

· 新课程标准 ·

功夫数学

史耀武 ◎ 编著

● 走进新课程

● 激扬数学情

● 功夫跨天下

● 学历在高峰



天津教育出版社
TIANJIN EDUCATION PRESS

· 新课程标准 ·

功夫数学

适用中学生及数学教师

史耀武 ◎ 编著



天津教育出版社
TIANJIN EDUCATION PRESS

· 新世纪新教材 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

功夫数学 / 史耀武编著. — 天津: 天津教育出版社,
2007.6

ISBN 978 - 7 - 5309 - 4928 - 3

I. 功… II. 史… III. 数学课 - 初中 - 教学参考资料
IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第085524号

功夫数学

出 版 人 肖占鹏

作 者 史耀武

责任编辑 尹福友

装帧设计 张丽丽

出版发行 天津教育出版社
天津市和平区西康路 35 号
邮政编码: 300051

经 销 全国新华书店
印 刷 河北霸州市光辉印刷有限公司
版 次 2007 年 6 月第 1 版
印 次 2007 年 6 月第 1 次印刷
规 格 16 开(787 × 1092 毫米)
印 张 19.75
字 数 407 千字

书 号 ISBN 978 - 7 - 5309 - 4928 - 3
定 价 25.80 元

天津教育出版社

寄语新生代

“数学好玩”，名出宗师。

睿智拼趣，口笔联诗。

天高地阔，梦飞追日。

漫游王国，纵横真知。

解密经典，快乐学识。

精彩在手，理念基石。

播撒激情，丰收意志。

数学展翼，享受现实。

渴望攀爬,在峭岩陡隙中品尝鲜新,触摸珍奇。

陶情曲谱,于邻对组跳的音符中享受律动、甜柔、和谐。

采撷为了馈赠;

集藏成就观赏。

数学大世界开门迎客……

——题记

目录

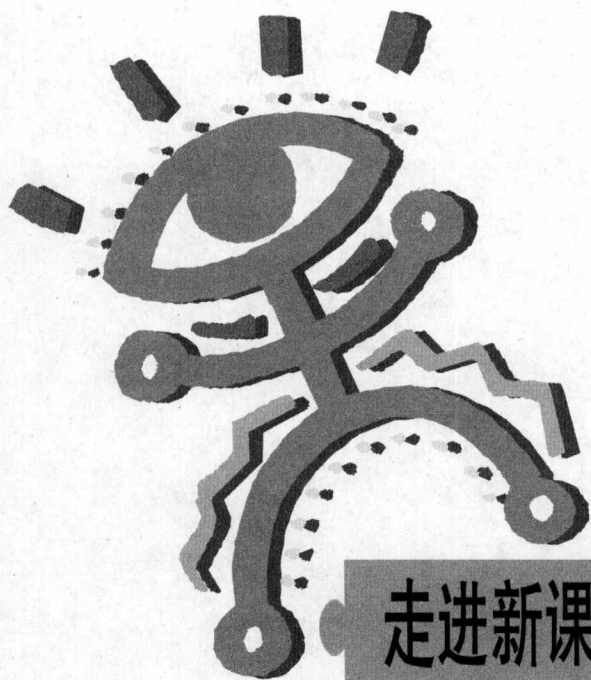
走进新课程 激扬数学情

1. 精思巧算(1)——为“开心辞典”献题	3
2. 精思巧算(2)——不由你不信	6
3. 趣味正方体侧展图	8
4. 平面图形与旋转体、多面体连连看	12
5. 视图趣中趣	15
6. 精思巧算(3)——好玩的钟表时针分针间的夹角计算	19
7. 角世界(1)	23
8. 角世界(2)——识别三类角	27
9. 讲述平行线	30
10. 数形结合(1)——坐标与简单图形	37
11. 数形结合(2)——解读一次函数	43
12. 角世界(3)——图形的内角、外角	52
13. 奥妙对顶形	56
14. 箭头四边形	59
15. 难忘全等三角形	62
16. 数形结合(3)——代数式与图形	79
17. 精思巧算(4)——精彩纷呈提公因式	83
18. 精思巧算(5)——功不可没“平方差”	86
19. 连锁分解因式	90
20. 探索“带尾”型的因式分解	93
21. 关注分式的分母	96
22. 例释“拆分”	99
23. 精思巧算(6)——多趣的倒数与倒数法则	101
24. 大家都来解方程	106
25. 奇招妙解应用题	112
26. 数形结合(4)——走进反比例函数	119



