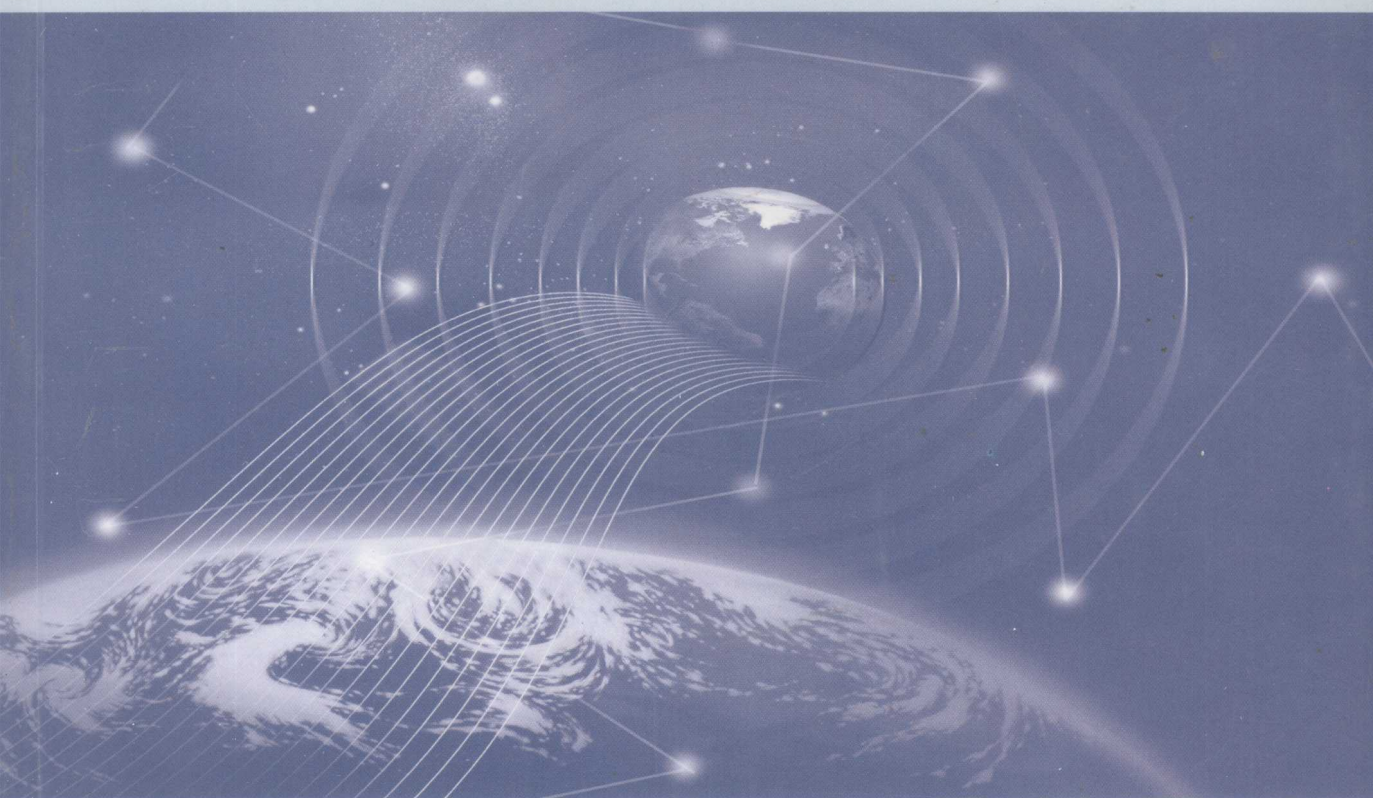


21世纪独立院校本科规划教材·物理系列

大学物理实验

DAXUE WULI SHIYAN

主 编 李春贵



教育部直属师范大学
华中师范大学出版社

04-33
L130.1

21 世纪独立院校本科规划教材 · 物理系列

大学物理实验

主 编：李春贵

副主编：黄海林 石文兴

编 者：(以姓氏笔画为序)

石文兴	石志华	张娟
李春贵	杨君	赵宗坤
夏飞莱	黄海林	程翊
鲁芬		

华中师范大学出版社

内 容 简 介

本书是在编者长期使用的自编“大学物理实验讲义”基础上,针对一般工科院校的教学要求和学生特点而编写的。全书共分8章,第一章为测量误差及数据处理,系统地介绍了误差的理论、概念、数据处理及用不确定度估算误差的方法,是物理实验课中的理论课;第二章介绍了物理实验常用的仪器、设备;第三章至第五章为基本物理实验,涵盖力学、热学、电磁学、光学共26个实验;第六章为近代物理实验与综合性实验,共6个实验;第七章为设计性实验,共8个实验;第八章为仿真实验,共20个实验内容。书末附有常用物理常数及国际单位制简介。这些实验中,既有经过长期教学实践、内容比较成熟的实验,又有物理技术与计算机技术相结合的新实验。各个实验既相互独立,又循序渐进、相互配合,形成了一个完整的体系,能够使学生在实验方法、实验技术和实验仪器使用方面都得到全面而系统的训练。本书可作为普通工科院校各专业的大学物理实验教材,也可作为函授、电大、职业大学等的教材,还可供实验教师和实验技术人员参考。

