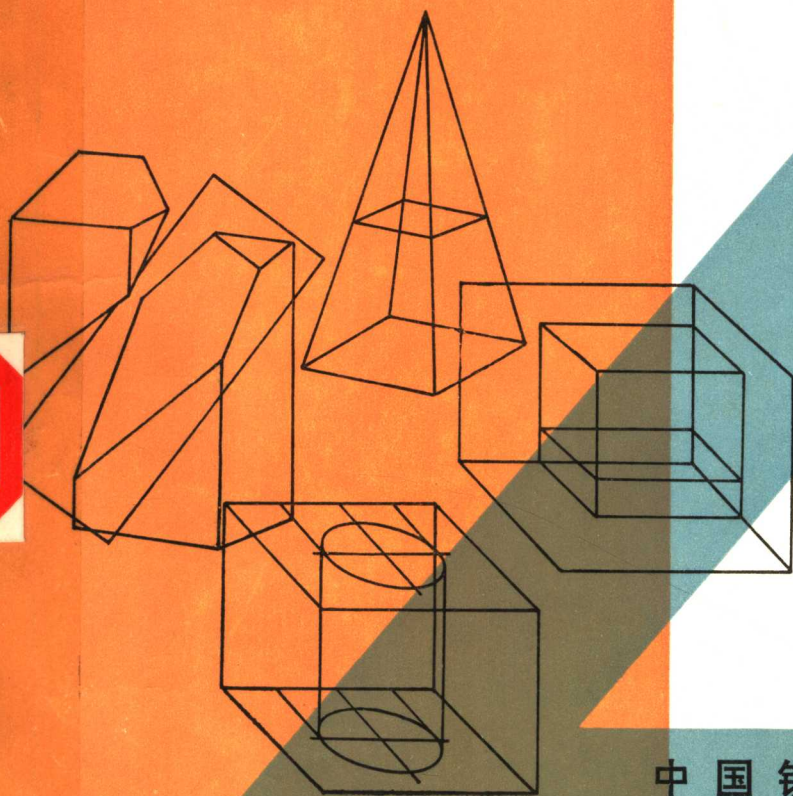


高等学校教材

画法几何

西南交通大学 朱育万 主编



中国铁道出版社

高等学校教材

画法几何

西南交通大学 朱育万 主编

中国铁道出版社

1983年·北京

高等学校教材

画法几何

朱育万 主编

中国铁道出版社出版

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

中国铁道出版社印刷厂印

开本：787×1092 1/32 印张：11.5 字数：282 千

1983年11月第1版 1983年11月第1次印刷

印数：0001—15,000 册 定价：1.20 元

内 容 简 介

本书为高等院校土木工程专业用教材。书中叙述了画法几何的基本原理和基本方法，并有例题和解。

全书共分十四章：第一章绪论，第二至九章是点、线、面、体的正投影，第十章立体表面的展开，第十一章轴测投影，第十二章正投影图中的阴影，第十三章透视投影，第十四章标高投影。内容由浅入深、论述清楚、作图清晰。

本书除作高等学校教材外，亦可供自学和其它参考用。

修 订 说 明

本书是根据高等学校工科制图教材编审委员会1980年审订的高等工科学校四年制土建、水利类专业“画法几何及工程制图教学大纲(草案)”中,有关画法几何部分的要求,结合近年来的教学实践,在1980年出版的高等学校试用教材《画法几何》的基础上修订的。

此次修订,增加了基础理论和基本方法的讲述,同时改变了部分章节的编排结构。其中,充实了曲线和曲面的内容,并单独成章;增加了平轴旋转法、直线与立体表面的相交、切平面、球面法求相贯线、轴测投影的选择,以及正投影图中的阴影等章节。在修订中,并纠正了原书中的缺点和错误,力求使本书能更好地符合当前教学的实际要求。

本书由西南交通大学朱育万、兰州铁道学院洪经邦和张光荣执笔,朱育万主编。在修订过程中,曾经西南交通大学、北方交通大学、兰州铁道学院及长沙铁道学院的有关教师多次讨论研究。

为了进一步改进教学内容,提高教学质量,欢迎广大读者对本书提出宝贵意见。

编 者

一九八二年十月

前 言

画法几何是研究空间形体的图示法和空间几何问题的图解法的科学。它在教学内容、教学方法和具体要求上均与工程制图有差别。前者,着重讲授基本理论和基本方法,从而培养和锻炼学生的空间想象力;后者,主要讲授绘图和读图的方法,使学生按一定的规格,通过一系列的作业,获得有关的知识技能。目前有的学校已按画法几何及工程制图分别设课。为适应这种需要,我们分别编写了《画法几何》及《工程制图》。未分别设课的学校,可将二书的内容穿插安排进行教学。