享受几何学 快乐常相约

27. 身边的轴对称与轴对称图形	131
28. 厚重等腰三角形	136
29. 情结勾股定理	144
30. 总述四边形	154
31. 数形结合(5)——坐标与图形	171
32. 大家都来解方程(续)	175
33. 数形结合(6)——方程与图形	184
34. 概观中位数	189
35. 定位评述相似形	195
36. 妙用外接圆	207
37. 箭头四边形(箭形)的联想	210
38. 延伸半径 柳暗花明	212
39. 面积计算给出的启示	215
40. 特定相切圆	220
41. 经典“切线长”	223
42. 旋转切线长的思考	230
43. 妙不可言“黄金分割”	233
44. 相似三角形的共识	237
45. 等圆的故事	242
46. 造势“复合比”	247
47. “穿心圆”的启迪	255
48. 添加切线方略谈	259
49. 美仑美奂曲线形	262
50. 数形结合(7)——透析二次函数	271
51. 应用对称法求解二次函数式	278
52. 折叠与展开	280
部分数学训练参考答案	287



走进新课程 激扬数学情

1. 精思巧算(1)——为“开心辞典”献题

“开心辞典”是央视二套热播不衰的大众化的娱乐性节目;也是寓知识于趣味,集学问于思考的美好与欢乐的专栏。

“开心辞典”是生活的笑靥,是开心的花朵,是快乐的诗章,是人类文化妙不可言的机智与敏慧。我歌“开心辞典”,我为“辞典”开心,并以献题方式表达我们的心愿和敬意。

数的计算在“开心辞典”节目中占有重要地位,应用加、减、乘、除求得数为 24 的数学游戏更是大众喜闻乐算的内容,在此,让我们先献题,后献计。

应用四则混合运算将下列每组 4 个数列式求出结果等于 24 的值来(每数只能使用一次,过程得数可续用一次,过程计算也可添加括号)。

1. 3, 3, 3, 3

解: $3 \times 3 \times 3 - 3 = 27 - 3 = 24$

2. 4, 4, 4, 4

解: $4 \times 4 + 4 + 4 = 16 + 8 = 24$

3. 5, 5, 5, 5

解: $5 \times 5 - 5 \div 5 = 25 - 1 = 24$

4. 6, 6, 6, 6

解: $6 \times 6 - 6 - 6 = 36 - 12 = 24$

5. 1, 2, 7, 7

解: $(7 \times 7 - 1) \div 2 = 48 \div 2 = 24$

6. 1, 3, 3, 7

解: $3 \times 7 + 3 \times 1 = 21 + 3 = 24$

7. 1, 5, 11, 11

解: $(11 \times 11 - 1) \div 5 = 120 \div 5 = 24$

8. 1, 7, 13, 13

解: $(13 \times 13 - 1) \div 7 = 168 \div 7 = 24$

9. 1, 2, 3, 4

解: $(1 + 3) \times (2 + 4) = 4 \times 6 = 24$

10. 2, 3, 4, 5

解: $(5 - 2 + 3) \times 4 = 6 \times 4 = 24$

11. 3, 4, 5, 6

解: $(5 - 4 + 3) \times 6 = 4 \times 6 = 24$

12. 4, 5, 6, 7

解: $4 \times [7 - (6 - 5)] = 4 \times 6 = 24$

13. 5, 6, 7, 8

解: $6 \times [5 - (8 - 7)] = 6 \times 4 = 24$

14. 6, 7, 8, 9

解: $6 \div (9 - 7) \times 8 = 3 \times 8 = 24$

15. 7, 8, 9, 10

解: $9 \div (10 - 7) \times 8 = 9 \div 3 \times 8 = 3 \times 8 = 24$

16. 3, 3, 5, 13

解: $3 \times 13 - 3 \times 5 = 39 - 15 = 24$

17. 3, 6, 6, 11

解: $(6 \times 11 + 6) \div 3 = 72 \div 3 = 24$