新出图证(鄂)字 10 号

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/李春贵主编. —武汉:华中师范大学出版社,2006.8

(21世纪独立院校本科规划教材·物理系列)

ISBN 7-5622-3451-5

I. 大... II. 李... III. 物理学—实验—高等学校—教材 IV. O4—33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 079253 号

书 名: 大学物理实验

主 编: 李春贵

选题策划: 华中师范大学出版社第二编辑室 电 话: 027-67867362

出版发行: 华中师范大学出版社©

地 址: 武汉市武昌珞喻路 152 号 邮编: 430079

发行部电话: 027-67867076 67863040 67867371 67861549

邮购电话: 027-67861321 传真: 027-67863291

网址: <http://www.ccnp.com.cn> 电子邮箱: zhscbs@public.wh.hb.cn

经 销: 新华书店湖北发行所

印 刷 者: 鄂州市立龙印刷服务有限责任公司

责任编辑: 陈 勇

封面设计: 罗明波

责任校对: 张 忠

督 印: 姜勇华

开本/规格: 787mm×1 092mm 1/16

印 张: 12.25

字 数: 300 千字

版次/印次: 2006 年 8 月第 1 版 2006 年 8 月第 1 次印刷

印 数: 1—3 100

定 价: 19.00 元

敬告读者: 欢迎举报盗版, 请打举报电话 027-67861321。

本书如有印装质量问题, 可向承印厂调换。

前 言

我国的高等教育经历了一个快速发展的阶段。一方面公办高校快速扩大办学规模,另一方面独立院校如雨后春笋般地相继诞生,目前已进入了一个相对平稳的巩固和提高的阶段。提高现有学校的办学质量是当务之急。本教材就是在这种情况下,为提高现有独立院校的教学质量而编写的,编写的指导思想是“加强基础、体现时代、结合实验仪器设备的现状”。

本教材体现了以下几个特点:

1. 由误差分析理论比较自然地过渡到不确定度的概念及其估算方法,在国际、国内有关不确定度及其置信概率均没有统一的情况下,让学生初步掌握不确定度的概念及其估算方法。

2. 实验步骤结合有关仪器写得比较详细,目的是照顾基础不够扎实的学生,能较好地完成实验。

3. 部分实验给出了一定数量的预习思考题和课后思考题,目的是帮助学生更好地理解实验原理及方法,规范地完成操作、原始数据的记录及实验报告。

4. 设计性实验独辟一章,目的是培养学生的自学能力、综合能力、独立设计能力。

5. 仿真实验是计算机多媒体技术发展的产物。它利用软件虚拟实际仪器,建立虚拟实验环境,模拟真实的实验过程,为仪器复杂、昂贵的实验提供了一个廉价的操作平台。

本书由李春贵主编,黄海林、石文兴任副主编。参加编写的人员有:石文兴、石志华、张娟、李春贵、杨君、赵宗坤、夏飞莱、黄海林、程翊、鲁芬。

本书在编写过程中,参考并借鉴了一些兄弟院校的教材,在出版过程中,得到了上级领导以及出版社的大力支持和帮助,在此一并表示感谢。

编写一本适用的实验教材,是一项艰苦而又复杂的任务,需要在不断进行教学改革和仪器改进的基础上,做长期的研究和努力才能完成,我们的工作仅是一次尝试。由于业务水平有限,许多问题的思考与处理都不成熟,错漏在所难免,敬请读者批评指正,以便再版时更正。

编者

2006年8月

目 录

绪论	1
第一章 测量误差、不确定度与数据处理	3
一、测量与误差	3
二、误差的分类及减少的方法	3
三、测量仪器的精度	4
四、不确定度与置信概率	5
五、不确定度的估计和直接测量结果的表示	5
六、间接测量结果的计算和不确定度的合成	7
七、有效数字	7
八、数据处理方法	8
九、综合应用实例	10
十、练习题	11
第二章 物理实验常用的仪器设备	13
一、电磁学常用仪器	13
二、光学常用仪器	20
第三章 力学、热学实验	24
实验一 基本测量与物质密度	24
A. 规则物体密度的测定	24
B. 不规则物体密度的测定	30
C. 气体密度的测定	31
实验二 重力加速度的测量	34
A. 单摆法测量重力加速度	34
B. 自由落体法测量重力加速度	36
实验三 金属材料杨氏模量的测定	40
A. 拉伸法测定金属丝的杨氏模量	40
B. 动态悬挂法测定金属材料的杨氏模量	43
实验四 刚体转动惯量的测定	44
A. 用转动惯量仪测定刚体转动惯量	44
B. 用三线摆法测定物体的转动惯量	48
实验五 拉脱法测定液体表面张力系数	52
实验六 液体粘滞系数的测定	55
实验七 热学实验	58
A. 热的不良导体导热系数的测定	58
B. 气体比热容比的测定	61

