

多分量地震技术

DUOFENLIANG DIZHEN JISHU

黄中玉 孙建库 朱仕军 胡一川 徐亦鸣 编著



石油工业出版社

责任编辑：马新福
封面设计：李 丹
责任校对：王 颜

ISBN 978-7-5021-6335-8



9 787502 163358 >

定价：22.00元

多分量地震技术

黄中玉 孙建库 朱仕军 胡一川 徐亦鸣 编著

石油工业出版社

内 容 提 要

本书系统地介绍了多分量地震勘探技术的弹性波动基本理论、纵波和横波波动方程以及方程的解,分类介绍了各向异性介质的基本特征、地震资料在各向异性介质中的表现与描述,对多波运动学和动力学的经典理论和最新研究成果进行充分的展示。

本书可供地球物理、地质和油藏工程专业的本科生和研究生学习,也可作为从事地震勘探和油气田开发的工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

多分量地震技术 / 黄中玉, 孙建库等编著.

北京: 石油工业出版社, 2007.12

ISBN 978-7-5021-6335-8

I. 多…

II. ①黄…②孙…

III. 地震反射波法—地震勘探

IV. P631.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 175351 号

出版发行: 石油工业出版社

(北京安定门外安华里 2 区 1 号 100011)

网 址: www.petropub.com.cn

发行部: (010) 64210392

经 销: 全国新华书店

印 刷: 石油工业出版社印刷厂

2007 年 12 月第 1 版 2007 年 12 月第 1 次印刷

787×1092 毫米 开本: 1/16 印张: 7.5

字数: 192 千字 印数: 1—600 册

定价: 22.00 元

(如出现印装质量问题, 我社发行部负责调换)

版权所有, 翻印必究

前 言

We have learn much, there remains much to learned, and in our opinion “the more C, the better!”

—Jim Simmons and Milo Backus

据预测，多分量勘探技术在 21 世纪将掀起一个地震勘探新浪潮，是自三维地震勘探技术以来的又一次技术革命。因此，编写此书的初衷是将多分量勘探技术的基本方法、原理、最重要的多分量勘探技术适用的勘探领域、所能解决地质问题的能力和潜质介绍给从事地球物理勘探、地质勘探和油藏工程的技术人员，从而能够系统的了解这项技术的特点和实际应用效果。

本书第一章和第二章针对弹性波动方程的建立、各类波动方程解、各向异性介质分类及弹性参数张量表达式、弹性参数与各向异性参数之间关系以及速度在各向异性介质中的表述与特征进行了简单的阐述。

第三章简要地给出地震能量分配关系的佐普瑞兹方程和斯奈尔定律。书中还介绍了一项新的研究成果，即各向异性介质中多波能量分配新的关系，在各向异性介质中，零偏移距仍然能够观测到转换波反射系数，使得转换波的零偏移距剖面有了物理意义。在本章中对多波振幅衰减机理和衰减特征进行有益的讨论，同一储层类型，不同波场的衰减特征不同；同一波场，不同储层类型，衰减特点也不同。而关于纵波和转换波分辨率的讨论从多波勘探的初期就是关注的焦点，为此我们从理论上进行纵波和转换波分辨率的比较，给出纵波和转换波分辨率随深度变化的规律。

基于转换波的多分量地震资料采集技术，对震源没有特殊的要求，可以采用常规纵波勘探的震源，关键是在三分量检波器的应用和观测系统设计。因此，第四章重点介绍多分量地震技术中三分量检波器和多分量资料采集的观测系统设计。

多分量资料成像技术是多分量勘探在油气田开发应用中的关键技术之一，正确合理的处理方法，能够获取地下储层准确的位置和构造形态，为后续岩性处理提供可靠的基础资料。由于转换波射线路径的一些特殊性，在第五章重点介绍一些改善多分量资料成像效果的关键性处理方法技术。

多分量勘探最重要的意义在于多分量资料提供了丰富的地震波运动学和动力学参数，而这些参数包含了地层岩性和油气信息。研究多波地震属性是岩性

和油气勘探与开发的重要手段，在第六章中将对纵横波速度比、振幅比、纵波和转换波 AVO 联合反演和反析、多波地震能量高频衰减以及地层裂缝检测技术进行方法解释和应用效果展示。