18. 3, 5, 7, 13

解: $(5 \times 13 + 7) \div 3 = 72 \div 3 = 24$

19. 4, 4, 10, 10

解: $(10 \times 10 - 4) \div 4 = 96 \div 4 = 24$

20. 4, 5, 7, 13

解: $(7 \times 13 + 5) \div 4 = 96 \div 4 = 24$

21. 4, 8, 9, 12

解: $8 \times 9 \div (12 \div 4) = 72 \div 3 = 24$

22. 4, 5, 7, 7

解: $5 \times 7 - 4 - 7 = 35 - 11 = 24$

23. 5, 10, 10, 13

解: $(10 \times 13 - 10) \div 5 = 120 \div 5 = 24$

24. 6, 6, 9, 13

解: $6 \times 13 - 6 \times 9 = 78 - 54 = 24$

25. 7, 12, 12, 13

解: $12 \times 12 \div (13 - 7) = 144 \div 6 = 24$

通过上面 25 个献题,明眼人很快就能读出每组已知数都能在 1~13 内变化,这是为什么?众所周知:“四六 24”这种数学游戏最初源于扑克牌计数玩法.扑克牌最小点为 A 当 1 使用,后面有 J、Q、K 分别当 11、12、13 使用,为接近生活,还原游戏本貌,所以在设计题目时都取 1~13 的数,并加大趣味性和难度.为了让这个游戏更具生命力、更具变化性,多些层次,多些人群.我们衷心向王小丫、嘉明及新进入本节目的主持人建议,把四则混算升格为五则或更高,即加入乘方、开方运算,不是更具运算空间吗?对于初中以上文化层面的人都能驾驭自如,何乐不为呢?

1. 精思巧算(1)——为“开心辞典”献题

比如,用1,2,2,3求值24.可列式为 $(1+2) \times 2^3 = 24$,再用4,5,9,13求值24.可列式为 $(13-5) \times \sqrt{9} = 24$.……

让我们为“开心辞典”再献上8个题目:

1. 1,2,3,3

解: $3^3 - (1+2) = 27 - 3 = 24$

2. 2,2,4,4

解: $4^2 + 2 \times 4 = 16 + 8 = 24$

3. 2,5,7,7

解: $7 \times 7 - 5^2 = 49 - 25 = 24$

4. 2,7,12,13

解: $7^2 - 12 - 13 = 49 - 25 = 24$

5. 1,2,7,13

解: $(13^2 - 1) \div 7 = 168 \div 7 = 24$

6. 2,3,6,9

解: $3^2 + 9 + 6 = 9 + 15 = 24$

7. 2,2,6,9

解: $\sqrt{9} \times (2+6) = 3 \times 8 = 24$

8. 3,4,8,8

解: $4^{\sqrt{8}} + 8 = 4^2 + 8 = 16 + 8 = 24$

请注意,上面的7、8两题运用了开平方计算,“ $\sqrt{\quad}$ ”即是对数字做二次开方,没写数字2,实际上“2”这个数已经参与运算了.请读者明白内理.

关于计算24的故事可以远溯20世纪60年代.一位外国政要来华访问时,把一道用五个“5”(四则运算)求得24的题出给首都一个小学四年级学生,本以为能难住他们.不想,在众多举手的学生回答中,令这位政要大为惊讶,有两种解法,你能回答出其中一种吗?

当本文最后给出第二种解法时,你也会感到惊叹和赞赏.

附题:5,5,5,5,5

解法一: $(5 \times 5 \times 5 - 5) \div 5 = 120 \div 5 = 24$

解法二: $\left(5 - \frac{5 \div 5}{5}\right) \times 5 = \left(5 - \frac{1}{5}\right) \times 5 = 25 - 1 = 24$



2. 精思巧算(2)——不由你不信

假如你把一张很薄很薄的纸——厚度仅为 0.01 mm, 对折 30 次, 它的总厚度比珠穆朗玛峰还高. 你信吗?