C. 冷却法测定金属的比热容	64
第四章 电磁学实验	68
实验八 变阻器的分压特性和限流特性	68
实验九 电阻的伏安特性	71
实验十 用稳恒电流场模拟静电场	73
实验十一 惠斯登电桥测中值电阻	76
实验十二 双臂电桥测低值电阻	79
实验十三 电位差计的原理及应用	83
实验十四 电表的改装和校准	88
实验十五 霍尔效应及其应用	91
实验十六 非均匀磁场的测量	95
A. 霍尔法测量磁场	95
B. 感应法测量磁场	97
实验十七 示波器的调整和使用	100
实验十八 声速的测定	108
实验十九 电子荷质比的测定	111
实验二十 用示波器测绘铁磁材料的磁化曲线和磁滞回线	117
第五章 光学实验	126
实验二十一 等厚干涉	126
实验二十二 分光计的调整和使用	130
实验二十三 光栅衍射测波长和光栅常数	135
实验二十四 光的偏振	138
实验二十五 迈克尔逊干涉仪的调整和使用	141
实验二十六 普通照相技术	146
第六章 近代物理实验与综合性实验	151
实验二十七 全息照相	151
实验二十八 光电效应实验	153
实验二十九 弗兰克—赫兹实验	156
实验三十 密立根油滴实验	159
实验三十一 金属电子逸出功的测定	164
实验三十二 混沌	168
第七章 设计性实验	172
第八章 仿真实验	173
附表	178
主要参考文献	189

绪 论

一、物理实验的地位

纵观物理学发展史,物理学是一门以科学实验为基础的学科。物理理论的创立和发展都是建立在大量的科学实验的基础之上的。如著名物理学家伽利略的自由落体实验、伽利略的加速度实验、牛顿的棱镜色散实验、卡文迪的扭秤实验、托马斯·扬的干涉实验、付科的钟摆实验、密立根的油滴实验、卢瑟夫的核子实验、托马斯·扬的双缝演示应用于电子干涉实验等,均对物理学相关理论的创立和发展起到了重要的作用,同时也对工程技术的发展和人类社会的进步起着巨大的推动作用。如热力学理论促使了蒸汽机的产生、电磁场理论使人类跨入了电气化时代,特别是近代各学科相互渗透发展了许多新型交叉学科,已经取得并将取得更大的成果。今天人类已经步入了信息化时代。因此,物理实验无论在物理学理论的创立和发展中,还是在人类社会的发展中,都处于基础性的地位。可以说没有物理实验就没有物理理论,没有物理理论就没有人类社会的今天。

大学物理实验课是理工科学生的一门独立的必修课,是学生进入大学后系统地接受实验方法和实验技能训练的开端,也是培养实验技能和科学素质的基础。

二、大学物理实验课的任务

1. 通过对有关物理现象的观察、分析和对有关物理量的测量、计算,加深对有关物理学理论的理解,巩固所学的理论知识,并从中学习有关物理实验的基本知识。
2. 培养和提高学生的自学能力、动手能力、分析判断能力、书面表达能力、初步的设计制作能力以及科学实验的综合素质。

三、大学物理实验课的基本程序

物理实验课的基本程序一般有课前预习、课堂实验操作、课后完成报告三个步骤。

1. 课前预习

预习要弄清实验方法所依据的原理、条件;所用的仪器及其工作原理、操作方法;实验过程中的注意事项,写好实验预习报告,设计好记录实验数据的表格,并完成预习思考题。总之,通过预习要做到对实验心中有数。

2. 实验操作

实验操作是实验程序中的关键环节。学生须遵守实验室规则,听从教师指导,熟悉各种仪器的使用方法和操作,认真完成实验。实验操作应注意以下几点:

(1) 按教材中规定的实验程序和步骤进行实验操作。这是因为,教材中的实验步骤是根据实验原理和具体仪器设计得出的,是获取正确实验数据和结果的最佳方案之一。

(2) 根据实验的具体要求,依据有效数字法则,认真记录实验数据,绝不允许伪造或抄袭他人数据。

(3) 为养成良好的工作习惯,在做完实验后,务必将所用实验仪器设备恢复原位,关闭电源和水源,做好实验室清洁卫生工作,并将实验数据交教师审阅签字后方可离开实验室。

3. 撰写实验报告

撰写实验报告是对一次实验的全面总结,也可作为科学报告或论文写作的基本训练。所以在做完实验后,应对实验数据进行认真的分析和处理,作出合理结论,最后才能写出完整的实验报告。具体要求如下:

(1) 数据处理:实验结果是对大量数据的总结和升华,只有一丝不苟地处理实验数据,才能实现从感性认识到理性认识的飞跃。所以,在数据处理过程中,应首先按照误差理论和有效数字运算法则处理实验数据,列表或绘出曲线;分析实验数据的特点和规律,计算出测量的结果;最后分析误差的来源,并讨论存在的问题和改进方案。