但是,画法几何毕竟与工程制图有密切的联系,它为绘制和阅读工程图样提供必要的理论基础。本书在内容的选择上,也充分注意了这一点。例如,在叙述基本理论和方法的基础上,着重阐述有关非迹线表示的平面及有关特殊位置立体的问题,并选编了土木建筑类专业常遇到的曲面及透视投影、标高投影等。

本书阐明本学科的基本内容和内在规律,内容按由浅入深,由简及繁,循序渐进的原则进行编排。为了便于自学,文字力求通顺,说理力求明白,图表力求清晰。对重要的基本作图题,采用了分步图的形式,对基本概念의阐述和较复杂的投影图,则绘有直观图。

本书适用于工科院校土木建筑类各专业。对于某些专业,根据专业要求和学时安排,可考虑删节立体表面的展开及透视投影等部分。

与本书同时编写出版的,除《工程制图》外,还有《画法几何及工程制图习题集》。

本书在编写过程中,经北方交通大学、长沙铁道学院、上海铁道学院等院校的有关教师审阅。

本书由西南交通大学朱育万、李睿谟,兰州铁道学院周棣萼、洪经邦、张光荣等编写,由朱育万、周棣萼担任主编。

欢迎读者对本书的缺点和错误批评指正。

编 者

1979年10月

目 录

第一章 绪论.....	1
§ 1—1 学习画法几何的目的和方法.....	1
§ 1—2 投影概念.....	1
§ 1—3 工程上常用的几种投影图.....	3
第二章 点.....	6
§ 2—1 点的二投影.....	6
§ 2—2 点在二投影面体系中的各种位置.....	7
§ 2—3 三投影面体系及点的三投影.....	9
§ 2—4 两点的相对位置.....	13
第三章 直线.....	15
§ 3—1 直线的投影.....	15
§ 3—2 直线的倾角和线段的实长.....	17
§ 3—3 与投影面平行及垂直的直线.....	19
§ 3—4 两直线的相对位置.....	22
§ 3—5 直角的投影.....	25
第四章 平面.....	27
§ 4—1 平面的表示法.....	27
§ 4—2 各种位置的平面.....	29
§ 4—3 平面上的直线和点.....	33
第五章 直线与平面、平面与平面间的相对位置.....	39
§ 5—1 平行.....	39
§ 5—2 相交.....	41
§ 5—3 垂直.....	46
§ 5—4 点、直线、平面的综合例题.....	50
第六章 投影变换.....	54
§ 6—1 更换投影面法.....	54
§ 6—2 垂轴旋转法.....	62
§ 6—3 平轴旋转法.....	66
第七章 平面体.....	68
§ 7—1 棱柱和棱锥.....	68
§ 7—2 平面体表面上的点.....	70
§ 7—3 平面体的截断.....	72
§ 7—4 两平面体相贯.....	76
第八章 曲线和曲面.....	81

§ 8—1	曲线	81
§ 8—2	曲面概述	83
§ 8—3	直纹面	84
§ 8—4	回转面	88
第九章	曲面体	93
§ 9—1	平面与曲面体相交	93
§ 9—2	直线与曲面体表面相交	99
§ 9—3	曲面的切平面	102
§ 9—4	曲面与曲面的相交	105
第十章	立体表面的展开	111
§ 10—1	平面体表面的展开	111
§ 10—2	柱面和锥面的展开	113
第十一章	轴测投影	118
§ 11—1	基本概念	118
§ 11—2	正轴测投影	120
§ 11—3	平行于坐标面的圆的正轴测投影	126
§ 11—4	斜轴测投影	130
§ 11—5	轴测投影的选择	132
第十二章	正投影图中的阴影	138
§ 12—1	关于阴影的基本知识	138
§ 12—2	点和直线的影	139
§ 12—3	平面形的阴影	141
§ 12—4	立体的阴影	143
§ 12—5	建筑细部和房屋立面图上的阴影	145
第十三章	透视投影	149
§ 13—1	基本概念	149
§ 13—2	直线的迹点和灭点	149
§ 13—3	各种位置直线的透视	150
§ 13—4	在透视中的分割	156
§ 13—5	圆的透视	158
§ 13—6	作建筑透视图的基本方法	160
第十四章	标高投影	166
§ 14—1	点和直线	166
§ 14—2	平面	169
§ 14—3	地面的表示法	172
§ 14—4	交线问题	173

