$

(3) 假 π 是无理数

(4) 真

或

一般地,用联结词“或”连接两个命题 p 和 q ,只要 p, q 中有一个为真(包括两个为真的情形),复合命题“ p 或 q ”就为真;当 p 和 q 都为假时,命题“ p 或 q ”才为假,其真值表见下:

p	q	p 或 q
真	真	真
真	假	真
假	真	真
假	假	假

例2 判断下列复合命题的真假.

(1) $|5|=5$, 或 $|-5|=5$.

(2) $8>7$, 或 $8=7$.

(3) $8>8$, 或 $8=8$.

(4) $|-3|=-3$, 或 $\sqrt{9}=-3$.

解 由真值表可以得出(1)真 (2)真 (3)真 (4)假

非

一般地,命题 p 的否定形式记成“非 p ”,这里的“非”也是常见的逻辑用语.显然,当 p 为真时,“非 p ”为假.当 p 为假时“非 p ”为真,其真值表见下:

p	非 p
真	假
假	真

例3 说出下列命题的否定形式,并说出它的真假.

(1)6 是偶数.

(2) $|0|, |3|$ 都等于 0.

(3) $-1, 1, 2$ 都是自然数.

(4) $1<2$.

解 (1)否定形式:6 不是偶数. 假

(2)否定形式: $|0|, |3|$ 不都等于 0. 真

(3)否定形式: $-1, 1, 2$ 不都是自然数. 真

(4)否定形式: $1>2$. 假

注意: $|0|, |3|$ 都等于 0 的否定形式为 $|0|, |3|$ 不都等于 0.

一般地有“ p 且 q ”的否定形式是“非 p 或非 q ”这是德·摩根(De. Morgan)定律一.

例如: p :小明在北京

q :小红在北京

p 且 q :小明和小红都在北京

其否定形式:小明和小红不都在北京

一般地有“ p 或 q ”的否定形式是“非 p 且非 q ”这是德·摩根定律二.

例如: p :李磊在编书

q :张华在编书

p 或 q :李磊或张华在编书

其否定形式:李磊和张华都不在编书