(2) 撰写实验报告:完整的实验报告应包括:实验名称、实验目的、实验仪器(仪器名称、性能及精度)、实验原理、实验方法(步骤)(以上应在预习报告中完成)、实验数据记录及处理(包括图表)、测量结果表达式($x = \bar{x} + \Delta x$)、误差分析及问题讨论。

在撰写实验报告时,应力求报告内容简单明了,用语确切,文字通顺,字迹工整,还应在报告的开头注明实验时间、实验者姓名、学号、专业、实验名称、实验学时等信息,经教师签名的数据记录单也应作为实验报告的附件一起上交。

四、大学物理实验课程考核办法

课程成绩由平时成绩和考试成绩各 50%,平时成绩包括预习、实验操作和实验报告。考试主要考查实验基础知识,如实验原理、常用仪器的调整和使用,实验现象的分析和判断,故障排除,数据处理等。

注意:

1. 无原始数据的报告一律为不及格。

2. 违反操作规程者要扣操作分。

第一章 测量误差、不确定度与数据处理

一、测量与误差

本章介绍测量误差、误差的估计——不确定度、实验数据处理和实验结果表达等基本知识,由于有些知识涉及面广,深入讨论就超出了本课程的范围,本书只运用相关学科的某些结论和计算公式,不进行深入的讨论。

测量是物理实验的基础,分为直接测量和间接测量,如果待测量的大小可以直接从量具或仪器上读出,称为直接测量;否则为间接测量。随着时代的进步,有些原来只能间接测量的量可转化为直接测量量,如电功率、速度等。

在一定条件下,任何物理量的大小都有一个客观存在的真实值,称为真值,真值是一个理想的概念,一般不可知,由于仪器、量具、理论、方法、环境条件、个人行为等的局限性,测量值和真值不可能完全相同,它们之间或多或少地存在一定的偏差,这种测量值(x)与真值(a)之差的绝对值称为绝对误差,记为 δ_x ,

$$\text{即} \quad \delta_x = |x - a|. \quad (1-1)$$

绝对误差反映了测量结果的准确程度,为了考虑测量值本身大小的影响,常用相对误差 E 来表示测量结果的准确程度。

$$E_x = \frac{\delta_x}{a} \times 100\%. \quad (1-2)$$

二、误差的分类及减少的方法

1. 系统误差

系统误差的特征是其确定性,在测量条件不变时,有确定的大小和符号,当测量条件改变时按照一定的规律变化,增加测量次数并不能减少系统误差。系统误差来源于原理和方法的近似性、仪器本身的缺陷以及观察者本人的固有习惯等,可以通过原理和方法的改进、仪器的校正等来减少系统误差,一个实验结果的可信程度往往在于系统误差是否已被发现和尽可能消除,应该指出,这是一个比较复杂的问题,与观察者的经验有着密切的关系,同学们可以在实验中来积累这方面的经验。

2. 随机误差

多次观测同一量时,误差的绝对值和符号的变化时大时小,时正时负,以不可预知方式变化的这种误差称为随机误差,其特征是随机性,随机误差来源于实验中各种因素的微小变化,如电压的波动、温度的起伏、气流的扰动、周围电磁场的干扰以及个人行为的随机性。如果测量次数足够多,人们发现随机误差服从统计规律,最典型的是正态分布,其特征为:

- (1) 单峰性:绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的概率大。
- (2) 对称性:绝对值相等的正负误差出现的概率相同。

(3) 有界性: 绝对值很大的误差出现的概率趋近于零, 即误差的绝对值不超过一定限度。

(4) 抵偿性: 随机误差的算术平均值随着测量次数的增加趋近于零。

虽然随机误差随测量次数的增加而减少, 但随着次数的增加其减少的速度放缓, 且测量次数不可能减少系统误差, 故在物理实验中一个物理量的测量次数通常取在 5 次~10 次, 以免浪费不必要的时间和精力。在系统误差较小的情况下, 我们有理由认为测量值的算术平均值

最接近测量值的真值, 称为约定真值, $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$, $\Delta x_i = x_i - \bar{x}$ 称为残差, 虽然残差有正有负, 有大有小, 常用均方根法, 对它们进行统计, 得到的结果就是单次测量系列值的标准偏差, 以 s_x 表示

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (1-3)$$

3. 过失误差

过失误差是由于观测者在不正确地使用仪器、观察错误或记录错误数据等不正常情况下引起的误差, 它会明显地歪曲客观现象, 在数据处理中应将其删除, 所以, 在做误差分析时, 要估计的误差只有系统误差和随机误差。