第一章 绪 论

§ 1—1 学习画法几何的目的和方法

一、学习目的

画法几何是工程技术教育的一门基础课程。

学习画法几何的目的：（1）研究在二维的平面（如纸面）上表达三维空间形体的方法；即图示法；（2）研究在平面上解决空间几何问题的方法，即图解法；（3）培养空间想象力。

立体都具有三维，通常是指它的长、宽、高，而图纸上的图形却是二维的，因此要在图纸上用二维的图形准确而清楚地表达三维空间的形体，就需要研究解决一系列的问题。这是画法几何所要阐述的主要内容。它为绘制和阅读工程图样，提供了理论基础。另外，某些空间几何问题，在一定的误差范围内，利用图解法可以迅速、简捷地得到解决。由于画法几何是以二维图形研究三维空间的问题（如几何形状、大小、位置等），因而有助于培养与发展人的空间想象力，有助于从事创造性的工程技术设计工作。

二、学习方法

本教材是按几何体系——点、线、面、体，由浅入深编写的，系统性较严密。学习的重点是要弄清各几何元素的空间关系，然后熟练运用投影规律，在投影图中解决几何元素本身及其相互间的定位问题和度量问题。学习时应注意下述各点：

1. 专心听课，及时复习

听课要专心、仔细，注意弄清基本概念。听课后要及时复习，加深理解。读书不要泛读而要精读，反复地读。例题可边看边作，注意发现问题。对于投影中的现象和问题，不要放过，要弄清“为什么”，促使自己去联想几何元素的空间关系，从而解决投影问题。只有把三维空间和二维平面的关系真正理解了，作题才能做到心中有数，避免出现“听得懂，看得懂，但不会作题”的情形，初学时，可用铁丝、硬纸板等，做一些简单的示意性模型，帮助理解“从空间到平面”的过程。

2. 准确画图，多作练习

对投影理论和作图方法是否真懂真会，可从是否会正确作题来检验。学习画法几何就要作图，因此不论练习、作业，都必须作图准确，就象计算时对数字要求非常准确一样。作图潦草，会给解题带来困难，一旦养成习惯，就很难改正。为了真正掌握课程的内容和熟悉投影法，必须多作练习。

§ 1—2 投 影 概 念

在日常生活中，常见到这样的现象：置于电灯 S 与桌面 P 之间的三角板 ABC （图1—1 a ），在灯光照射下，在桌面上出现三角板的影子 $\triangle abc$ 。同样地，阳光照射下的三角板

(图 1—1 b)，在桌面上也出现了三角板的影子 $\triangle abc$ 。由这些现象不难看出，物体影子的获得离不开光线和影子所在的平面。三角板影子的轮廓可看作是通过三角轮廓的光线与桌面相交的结果。

在画法几何中，把相当于光源的点 S 称为**投影中心**，相当于桌面的平面 P 称为**投影面**，从投影中心发出的射线称为**投射射线**。通过投射射线把物体投射到投影面上所得到的图形，称为**该物体的投影**。例如，在图 1—1 a 中，由投影中心 S 发出的投射射线 SA 与投影面 P 相交于 a 点，则 a 点就是空间 A 点在投影面 P 上的投影。由投射射线组成的投射面 SAB 把直线 AB 投射到投影面 P 上得到它的投影 ab 。投影 ab 是投射面 SAB 与投影面 P 相交的结果。由投影中心或投射射线把物体投射到投影面上从而得出其投影的方法，称为**投影法**。

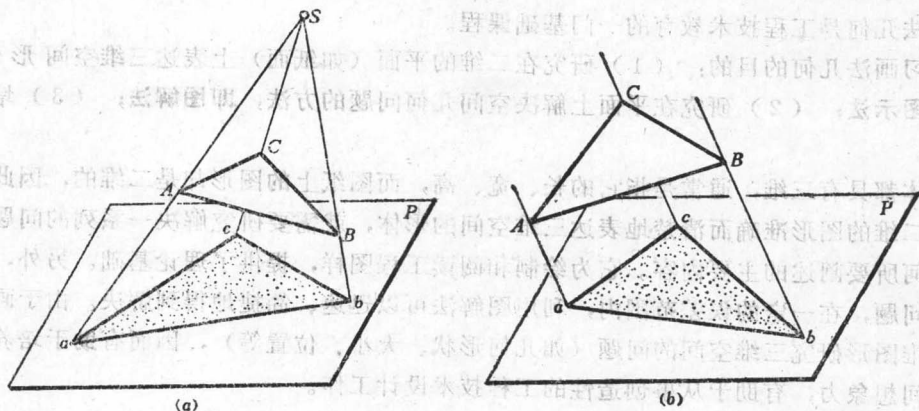


图 1—1 投影概念

投影分为两类：**中心投影**和**平行投影**。

一、中心投影

当投影中心距投影面为有限距离时，投射射线集中于一点，这样得到的投影叫**中心投影**。由投影中心把物体投射到投影面上从而得到中心投影的方法，叫**中心投影法**。