下面请跟我一同计算.

折 叠 次 数	纸 厚 度(累 加)
0	0.01 (mm)
1	0.02
2	0.04
⋮	⋮
10	$0.01 \times 2^{10} = 10.24$ (mm) ≈ 0.01 (m)
11	0.02
12	0.04
⋮	⋮
20	$0.01 \times 2^{10} = 10.24$ (m) ≈ 10 (m)
21	20
22	40
⋮	⋮
30	$10 \times 2^{10} = 10240$ (m)

请注意, 1~10 次折叠, 我们使用 mm 作单位. 从 11~30 次折叠, 我们使用 m 作单位, 且在第 10 次和第 20 次的累加总厚度计算中, 采用四舍五入手法舍去零头. 既简化了计算过程, 又明朗了计算数据. 众所周知, 珠穆朗玛峰是世界最高海拔——8848 m. 而上面的数学活动, 把一张厚度仅为 0.01 mm 的纸对折 30 次所得的总厚度约为 10240 m (实际结果比此数据还要大) 即 $10240 > 8848$, 结果真实, 这下你该相信了吧!

必须指出, 此题的实际操作虽然难以实现, 但是我们把后面的折叠可设想为用刀一切为二罗在一起, 再应用 2^n ($n \geq 1$, n 为自然数) 进行近似计算, 最终得到题目结论.

思考题:

1. 比较大小: 3^{5555} , 4^{4444} , 5^{3333}

2. 应用 $2^{10} = 1024$ 比较大小: 289^5 与 1023^4

3. 用三个“2”不添加任何运算符能组成哪些数? (数可表示为乘方形式), 同时用“<”将这些数排列. 假如用四个“2”组数, 再进行排列又怎样呢?

2. 精思巧算(2)——不由你不信

思考题解答

1. 比较大小: $3^{5555}, 4^{4444}, 5^{3333}$

解: $\because 3^{5555} = (3^5)^{1111} = 243^{1111}$, 而 $4^{4444} = (4^4)^{1111} = 256^{1111}$. 又 $5^{3333} = (5^3)^{1111} = 125^{1111}$, 由底数 $125 < 243 < 256$, $\therefore 125^{1111} < 243^{1111} < 256^{1111}$, 即 $5^{3333} < 3^{5555} < 4^{4444}$.

2. 比较大小: 289^5 与 1023^4

解: $289^5 = 17^{10}, 2^{10} = 1024$. 根据 $1023 < 1024$, $\therefore 1023^4 < 1024^4 = 2^{40}$. 又 $17 > 16 = 2^4$, $\therefore 289^5 = 17^{10} > 16^{10} = 2^{40} > 1023^4$, $\therefore 289^5 > 1023^4$.

3. 题略

解: (i) 用三个“2”可写出四个数 $222, 22^2, 2^{2^2}, 2^{2^2}$, 而 $2^{2^2} = 2^4 = 16 < 222 < 22^2 = 484$.

$2^{2^2} = 2^{10} \cdot 2^{12} = 1024 \times 2^{12}$, $\therefore$ 四个数的从小到大排列为 $2^{2^2} < 222 < 22^2 < 2^{2^2}$.

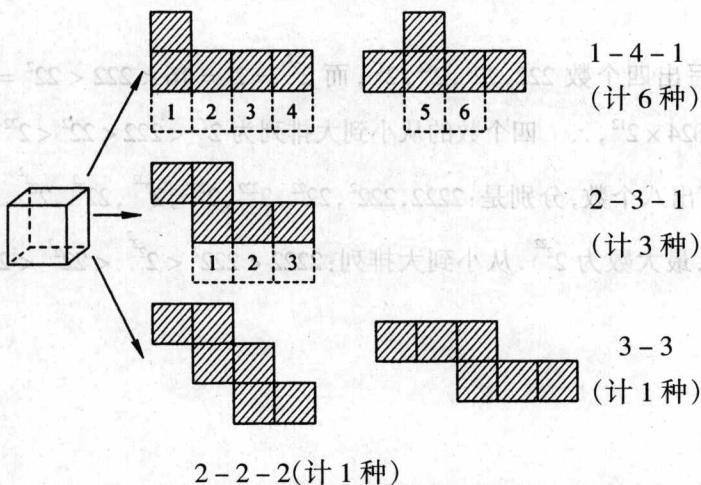
(ii) 用四个“2”可写出八个数, 分别是: $2222, 222^2, 22^{2^2}, 2^{2^{2^2}}, 2^{2^{2^2}}, 2^{2^{2^2}}, 2^{2^{2^2}}, 2^{2^{2^2}}$. 其中