三、测量仪器的精度

物理实验是依靠测量仪器来进行的, 测量结果的误差大小在很大程度上取决于测量仪器是否准确, 通常用精度和级别来描述仪器的这种性质。

仪器的精度通常指它能分辨的物理量的最小值, 仪器精度越高, 即它的分度越细, 产生的偏差就越小。由于多种因素, 如材质不均匀、加工装配的欠缺以及环境(如温度、湿度、震动、杂散光、电磁场等)的影响, 仪器的精度受到一定的限制。按照标准, 在正常使用条件下(如温度、湿度、放置方式、额定功率等都符合要求), 用某种级别的仪器进行测量时, 最大偏差有具体规定, 这种最大偏差也叫仪器的极限误差或公差, 我们用 $\Delta_{\text{仪}}$ 来表示。 $\Delta_{\text{仪}}$ 可在产品说明书和仪器手册中查到。

仪器的级别和最大允差有关, 如模拟式(指针式)电表级别分为 5.0, 2.5, 1.5, 1.0, 0.5, 0.2, 0.1 等。每一量程的最大允差 $\Delta_{\text{仪}} = \text{量程} \times \text{级别}\%$, 它表示在该量程下正确使用仪器进行测量, 结果可能出现的最大误差。而数字式电表测量结果的误差较为复杂, 可在产品说明书和仪器手册中查到。

一般而言, 有刻度的仪器、量具的最大允差大约对应于其最小分度值所代表的物理量。应当说明, 最大允差是指所制造的同型号同规格的所有仪器中有可能产生的最大误差, 并不表明每一台仪器的每个测量值都有如此大误差。它既包括仪器在设计、加工、装配过程中乃至材料选择中的欠缺所造成的系统误差, 也包括正常使用过程中测量环境和仪器性能随机涨落的影响。

实验时选取仪器要得当, 仪器使用不当对仪器和实验均不利, 选择仪器有两个最基本的指标: 测量范围和精度, 当被测量量超出仪器的测量范围时, 不仅无法测量, 而且可能会损坏仪器; 在满足精度的条件下, 应尽量选用精度较低的仪器。

四、不确定度与置信概率

误差定义为测量值与真实值的偏差,但真值是无法测得的,因此误差也就无法得到。我们只能通过一定的方法对测量误差进行估计,这就需要引入不确定度的概念。不确定度是指由于测量误差的存在而对被测量值不能肯定的程度,是表征被测量的真值所处的量值范围的评定。我们在表示完整的测量结果时,除给出被测量 X 的量值 x_0 ,还要标出测量的总不确定度 Δ_x ,写成

$$X = x_0 \pm \Delta_x (P = \rho) \quad (1-4)$$

的形式。括号内的 P 是一个表示可能性大小的概率, ρ 为具体概率值,称之为置信概率。式(1-4)的含义是:被测量 X 出现在区间 $(x_0 - \Delta_x, x_0 + \Delta_x)$ 内的概率为 ρ 。由式(1-4),我们可以将不确定度理解为一定概率下的误差限值。

为了反映测量值本身大小的影响,也常采用相对不确定度的概念。用 E_x 表示相对不确定度,则有

$$E_x = \frac{\Delta_x}{x_0} \times 100\% \quad (1-5)$$

对不同的要求,置信概率可取不同的值,常见的取值有 0.68, 0.90, 0.95, 0.99 等。国家技术监督局 1994 年建议,置信概率通常取 0.95,因此当 $P = 0.95$ 时,不必注明 P 值。大多数的工业和商业用途上所用的约定概率为 0.95。物理实验中置信概率取 95% 是合适的,也是必要的。

根据估计方法的不同,总不确定度可分为两类分量,一类是可以通过多次重复测量用统计学方法估算出的 A 类不确定度 Δ_{xA} ,另一类是用其他方法估算出的 B 类不确定度 Δ_{xB} 。将两类分量按均方根的方法合成,就得到测量结果的总不确定度:

$$\Delta_x = \sqrt{\Delta_{xA}^2 + \Delta_{xB}^2} \quad (1-6)$$

需要指出的是,目前国内外关于测量结果的不确定度的表述及运算规则还未完全统一,有待进一步的研究。

五、不确定度的估计和直接测量结果的表示

1. A 类不确定度 Δ_{xA} 的估计

在普通物理实验中对同一量作多次直接测量时,一般测量次数 n 不大于 10。只要 $n > 5$, 就可以直接取 $\Delta_{xA} = s_x$,但标准偏差 s_x 与 A 类不确定度分量是两个不同的概念(实际上 $\Delta_{xA} = \frac{t_p(n-1)}{\sqrt{n}} s_x$, t_p 为与测量次数有关的参数),由于同学们初次接触不确定度的概念,我们作上述最方便的简化处理。如果 Δ_{xB} 可忽略不计,就有 $\Delta_x = \Delta_{xA} = s_x$,这时就表明真值落在 $x \pm s_x$ 范围的可能性(概率)已大于或接近 95%。

当测量次数 $n < 5$ 时,我们认为随机误差的分布意义不大, Δ_{xA} 的估计简化后一般采取误差绝对值合成的方法来求得,即

$$\Delta_{xA} = \sum \delta_{x_i} = \sum |x_i - \bar{x}|, i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (1-7)$$