图 1—1 a 所示即为中心投影之一例。照片所显示的形象，也属于中心投影的范畴。图 1—2 是一幅桥梁的照片。在拍摄这座桥时，照相机的镜头便是投影中心，桥梁上反射出来的光线都经过这个镜头投射到胶卷底片上，底片便是投影面，拍得的照相底片，即是中心投影图。洗印成照片后，这座桥就看得很清楚了。在这幅照片中可以看到，一般的互相平行的直线，相交于远处一点，如桥梁的上、下弦似乎要在远处碰着了；同样大小的桥墩，近处的显得大，远处的显得小。这种现象，反映了中心投影的特点。

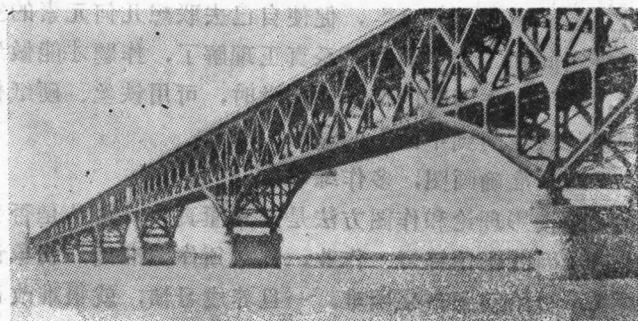


图 1—2 桥梁的照片

人的视觉，放映的电影，以及美术画等，都与照片类同，具有中心投影的特点。

二、平行投影

当投影中心与投影面的距离为无穷远时，投射射线互相平行，由平行投射得到的投影叫**平**

行投影。相应的投影法叫平行投影法。

平行投影又分为正投影和斜投影两种。

1. 正投影

互相平行的投射线垂直于投影面时，在该投影面上得到的投影称为正投影（图 1—3 a）。相应的投影法叫正投影法。

2. 斜投影

互相平行的投射线与投影面斜交时，在该投影面上得到的投影称为斜投影（图 1—3 b）。相应的投影法叫斜投影法。

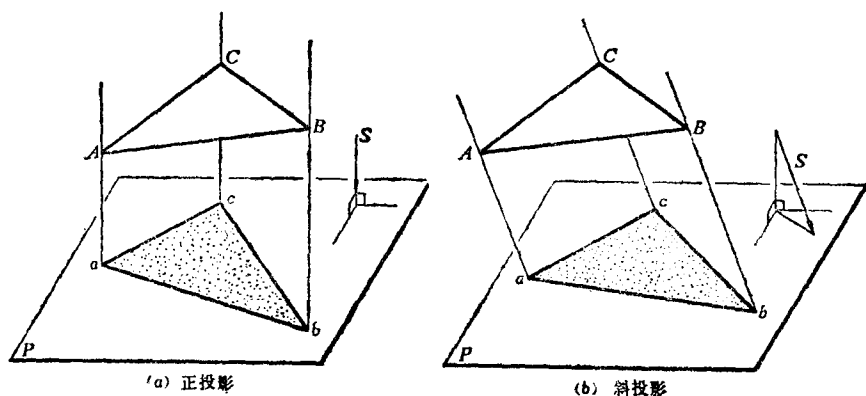


图 1—3 平行投影

在工程制图中，广泛采用正投影法。读者要会区别正投影与斜投影，特别是与中心投影的异同。开始学习正投影法时，我们常用“‘观察’（或‘看’）这个物体”这种词句，来引导读者树立投射的观念。实际上人的视觉属于中心投影，但正投影是平行投影，两者投影性质不同，不能混为一谈。

学习投影理论，主要是研究空间形体的形状、大小与图的关系，掌握投影的特性，弄清有哪些可变性与不变性，从而解决怎样正确、完全、清楚地用图表达形体，并根据图想象实物的问题。

§ 1—3 工程上常用的几种投影图

工程上是用图样来表达各种物体的形状和大小的。一般来说，对图样有两个要求：（1）图样的度量性，即根据图样能准确、清晰地判别出原来物体的形状和大小；（2）图样的直观性，即图样富于立体感，便于人们看懂，并有逼真的感觉。但由于所表达的对象不同（如土木建筑、机械零部件、地物地貌等），目的不同（如作为施工依据或只了解概貌），因此采用的图示法也不同。在工程中常用的图示法有四种：正投影法、轴测投影法、透视投影法和标高投影法。相应地有四种投影图。