多分量资料的解释是最后体现多分量资料勘探效果的重要环节，在多分量资料解释中最困难的工作当属 PP 波和 PS 波同相轴的对比。第七章中介绍四种层位对比的解决方案。但由于两种波场的波阻抗存在差异，要完成同层位反射波组——对应关系是不可能的，也没有必要。承认两者的差异，利用两者差异进行资料解释是多分量资料解释工作的主要研究内容。

第八章将从多分量地震资料在构造成像方面的特点、多分量地震属性在油气异常预测和储层描述方面的应用以及地层裂缝参数检测等方面，重点介绍多分量勘探技术在油气田开发中能够解决的地质和油气勘探的问题，探讨多分量勘探技术在寻找有利储层，发现油气聚集带等方面所具有的潜力。

本书融入笔者在该领域 20 多年来的研究心得和工作经验，结合多分量勘探最新的国内外研究成果，力图展现给读者一个全新的多分量勘探技术系列。

由于笔者的水平和能力有限以及研究和工作范围的局限性，书中不妥之处敬请读者批评指正。

目 录

绪论

第一章 弹性波基础理论	(6)
第一节 弹性波理论	(6)
第二节 弹性波动方程	(9)
第三节 纵波和横波波动方程	(10)
第二章 各向异性理论	(14)
第一节 横向各向同性介质	(14)
第二节 正交对称各向异性介质	(16)
第三节 弹性参数与 Thomsen 各向异性参数关系	(17)
第四节 各向异性介质中地震波的速度	(18)
第三章 多波运动学和动力学特征	(21)
第一节 佐普瑞兹方程	(21)
第二节 各向异性介质的反射系数	(22)
第三节 纵波和横波频率衰减	(25)
第四节 纵波和转换波分辨率	(27)
第五节 横波双折射	(31)
第四章 多分量资料采集技术	(35)
第一节 三分量检波器	(35)
第二节 三维多分量地震观测系统设计	(40)
第三节 三维多分量采集设计实例	(42)
第四节 PS 波资料采集的特殊要求	(44)
第五章 多分量资料处理技术	(48)
第一节 多分量资料处理流程	(48)
第二节 坐标旋转	(49)
第三节 波前扩散补偿	(50)
第四节 偏振分析和滤波	(51)
第五节 多分量资料的去噪技术	(54)
第六节 转换波静校正技术	(59)
第七节 转换波 CCP 道集和速度分析技术	(64)
第八节 转换波各向异性 NMO 技术	(66)

第九节 纵波各向异性 NMO 技术	(68)
第十节 转换波叠前时间偏移技术	(69)
第十一节 转换波叠前深度偏移技术	(72)
第六章 多分量地震属性反演	(75)
第一节 纵波和转换波 AVO 联合反演	(75)
第二节 纵波和转换波 AVO 分析技术	(77)
第三节 纵横波速度比	(80)
第四节 纵波和转换波振幅比	(82)
第五节 多分量衰减系数	(83)
第六节 裂缝检测	(85)
第七章 多分量资料对比解释	(88)
第一节 多分量资料解释流程	(88)
第二节 多分量合成记录	(89)
第三节 最小平方层位自动对比	(91)
第四节 多属性的层位自动对比	(94)
第五节 深度域的层位自动对比	(97)
第八章 多分量资料在油气田开发中的应用	(101)
第一节 多分量资料构造成像	(101)
第二节 岩性及油气参数预测	(105)
第三节 PS 波资料裂缝检测技术	(109)
第四节 流体识别技术	(111)
参考文献	(113)

绪 论

一、简史

在 20 世纪 70 年代末，当纵波勘探“亮点”技术遇到真假“亮点”识别问题时，利用横波振幅信息，可以甄别纵波剖面真假“亮点”，横波勘探技术应运而生。从 20 世纪 70—80 年代初，美国大陆石油公司和法国 CGG 公司就开始了横波勘探和转换波勘探的试验性工作，随后在全球范围内引发了多分量地震方法技术的研究和试验工作。这一阶段的研究主要注意力集中在横波勘探，横波资料的处理基本上可以采用射线路径对称的常规资料处理系统，而转换波勘探则处于如何从纵波转换出横波的质疑之中，加之转换波射线路径的不对称性，需要研制新的处理方法，因此转换波勘探技术的发展步伐缓慢。