最小数为 2222 , 最大数为 $2^{2^{2^2}}$. 从小到大排列: $2222 < 222^2 < 2^{2^{2^2}} < 2^{2^{2^2}} < 2^{2^{2^2}} < 2^{2^{2^2}} < 2^{2^{2^2}} < 2^{2^{2^2}}$.

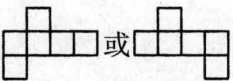
3. 趣味正方体侧展图

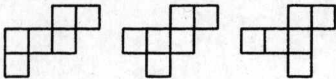
新课改七年级数学开篇就是多姿多彩的图形.而对生活中常常接触的长方体、正方体包装盒却“情有独钟”.包装盒多由平面硬纸片剪裁折叠后制成,那么包装盒是立体图形,又如何展开成平面图形呢?展开成怎样的平面图形?这是数学园圃里独立绽放的一枝奇葩!

以正方体为例,让我们共享平面展开图的秘趣.



观察上面各展开图形,阴影部分是定位不动的,虚线部分是位置可交换的.如 1-4-1 型的第一图,第一层的 1 个正方形与第二层的 4 个正方形是固定的,而第三层的 1,2,3,4 位置可任取,所以第一图有 4 种展开图形;第二图的第一层、第二层的正方形同样固定,第三层的 5,6 位置任取,所以第二图有 2 种,总计 1-4-1 型共 6 种.

可能有人要问:形如  的正方体侧面展开图形算不算 1-4-1 型里的一种呢?我们说,单独出现算 1 种,但总体统计,这两个图形与我们前面给出 1-4-1 型第一图的图形重复,不能累计其中.其实在 2-3-1 型中也存在这个问题,形如

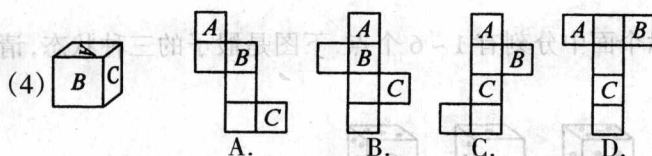
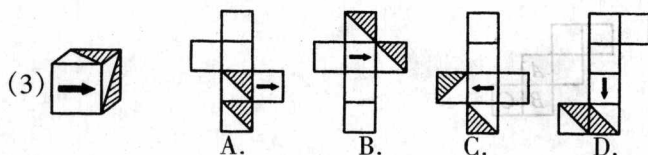
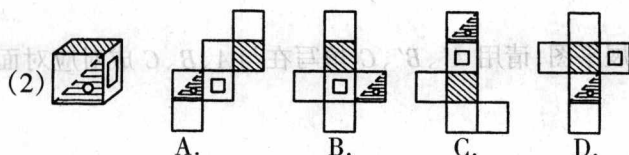
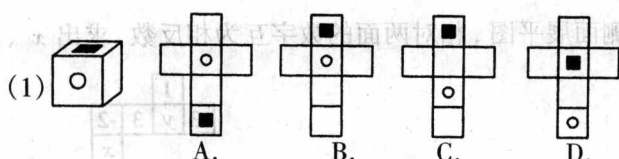
 算不算 2-3-1 型的另类呢?请读者自行判断.

请大家注意,正方体的侧面展开图形,一旦经过旋转、平移、翻转后两图形重合.故在统计累加时只算一票.以上研究正方体侧面展平图共 11 种就是这样得来的.