一、多面正投影图

同一物体的几个正投影、按规则画在一起，就得到物体的多面正投影图。

例如图 1—4 所示为一幢房屋的三面投影图。它是用正投影法，从房屋的正面、顶面、侧面分别在三个互相垂直的投影面上作出正投影，然后按一定的规则展开，画在一张图纸上

得到的。正投影法作图比较方便，而且便于度量，所以在工程中应用最广。缺点是直观性不强，缺乏投影知识的人不易看懂。

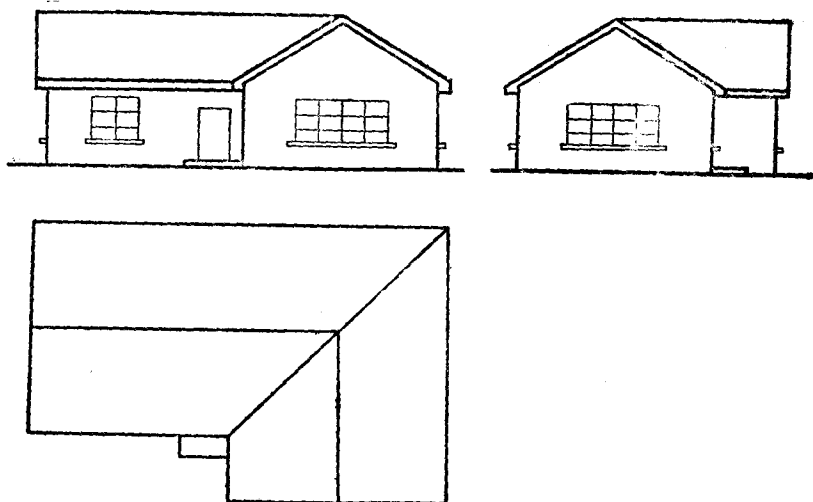


图 1—4 房屋的三面投影图

二、轴测投影图

轴测投影图（如图 1—5）是平行投影的一种。画图时只需一个投影面。所得的图形能同时反映空间物体的长、宽、高三维。这种图的优点是直观性强，物体形象表达得较清楚，在一定的条件下也能直接度量。缺点是绘制比较费时，表示物体的形状不完全，表面的形状在轴测投影图中往往变形（例如矩形成了平行四边形，圆形成了椭圆形），因此不能反映准确的形状，以满足按图加工的要求，一般只用作正投影图的辅助图样。

三、透视投影图

透视投影图是用中心投影法作出的图样，需要一个投影面，就象绘画时的画面一样。投射线集中于投影中心（一点），就等于人看物时的一个眼睛。图 1—6 是一车站站台的透视投影图，这种图宜于表示大型建筑的造型，常用作建筑工程的辅助图样。图形十分逼真，但一般不能直接量度，绘制起来也较为复杂。

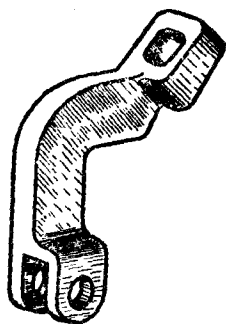


图 1—5 轴测投影图

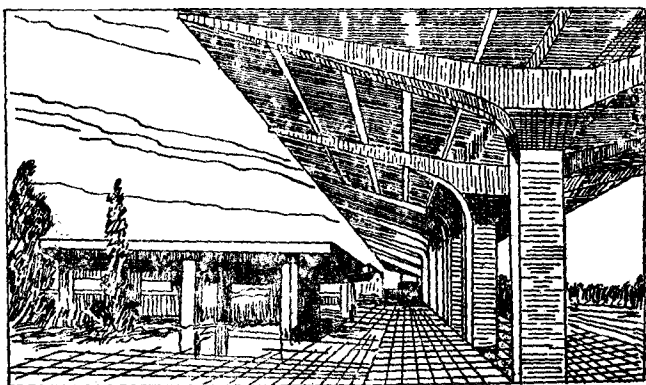


图 1—6 透视投影图

四、标高投影图

标高投影是正投影的一种。以一个水平面作为投影面。主要用来表示地形(图 1—7)。因为地形比较复杂,土地幅员辽阔,地势起伏不平,但高度差与幅员相比又极小,用前述多面正投影图、轴测投影图、透视投影图等均不能满足表示地形的要求。因此采用地面等高线的水平投影(正投影),并在上面标注出高度的图示法,即得到标高投影图。公路、铁路选线 and 设计都需要这样的图。此外,有时也需要画出相应的断面图。地形图在土木建筑工程设计及军事上得到广泛使用。