2. B类不确定度 Δ_{xB} 的估计

测量中凡是不符合统计规律的不确定度统称为 B 类不确定度 Δ_{xB} 。物理实验中 B 类不确定度通常以测量仪器的最大允差 $\Delta_{\text{仪}}$ 和测量的估计误差 $\Delta_{\text{估}}$ 组成,这也是一种方便、简化的处理方法。由于 $\Delta_{\text{仪}}$ 和 $\Delta_{\text{估}}$ 是互相独立的,都不满足统计规律,所以有

$$\Delta_{xB} = \sqrt{\Delta_{\text{仪}}^2 + \Delta_{\text{估}}^2} \quad (1-8)$$

若一个分量小于另一个分量的三分之一,则上式可以忽略较小的分量。在物理实验教学中,为简便起见,非统计方法估计的 B 类不确定度 Δ_{xB} 直接用 $\Delta_{\text{仪}}$ 表示,即

$$\Delta_{xB} = \Delta_{\text{仪}} \quad (1-9)$$

于是可得总不确定度 Δ_x 的具体计算式:

$$\Delta_x = \sqrt{s_x^2 + \Delta_{\text{仪}}^2} \quad (1-10)$$

在物理实验中,经常遇到一些不能多次重复测量的情况,如半导体热敏电阻的电阻值与温度关系的动态测量;有时由于仪器精度较低,多次测量结果可能完全相同,如用千分尺测量木块,随机性反映不出,这时用统计方法计算出的 s_x 远远小于仪器误差 $\Delta_{\text{仪}}$,多次测量失去意义。以上情况只能、也只需进行一次测量,所以通常以 $\Delta_{\text{仪}}$ 表示一次测量结果的 B 类不确定度。此时总不确定度 Δ_x 可简单地用仪器误差 $\Delta_{\text{仪}}$ 来表示,即

$$\Delta_x = \Delta_{\text{仪}} \quad (1-11)$$

注意,这并不说明只测一次时的总不确定度 Δ_x 反而比测多次的 Δ_x 值小,只说明 $\Delta_{\text{仪}}$ 与多次测量用的公式 $\sqrt{s_x^2 + \Delta_{\text{仪}}^2}$ 估计出的结果相差不大。如果经过分析或根据经验已知 $s_x \ll \Delta_{\text{仪}}$,也可只进行一次测量,并取 $\Delta_x = \Delta_{\text{仪}}$,这并不说明不存在随机误差,只说明仪器的分辨率太低而不足以反映微小差异,显然取 $\Delta_x = \Delta_{\text{仪}}$ 是合理的。总之,不管什么原因,如果只进行了一次测量,我们约定测量的总不确定度 Δ_x 就简单地取为仪器误差 $\Delta_{\text{仪}}$ 。

3. 总的不确定度的估计

当 $n \geq 5$ 次,总的不确定度
$$\Delta_x = \sqrt{s_x^2 + \Delta_{\text{仪}}^2} \quad (1-12)$$

相对不确定度
$$E_x = \frac{\sqrt{s_x^2 + \Delta_{\text{仪}}^2}}{\bar{x}} \times 100\% \quad (1-13)$$

当 $n < 5$ 次,总的不确定度
$$\Delta_x = \sqrt{(\sum \delta_{x_i})^2 + \Delta_{\text{仪}}^2} \quad (1-14)$$

相对不确定度
$$E_x = \frac{\sqrt{(\sum \delta_{x_i})^2 + \Delta_{\text{仪}}^2}}{\bar{x}} \times 100\% \quad (1-15)$$

如果因 $s_x < \frac{\Delta_{\text{仪}}}{3}$ 或因估计出的值对实验最后结果的影响很小,或因条件限制只进行了一次测量时,可简单地用仪器的精度来表示,即

当 $n = 1$ 次时,总的不确定度
$$\Delta_x = \Delta_{\text{仪}} \quad (1-16)$$

相对不确定度
$$E_x = \frac{\Delta_{\text{仪}}}{\bar{x}} \times 100\% \quad (1-17)$$

这并不说明只测一次比测量多次时 Δ_x 的值变小,只说明 $\Delta_{\text{仪}}$ 比 Δ_{xA} 大许多,从而掩盖了 Δ_{xA} 的变化, $\Delta_{\text{仪}}$ 与 $\sqrt{\Delta_{xA}^2 + \Delta_{\text{仪}}^2}$ 估算出来的结果相差不大。

注:用式(1-13), (1-15), (1-17)计算 E_x 时,若已知 x 的公认值或理论值,应用 $x_{\text{公认}}$ 或 $x_{\text{理}}$ 代替 $\bar{x}$ 。

六、间接测量结果的计算和不确定度的合成

1. 间接测量结果的计算

设间接量与直接量具有 $Y=f(x_1, x_2, x_3, \dots)$ 的函数关系, $x_1, x_2, x_3, \dots$ 为彼此独立的直接测量量, 可将直接测量量 $x_1, x_2, x_3, \dots$ 的算术平均值 $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots$ 代入函数关系中, 即得间接测量结果

$$\bar{Y}=f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots). \quad (1-18)$$