在 80 年代初，由四川石油管理局地质调查处和地矿部南京石油物探研究所所在国内率先开展了横波勘探和转换波勘探的试验性研究工作，首次在国内陆上探区获得横波和转换波的地震反射资料。在多年的研究探索中，感到横波勘探需要专门的横波震源，具有野外作业成本高、勘探深度相对较浅以及资料信噪比低等缺点。而采用纵波和转换横波（转换波）联合勘探的多分量技术，只要用纵波震源激发，在地面三分量检波器接收，就可以同时获得纵波和转换横波的资料。这种勘探技术具有采集成本低、转换波资料信噪比高、勘探深度深、信息量丰富等许多优点，因此，受到业内普遍关注，80 年代后期多分量地震技术发展的重点无疑落在转换波勘探技术系列。目前国内外大多数采用以纵波激发，三分量检波器接收的三分量勘探技术系列，除一些特殊需要，增加两个不同方位的横波震源，共记录到九个分量的地震记录，按记录的方式可以称为多分量地震技术，按记录到的地震波场可称之为多波勘探技术。

90 年代中后期至今，转换波资料的应用成功解决了许多纵波资料无法解决的地质问题，因此又迎来了多波多分量地震技术发展的一个新高潮。特别是当遇到气云模糊带或纵波阻抗差小的界面时，用转换波资料能够解决储层成像问题。多分量资料还可以用来估算岩石的泊松比，这是进行岩性勘探和直接寻找油气富集带最可行的勘探技术。特别是在寻找隐蔽性油气藏的勘探以及在寻找剩余油分布提高采收率的开发阶段，纵波和横波资料的速度、振幅和衰减等信息，对岩性识别、含油气异常预测等具有至关重要的作用。利用横波分裂的性质能够检测和描述地层裂缝发育，而这些裂缝发育的方位和密度参数，在油田

开发阶段具有特殊意义。因为裂缝对储层的孔隙度和渗透率有很大影响，在某些情况下，储层内部的裂缝可能支配着储量和运移机制，另外裂缝也可能是直接生产油气的储层，许多碳酸盐岩储层就是由裂缝形成的，它的油气储量和生产能力取决于裂缝的状态，即裂缝的密度和方位。横波—转换波资料在提供裂缝描述的解决方案中所产生的地球物理和经济利益，使得该方法在油藏管理中的作用得到增强。因此，近年来国外石油工业界将多分量地震技术归入油藏地球物理开发技术系列。

二、方法技术

目前多分量地震技术基本成熟，采集设备从过去单个纵波、横波模拟检波器发展到一体化的（三分量检波器组装在一起）模拟三分量检波器，目前已进入应用数字三分量检波器采集的时代，使三分量数据采集的矢量保真度、轴间交叉信号阻断度大大提高，数字检波器具有频带宽的响应，在记录系统中实现宽频带的三分量数据采集，比过去多分量资料采集有一个明显的质的提高。转换波的反射系数、波长变化以及品质因子与纵波不同，针对这些特点，研究多分量采集技术，适当进行差异补偿，综合考虑多波资料采集因素，使采集观测系统设计方案更加合理，表明多分量地震技术比过去明显进步。多分量资料中，转换波资料的处理不同于常规纵波，存在一些特殊的问题需要进行专项研究。转换波的静校正量的问题，由于横波速度低而产生的大静校正量和浅层横波速度求取问题。采用分解炮点和检波点静校正量，对炮点进行纵波的静校正，检波点进行横波静校正，来完成转换波的静校正处理。横波浅层速度可采用折射横波资料的速度反演方法、面波速度反演方法、横波小折射或横波微测井方法获得。再加上剩余静校正，从而给出转换波静校正的解决方案。对于低信噪比的转换波资料，应用叠前、叠后的随机噪声和相干噪声的去噪方法，能够明显改善资料的信噪比。转换波射线路径不对称性是转换波资料处理的核心问题。基于各向同性和VTI（具有垂直对称轴的横向各向同性）介质，建立了转换波传播理论，在此基础上研究开发了一系列的成像处理方法，实现转换波的共转换点道集、速度分析、各向异性参数提取、动校正、倾角校正以及转换波叠前偏移的处理。目前就转换波的成像处理而言，已经形成了相对完整的资料处理技术系列。