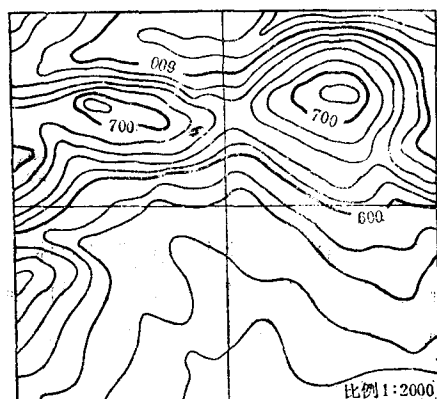


图 1—7 地形图

第二章 点

一般的物体，可看作是由基本形体（柱、锥、球、环等）构成的。这些基本形体，则由形体的表面、棱线和顶点等限定。因此画出物体的图形，实际上就是画出限定形体的点、线、面。现从点、直线、平面入手，介绍正投影（以下简称投影）的作法并研究其基本特性。

§ 2—1 点的二投影

一、点的投影

立体表面上棱线的交点，个别的顶点，在几何学中都作为一个没有大小的点看待。

点的投影还是点。在图 2—1 a 中，已知空间一点 A 及投影面 P ，作 A 点的正投影的方法是：

- (1) 过 A 点作投射线垂直于 P 面，
- (2) 垂线与 P 面交于点 a ，此即为空间 A 点的正投影。

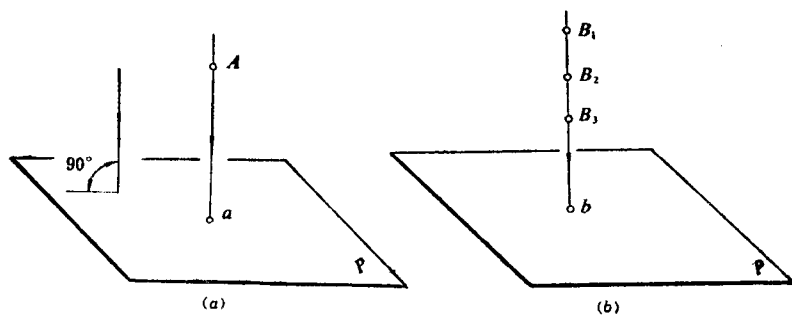


图 2—1 点的投影

A 点在 P 面上的正投影是唯一的，因为经过 A 点的投射线与 P 面相交，只有唯一的一个交点。

但反过来，如果知道了点的一个投影（如图 2—1 b 投影面 P 上的点 b ），却不能确定该点的空间位置，因为自 b 点可作一直线垂直于 P 面，此直线上所有各点（如 B_1 、 B_2 、 B_3 、……）在 P 面上的投影都是 b 。因此要确定一个点的空间位置，只有一个投影是不够的。

二、二面投影

图 2—2 a 中设置了互相垂直的两个投影面（称二投影面体系）。一个处于正立位置，称为正立投影面，简称正面，以字母 V 标记；另一个投影面处于水平位置，称为水平投影面，简称水平面，以字母 H 标记。二投影面 V 和 H 的交线称为投影轴，以 OX 标记。

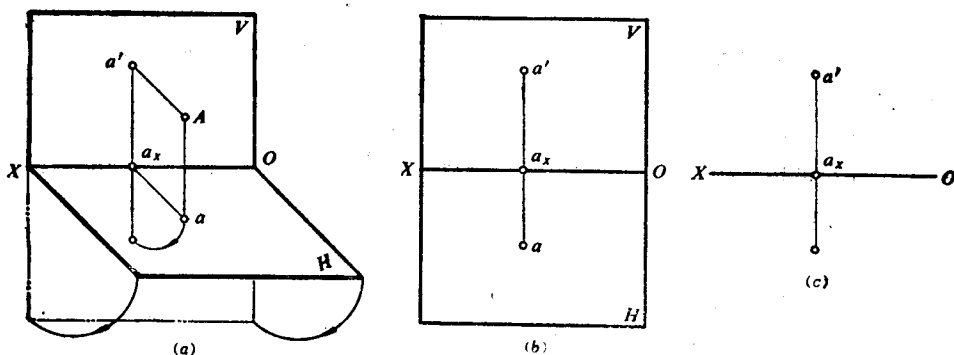


图 2-2 点的二面投影

有了两个投影面，自空间 A 点分别向两个投影面作垂线得垂足，就可得到 A 点的两个投影。 A 点在 V 面上的投影 a' 叫做 A 点的正面投影， A 点在 H 面上的投影 a 叫做 A 点的水平投影。