2. 间接测量量不确定度的合成

设 x_1, x_2, x_3 的不确定度分别为 $\Delta_{x_1}, \Delta_{x_2}, \Delta_{x_3}$, 它们必然影响间接测量结果, 使 Y 的值也有相应的不确定度 Δ_Y , 由于不确定度都是微小的量, 相当于数学中的“增量”, 因此间接测量的不确定度的计算公式与数学中的全微分公式基本相同。考虑到不确定度合成的统计性质, 我们用 Δ_Y 代替 dY , Δ_x 代替 dx , 且用均方根的方法合成。

当 $Y=f(x_1, x_2, x_3, \dots)$ 为和差的形式时, 用

$$\Delta_Y = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta_{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta_{x_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_3} \Delta_{x_3}\right)^2 + \dots}, \quad E_Y = \frac{\Delta_Y}{\bar{Y}} \quad (1-19)$$

计算较为简单, 即先求总的不确定度, 再求相对不确定度;

当 $Y=f(x_1, x_2, x_3, \dots)$ 为积商的形式时, 用

$$E_Y = \frac{\Delta_Y}{\bar{Y}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_1} \Delta_{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_2} \Delta_{x_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_3} \Delta_{x_3}\right)^2 + \dots},$$

$$\Delta_Y = E_Y \cdot \bar{Y} \quad (1-20)$$

计算较为简单, 即先求相对不确定度, 再求总的不确定度。

物理实验中常用函数不确定度的传递公式与标准差传递公式相同, 当直接测量次数 $n < 5$ 或一些简单的测量问题时, 也可采用绝对值合成的方法, 即

$$\Delta_Y = \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta_{x_1} \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta_{x_2} \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial x_3} \Delta_{x_3} \right| + \dots \quad (1-21)$$

这种合成方法所得的结果一般偏大, 与实际的不确定度合成可能有较大出入, 但因其简单, 在测量次数比较少时, 或某些以系统误差为主的实验中(如大部分电学实验)可作为一种简化的处理方法。

七、有效数字

1. 有效数字的有关概念

由若干个正确数字和末一位欠正确(估读)数字组成的数字称为有效数字。例如用毫米刻度的米尺去测量一个物体的长度, 毫米(包括毫米)以上的数位的读数为正确读数; 毫米以下的一位数只能估读, 包含估读数位的这个读数更能准确反映测量的真实故称有效数字。读数后面的“0”是有效数字。注意测量中 $5.2\text{mm} \neq 5.20\text{mm}$, 前者 2 是估读数字, 后者 2 是准确数字, 而“0”才是估读数字, 有效数字的位数与单位无关也与小数点位置无关。例如, 25.30mm 可以改写为 0.02530m 或者 2.530cm , 它们均为四位有效数字。在实际的数据处理中常把它写成 $a \times 10^N$ 的形式。其中 $1 \leq a < 10$, N 为整数, 则上述有效数字可写成 $2.530 \times 10^{-2}\text{m}$, 这种记数

方法也称科学记数法。间接测量结果的有效数字尾数与不确定度的尾数一般要对齐。

2. 不确定度的取位规则

为保证物理实验的置信概率(95%),一般采用放大的原则,即进位法,但也不能过分放大。在物理实验中,不确定度一般取一位,当不确定度的第一位为1,2时常取两位,相对不确定度一般取两位数,对中间运算可多保留一位,以免带来附加误差。

3. 有效数字的运算规律

总原则:准确数字与准确数字运算仍是准确数字;准确数字与可疑数字,可疑数字与可疑数字运算是可疑数字。

(1) 加减运算。结果的末位(可疑)数字所占数位与参与运算的各数据项中末位数字所占数位最高的相同。例如: $123.3 + 43.462 + 8.01 = 174.8$ 。

(2) 乘除运算。结果所包含有效数字位数与参与运算的各数据项中有效数字最少的那个相同。例如: $63.8 \div 1.2 = 53$ 。

(3) 乘方,开方运算最后结果的有效数字位数一般与底数的有效数字位数相同。如: $\sqrt{32.8} = 5.73$ 。

(4) 对于常数如 π, e 等,一般比测量值多取一位有效数字参加运算。

例如: $S = \pi R^2$, $R = 2.36 \text{ cm}$ 则取 $\pi = 3.142$ 。

(5) 函数运算。例如,计算 $\lg 7.356$ 的结果。因为

$$\lg 7.356 = 0.866\ 641\ 72\cdots$$

$$\lg 7.357 = 0.866\ 700\ 76\cdots$$

可以看到两运算结果在小数点后第四位产生了差别,因此 $\lg 7.356 = 0.866\ 6$, 最后一位6是可疑数字。

八、数据处理方法

数据处理是指从获得的数据得出结果的加工过程,包括记录、整理、计算、分析等。用简明而严格的方法把实验数据所含有的内在规律提炼出来。正确处理实验数据是实验能力的基本训练之一。根据实验的内容和要求,可以采用不同的数据处理方法。下面介绍物理实验中常用的数据处理方法。