多分量地震资料的层位标定和对比是这项技术广泛关注的问题，从转换波或横波勘探技术一面市就涉及这个问题。就同层位波组对比的问题，依靠两种资料剖面的相似性（构造形态、波组关系），可以进行大致的层位对比，更准确的标定和层位对比有三个层次的解决方案。其一，在测线上需要过井资料的纵、横波速度资料，利用生成合成记录的方法，进行纵波和转换波剖

面的层位标定和对比或是利用测线上过井的垂直地震剖面（VSP）的多分量资料，进行层位标定和对比。其二，在深度域进行两种剖面的层位标定和对比。这两种方法可以实现主要层位或大层之间的对比，在进行目的层的研究中具有实用性。其三，应用不同算法的层位自动对比方法，这些算法借助于图像识别技术，实现纵波和转换波剖面之间点对点的对应关系，从对比的过程中，得到分辨率高的纵、横波速度比剖面，这是未来层位对比和标定的发展方向。一旦层位标定和对比问题解决后，纵波和转换波的速度比、振幅比等参数计算就可以在两种剖面上进行。纵波和转换波的联合反演技术、振幅随偏移距变化（AVO）分析技术，是基于叠前或部分叠加的纵波和转换波资料，因此属性计算的精度和可靠性高于叠后资料，是未来研究发展的方向。利用横波分裂的特点，从水平两分量资料中可以进行地层裂缝发育检测，提取裂缝发育的主方向和裂缝密度参数。

目前多分量地震技术还在深入研究，是当今地球物理勘探方法研究最活跃的前沿技术之一。

三、应用

多分量地震资料在构造勘探上具有互补性，由于地震波的频率受激发源频率的控制，PS 波的频率一开始和 PP 波频率相同，而 S 波的速度又比 P 波速度低，所以对浅层界面，PS 波的纵向分辨率高于 PP 波资料是不争的事实。转换波资料在分辨埋深较浅的小断层、小幅度构造方面强于纵波资料。在纵波弱反射的界面，转换波可能是强反射，特别是在含油气的储层，由于储层含流体，使纵波速度降低，在储层界面上形成弱波阻抗差，而转换波中的横波速度不受储层所含流体的影响，故在储层界面上依然存在界面本身的波阻抗差，用多分量资料可以得到储层的详细构造成像。在气云富集带，当纵波穿过气云时，纵波能量受到散射和吸收影响，无法对深层的反射界面进行清晰地储层构造成像，而横波速度变化很小，频散最小，因此，采用转换波勘探技术，解决气云造成的纵波成像模糊带问题成为海上油气勘探和开发的重要手段。这种对气云下模糊带成像勘探效果已经有大量资料获得证实。在一些地区转换波资料能够提供更详细的构造几何形态、内部变形特点，显示出更好的储层构造成像。单独使用纵波速度或横波速度，无法对岩性进行清晰的划分，将两种波的速度比和纵波速度作成交汇图，可以明确的划分出砂岩、泥岩和碳酸盐岩。利用转换波的振幅属性，可以进行砂体分布范围的圈定。在含气砂岩中，多分量振幅比、泊松比有异常显示，是寻找油气富集区的重要依据。多分量还可以用于流体识别。在纵波剖面上出现的平点有时不代表一个油水界面，也可能是由于薄层调谐作用使纵波剖面上表现出平点特征。借助于转换波的资料，能够区分出平点

是构造所致还是流体作用的结果。多分量联合反演得到密度参数与砂岩含气有密切的联系。根据快、慢横波旅行时差和快波的偏振方向，得到裂缝发育的密度和方位信息。裂缝方位图和密度图能清晰地分辨出几个分布区块和断层走向。裂缝密度与裂缝型油气藏类型有关，重要的是要知道这个参数不是储层的物理性质，而是复杂裂缝油气藏开发中对油藏的认识程度。这与增加产量的成本有直接关系，对裂缝油气藏缺少大范围的地质和岩石物性的知识，将导致开发成本的提高。