以上标出的一些符号是教材中规定使用的符号。规定空间点用大写字母（如 A 、 B 、 C 、……）标记，点的水平投影用相应的小写字母（如 a 、 b 、 c 、……）标记，点的正面投影用相应的小写字母并在右上角加一撇标记，（如 a' 、 b' 、 c' 、……）。

在实际作图中，需要把空间关系在一个平面（纸面）上表示出来，所以要展开这两个投影面使它们摊平在一个平面上。为此，使 V 面固定不动，而使 H 面以 OX 为轴向下旋转到与 V 面重合，得到如图 2-2b 的样子。这种两投影面重合后的图样叫做投影图。为了简便起见，投影图中不必画出投影面的边框，如图 2-2c 所示。

从点的两投影可以反过来想象点在投影面体系中的位置。我们设想把 H 面绕 OX 轴回转 90° 使垂直于 V 面，自 a' 和 a 分别作垂线垂直于两投影面，这两条垂线的交点，便是 A 点所在的空间位置。

点的两投影有如下的投影规律：

1. 点的两投影的连线垂直于投影轴。

在图 2-2b 中， $aa' \perp OX$ 轴。证明如下：从 A 点所作的二垂线 Aa' 和 Aa 决定一平面（图 2-2a），此平面与 V 面， H 面均相垂直，从立体几何学可知，三平面互相垂直时，它们的三条交线交于一点且互相垂直，所以 $a'a_x \perp OX$ ， $aa_x \perp OX$ 。当投影面展开后， $a'a_x$ 与 aa_x 连成一条垂直于 OX 的直线，亦即 $aa' \perp OX$ 。

2. 点的一个投影到投影轴的距离，反映该空间点到另一投影面的距离。

如 $a'a_x$ 反映空间 A 点到 H 面的距离； aa_x 反映空间 A 点到 V 面的距离（图 2-2b）。

§ 2-2 点在二投影面体系中的各种位置

一、四个象角

把投影面 V 和 H 扩大，则两平面把空间分为四个部分，称为四个象限或象角。在 H 面之上， V 面之前的这一部分，称第 I 象角。其他三个象角的排列见图 2-3a。

画投影图时，使 H 面的前半部向下旋转到与 V 面重合，后半部向上旋转到与 V 面重合。为了简便起见，投影图上不必再标注投影面的标记，也不用画出边框，只画出 OX 轴就行

了,如图2-3 b。

二、各种位置的点的投影

点在二投影面体系中的位置,有以下几种情况:(1)点在各分角内,(2)点在投影面内,(3)点在投影轴内。

1. 在四个象角内的点(图2-4)

(1) A 点在第I象角内(图2-4 a),

这种情况前面已经谈过。在投影图上(图2-4b),其正面投影 a' 在 OX 轴的上方,水平投影 a 在 OX 轴的下方。

(2) B 点在第II象角内,即 B 点在 H 面之上, V 面之后。 B 点的正面投影 b' 在 V 面的上半部,其水平投影 b 在 H 面的后半部。这两部分投影面展开后,都在 OX 轴的上方,所以 B 点的两个投影都在 OX 轴的上方。

(3) C 点在第III象角内。在投影图中,其正面投影 c' 在 OX 轴的下方,水平投影 c 在 OX 轴的上方。

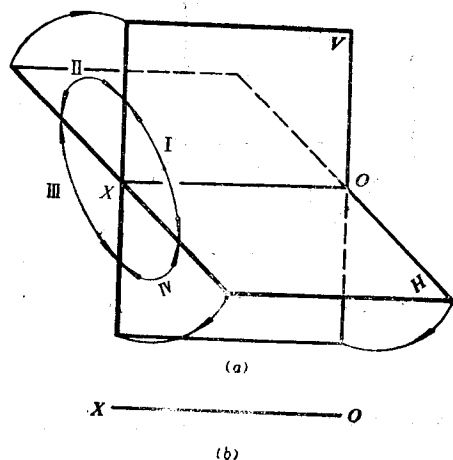


图2-3 四个象角

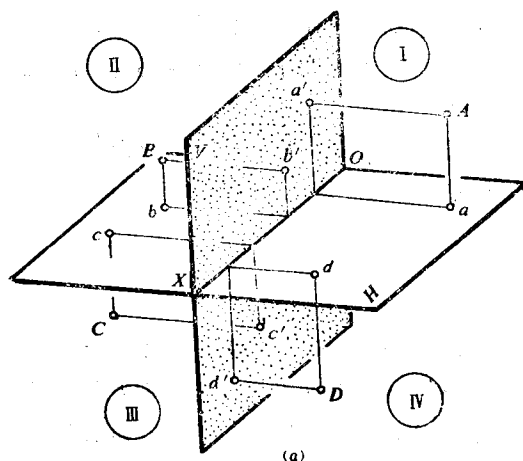


图2-4 点在四个象角内

(4) D 点在第IV象角内。其二投影 d 和 d' 都在 OX 轴的下方。

2. 在投影面上的点(图2-5)