有趣的是,如果正方体的六个面分别涂上不同颜色,或标写 1,2,3,4,5,6,或写上不同字母,画上不同图案,再判断它的侧面展平图的情况,相对地增加了难度.当然也扩展了大家的思维空间,加大了“题采”系数.

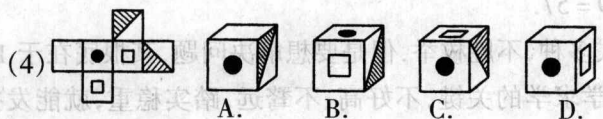
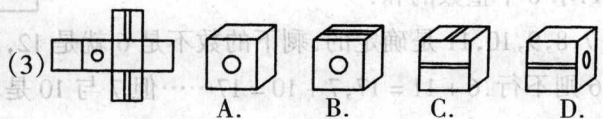
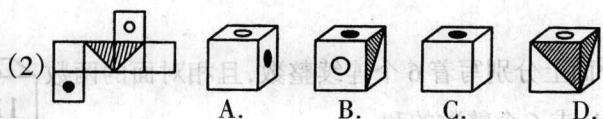
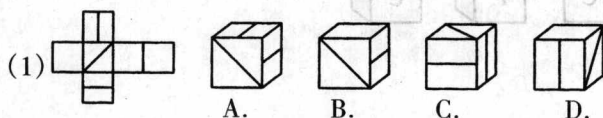
题 1 将以下四个正方体进行侧面展平,其正确的答案是_____ (只填选项符号).

3. 趣味正方体侧展图



解: (1) B (2) D (3) C (4) A

题 2 以下四个图形分别是某正方体的展平图. 将其折叠能得到还原正方体的是哪一个?

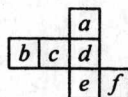


解: (1) B (2) D (3) B (4) A

还有更具趣味的题目, 因篇幅较大, 仅列举五种, 供大家欣赏.

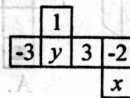
题 3 将下图还原成正方体. 请写出相对两面的字母.

解: $a \rightarrow e, b \rightarrow d, c \rightarrow f$.



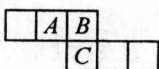
题4 下面是一个正方体的侧面展开图,相对两面的数字互为相反数.求出 x 、 y 的值来.

解: $x = -1, y = 2$.

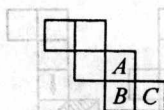


题5 下图是正方体的侧面展开图,请用 A' 、 B' 、 C' 填写在与 A 、 B 、 C 成对应面对的空白处.

(1)



(2)

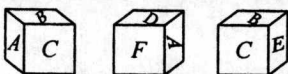


题6 看图判断.

(1) 游戏骰子是个正方体,六个面中分刻有 1~6 个点.下图是骰子的三种状态,请推算“?”处的点数.



(2) 同一个正方体在三个不同方位上图形如下,求相对两面的字母.



解:(1) 6点.

(2) $A \rightarrow E, B \rightarrow F, C \rightarrow D$.

题7 如图,一个正方体的 6 个面上分别写着 6 个连续整数,且相对面的两数之和相等.若图上给出三个数 7, 10, 11. 求 6 个整数的和.



解:从题意分析 6 个数中必然有 7, 8, 9, 10, 11 是确定的.剩下的数不是 6 就是 12,而满足对面的数之和相等的条件只有 12, 6 则不行. $6 + 11 = 17, 7 + 10 = 17$ ……但 7 与 10 是相邻两面. $\therefore$ 6 个连续整数之和为 $3 \times 19 = 57$.

正方体的侧展图,趣味浓厚,样式多种,不胜枚举.但是要想解决问题,其根底在于 11 种展开形式,牢牢掌握基础知识才是同学求学的关键,不好高、不骛远,踏实稳重,就能发挥自我,品尝快乐.这一点我们一定会达成共识.

最后让我们用一道多选题来做此篇的结束吧!

题8 以下十二图中,正确的正方体侧面展开图是() (1) (2) (5) (7) (8) (10) (只填序号)