在进行多分量地震勘探之前，对探区内的地质和地震条件进行分析是十分必要的。对探区内希望要解决的地质和地球物理问题要明确，分析利用多分量勘探的特点和技术优势是否能够解决探区内所存在的问题。只有目标和解决问题的工具匹配了，才能取得预期的地质效果。表 1 给出 2000SEG/EAGE 夏季研讨会上关于多分量地震技术在解决地质—地球物理问题的评估结果。由此可见多分量地震技术的应用效果和发展前景。

表 1 多分量地震技术评估

地质—地球物理问题	证实 (%)	可行性 (%)	不可能 (%)	弃权 (%)
气云下成像	100			
PP 波反射系数弱的目标成像	86	14		
岩性描述：碎屑岩	56	44		
增加浅层分辨率（小于 1000m）	56	50	4	
裂缝描述（方向和密度）	46	54		
流体识别	33	67		
浅层气检测	17	83		
断层成像	15	85		
盐下成像	14	85	1	
密度估算	12	88		
孔隙压力预测	8	92		
应力描述	8	91	1	
油藏监测	4	96		
浅流体检测		100		
岩性描述：碳酸盐岩、蒸发岩	100			
基岩下成像		97	3	
白垩岩下成像		97	3	

续表

地质—地球物理问题	证实 (%)	可行性 (%)	不可能 (%)	弃权 (%)
提高深层分辨率 (大于 1000m)		90	10	
水合物		89		11
复杂介质成像 (逆掩断层)		80		20
地层硬度 (钻井危害)		64	4	32
渗透率估算		55	20	25
煤层气	4	48		48

注：证实——表明由实际资料验证；可行性——指理论成立且理论记录验证；不可能——指理论不成立；弃权——表示对该领域不了解。

第一章 弹性波基础理论

在声波波动方程的基础上，地震勘探建立了一套完整的勘探体系，这就是地震勘探目前广泛采用的纵波勘探技术系列。随着人们对地震资料认识的不断深入，出现很多声波方程不能解释的地质现象和问题，使得介质的弹性和各向异性问题在勘探实践中逐渐显现。而应用弹性波波动方程和各向异性介质的理论，就可以研究复杂介质中地震波的传播规律，为多分量勘探技术发展奠定理论基础。

第一节 弹性波理论

在通常情况下，地震波可以抽象作为弹性波来研究。弹性力学理论指出，任何一种固体，当它受到外力作用后，固体的质点就会产生体积大小和形状的变化。由此，引出应力和应变两个概念。

一、应力张量

应力是当弹性体在外力作用下发生形变时，弹性体阻止形变的内应力，用单位面积上的力表示应力 σ_{ij} 。应力是一个二阶张量，称为应力张量。根据力的分解定理，可以把任意方向的应力分解为正应力和切应力两个部分。在直角坐标系 (x, y, z) 的六面体内，描述一个点的应力分量，可以有九个应力分量，由于应力张量的对称性 $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ ，因此应力张量中独立的分量只有六个，即正应力分量

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \end{array} \right\} \quad (1-1)$$

和切应力分量

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{xy} = \sigma_{yx} \\ \sigma_{xz} = \sigma_{zx} \\ \sigma_{yz} = \sigma_{zy} \end{array} \right\} \quad (1-2)$$

应力分量 σ_{ij} 的第一个下标 i 表示应力作用方向，第二个下标 j 表示应力作用在垂直 j 轴的平面。

二、应变张量

弹性体受力作用后将产生体积和形状的变化，这种变化称为应变。发生体积变化的称之为体积形变；发生形状变化的称之为形状形变。应变使质点发生位移，用 $\bar{u} = \bar{u}(u, v, w)$ 表示， u, v, w 分别表示在 x, y, z 方向上的位移分量。在形变很小，即位移梯度远小于 1 的情况下，位移向量 $\bar{u}$ 与应变 e_{ij} 满足下列关系

$$\left. \begin{aligned} e_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} \\ e_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} \\ e_{zz} &= \frac{\partial w}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

$$\left. \begin{aligned} e_{xy} &= e_{yx} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ e_{zx} &= e_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \\ e_{yz} &= e_{zy} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (1-4)$$

式中， e_{ij} 为二阶应变张量。式 (1-3) 表示正应变分量，式 (1-4) 表示切应变分量，应变分量也具有对称性。

用体应变系数 θ 描述体积相对变化（膨胀或压缩）

$$\theta = e_{xx} + e_{yy} + e_{zz} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \text{div} \bar{u} = \nabla \cdot \bar{u} \quad (1-5)$$