(1) E 点在 H 面的前半部平面上(图2-5 a)。此时 E 点与 H 面的距离等于零,所以在投影图中(图2-5 b), E 点的水平投影 e 与 E 点本身重合,位于 OX 轴的下方;正面投影 e' 在 OX 轴上。

F 点在 H 面的后半部平面上。在投影图中,点的水平投影 f 与 F 重合,位于 OX 轴的上方;正面投影 f' 在 OX 轴上。

(2) G 点在 V 面的上半部平面上,即 G 点与 V 面的距离等于零。在投影图中,其正面投影 g' 与 G 点重合,位于 OX 轴的上方;其水平投影 g 在 OX 轴上。

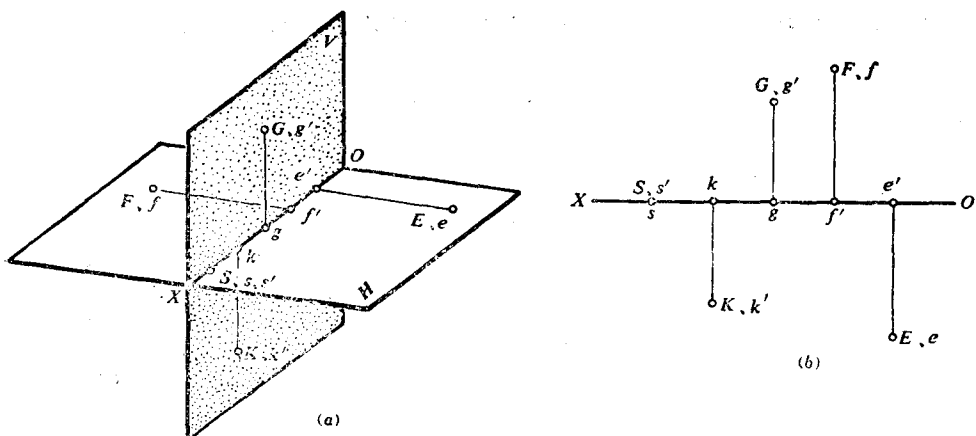


图 2—5 点在投影面上和投影轴上

K 点在 V 面的下半部平面上,其正面投影 k' 与 K 点重合,位于 OX 轴的下方;其水平投影 k 在 OX 轴上。

3. 在投影轴上的点

S 点位于投影轴 OX 上(图2—5a),即此点同时两个投影面上,与两投影面的距离均为零。在这种情况下,它的两投影 s 和 s' 都在 OX 轴上,且与 S 点本身重合(图2—5b)。

4. 综上所述,从投影图中点的投影与 OX 轴的相对位置,可以判断空间点在投影面体系中所处的位置。

(1) 在投影图中,如点的水平投影位于 OX 轴的下方,则空间点必位于 V 面之前,反之则在 V 面之后。

(2) 如点的正面投影位于 OX 轴的上方,则空间点必位于 H 面之上,反之则在 H 面之下。

(3) 如点有一个投影位于 OX 轴上,则该点一定在投影面上。

§ 2—3 三投影面体系及点的三投影

一、三投影面体系

点的两个投影已能确定点在空间的位置,但有时为了作出较复杂形体的投影图,还需要设置第三个投影面,以获得第三个投影。

选择同时垂直于 H 面和 V 面的 W 面作为第三投影面,称为侧立投影面,简称侧面,如图2—6所示。 H 面与 W 面的交线标为投影轴 OY , V 面与 W 面的交线标为投影轴 OZ 。三个投影轴的交点称为原点,以字母 O 标记。

画投影图时,需要把投影面展开,使 H 面和 W 面旋转到与 V 面重合的位置,旋转的方向如图2—6b所示。图2—6c表示三投影面重合后的情形,图上不必画出边框。请注意同一条 OY 轴,旋转后出现两次,在 H 面上的标为 OY_H ,在 W 面上的标为 OY_W 。

二、点的三投影

在 H 、 V 、 W 三投影面体系中,设空间有一个 A 点(图2—7a), A 点在 H 、 V 面上的投影为 a 和 a' 。自 A 点向 W 面作垂线,得垂足 a'' , a'' 就是 A 点的侧面投影(在 W 面上的正投