式中， ∇ 为哈密顿算子，也称散度算子 (div)。

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$$

体应变系数 θ 恰好是位移向量 $\bar{u}$ 的散度。

三、广义 Hooke 定律

应力和应变的关系由广义 Hooke（虎克）定律确定，在弹性限度内，应力

和应变成正比，满足以下关系

$$\sigma_{ij} = \bar{c}_{ijkl} e_{kl} \quad (1-6)$$

式中， $\bar{c}_{ijkl}$ 为四阶张量，共有 81 个分量，由介质弹性性质决定。由于应力张量和应变张量都具有对称性，即 $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ ， $e_{kl} = e_{lk}$ ，因此 i, j 的次序可交换， k, l 的次序也可以交换，即 $\bar{C}_{ijkl} = \bar{C}_{jikl} = \bar{C}_{ijlk}$ 。这样 81 个分量的弹性系数中真正独立分量只有 36 个，将 36 个分量的弹性系数重新排列为 C_{ij} ($i, j=1, \dots, 6$)，再由弹性体内应力与应变的关系，有 $C_{ij} = C_{ji}$ ，上述 36 个分量的弹性系数矩阵是一个对称阵，弹性常数的独立分量可以减少到 21 个。即可写成

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ & & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ & & & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ & & & & c_{55} & c_{56} \\ & & & & \cdot & c_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{xx} \\ e_{yy} \\ e_{zz} \\ e_{yz} \\ e_{xz} \\ e_{xy} \end{bmatrix} \quad (1-7)$$

当研究的弹性体是各向同性介质时，勒夫进一步证明这些系数可以减少到两个，表示为拉梅常数 λ 和 μ 。这时

$$\left. \begin{aligned} c_{12} = c_{13} = c_{21} = c_{23} = c_{31} = c_{32} &= \lambda \\ c_{44} = c_{55} = c_{66} &= \mu \\ c_{11} = c_{22} = c_{33} &= \lambda + 2\mu \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

其余的 24 个系数都等于零。这样应力与应变的关系就可以写为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xx} &= \lambda\theta + 2\mu e_{xx} \\ \sigma_{yy} &= \lambda\theta + 2\mu e_{yy} \\ \sigma_{zz} &= \lambda\theta + 2\mu e_{zz} \\ \sigma_{yz} &= \mu e_{yz} \\ \sigma_{zx} &= \mu e_{zx} \\ \sigma_{xy} &= \mu e_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (1-9)$$

方程组 (1-9) 建立起 6 个应力与 6 个应变之间的关系式，它们之间的系数是由各向同性弹性体性质的拉梅常数 λ ， μ 和体应变系数 θ 所确定。

第二节 弹性波动方程

在外力 $\bar{F} = \bar{F}(f_x, f_y, f_z)$ 作用下, 弹性介质发生微小变形, 根据牛顿第二定律, 介质中的每一点应力满足的运动方程为

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} + \rho f_x \\ \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} + \rho f_y \\ \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \rho f_z \end{aligned} \right\} \quad (1-10)$$

将式 (1-5) 和式 (1-9) 带入式 (1-10), 得到均匀各向同性完全弹性介质中波的运动方程:

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial x} + \mu \nabla^2 u + \rho f_x \\ \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial y} + \mu \nabla^2 v + \rho f_y \\ \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial z} + \mu \nabla^2 w + \rho f_z \end{aligned} \right\} \quad (1-11)$$

式中, ∇^2 为拉普拉斯算子。

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

将式 (1-11) 重写成矢量形式

$$\rho \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \text{grad} \theta + \mu \nabla^2 \bar{u} + \rho \bar{F} = (\lambda + \mu) \text{grad} \nabla \bar{u} + \mu \nabla^2 \bar{u} + \rho \bar{F} \quad (1-12)$$

式 (1-12) 被称为 Navier 方程, 它包含 (x, y, z) 三个方向的位移分量 (u, v, w) , 是多波地震波动理论的基本公式。在适当的定解条件下, 求解此方程就得弹性体内相应的位移场, 原则上讲对多波资料的正、反演问题均可通过求解该方程实现。