1. 列表法

列表法是物理实验中常用的一种基本方法。通过列表可以大致看出物理量之间的对应关系,可以较容易发现个别有错误的数据,为进一步处理数据创造了条件。

表1-1给出了用伏安法测量电阻的应用实例:

表1-1 用伏安法测电阻

测量序号	电压(V)	电流(mA)
1	0	0
2	2.00	3.95
3	4.00	7.95
4	6.00	12.50
5	8.00	15.80
6	10.00	19.90

如果电压与电流之间为线性关系,则表 1-1 中 12.50 为一明显的错误数据,应重测。

注意:

(1) 名称、单位写在标题栏内。

(2) 注意数据的有效数字。

2. 作图法

作图法比较形象、直观地给出被测物理量之间的相互关系,可以大致判定被测物理量之间的函数的形式。首先判定是线性还是非线性。如果是非线性,还可进一步判定是对数、指数还是幂函数等。当然这方面需具备一定的经验和能力。下面我们还是以伏安法测电阻为例,以电流为横坐标,电压为纵坐标,分度要保证数字能正确读出且尽量使被测数据布满整个坐标系。然后根据得到的实验数据描点。点的符号可用 $\times$, 0 , Δ 等表示。描点后用直尺或曲线板作图,并让直线、折线或光滑曲线穿过这些数据点,这就得到了一个实验数据的图示。根据欧姆定律: $U=I \cdot R$, U 与 I 的关系应为线性关系。即所得实验曲线应该为一直线。如果某一点远离这一直线,这一点的测量数据即为错误数据,应予剔除。直线的斜率即为电阻 R , R 可以从直线上任选两点 $P_1(U_1, I_1)$, $P_2(U_2, I_2)$ 计算出来,且这两点应尽可能选直线的两头且非测量点。则 $R=\frac{U_2-U_1}{I_2-I_1}$ 。

3. 逐差法

当自变量等间隔变化且两物理量之间呈线性关系时,可采用逐差法处理数据。我们把等间隔变化的一组数据前后对半分为一、二两组。用两组对应项的差值的平均值求得结果称为一次逐差法。如果把一次逐差再作逐差处理,然后才能计算出结果,则称为二次逐差法……依次类推。下面以杨氏模量的测量为例加以说明。

例如:用拉伸法测钢丝的杨氏模量。设每次加砝码均为 1 kg,测得钢丝长度的读数如表 1-2:

表 1-2 钢丝长度的读数

加砝码次数	1	2	3	4	5	6	7	8
钢丝长度	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6	L_7	L_8

我们按一次逐差法,把这些数据分为两组(L_1, L_2, L_3, L_4)和(L_5, L_6, L_7, L_8),计算拉力为 9.8 N 下的伸长量的平均值 ΔL 最合理,即

$$\Delta \bar{L} = \frac{1}{16} [(L_5 - L_1) + (L_6 - L_2) + (L_7 - L_3) + (L_8 - L_4)].$$

这样计算的优点:保证了全部数据被充分利用且计算具有最小的相对不确定度。同学们不妨再看看下面两种数据处理存在的问题:

$$(1) \Delta \bar{L} = \frac{1}{7} [(L_2 - L_1) + (L_3 - L_2) + (L_4 - L_3) + (L_5 - L_4) + (L_6 - L_5) + (L_7 - L_6) + (L_8 - L_7)].$$

这种计算方法实际上只应用了测量数据 L_1 和 L_8 ,其他数据均未起作用。

$$(2) \Delta \bar{L} = \frac{1}{4} [(L_2 - L_1) + (L_4 - L_3) + (L_6 - L_5) + (L_8 - L_7)].$$

这种计算方法对所有测量数据都起作用,但间距减小,相对误差增大了,故不宜采用。

4. 回归法

把实验数据画成图表,固然直观、明了,但显然是不够的。为了获得实验数据的更完美的

表示并升华为理论,从实验数据中找出它们的函数关系——即解析式,这是众多科学工作者共同的愿望。这样就提出了方程的回归问题。这里仅介绍最小二乘法应用于一元线性回归。

对于直线方程,确定了斜率和截距也就确定了直线 $y=ax+b$,线性回归(线性拟合)就是由实验数据 (x_i, y_i) 来确定 a, b 的过程。最小二乘法认为:若最佳拟合的直线为 $Y=f(x)$,则所测各 y_i 值与拟合直线上相应的 $Y_i=f(x_i)$ 之间的偏差的平方和为最小,即

$$S = \sum (y_i - Y_i)^2$$

最小。将直线方程代入上式,得

$$S = \sum [y_i - (ax_i + b)]^2 = S(a, b)$$

最小,所以 a, b 应是下列方程组的解,即

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial a} = -2 \sum (y_i - ax_i - b)x_i = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial b} = -2 \sum (y_i - ax_i - b) = 0 \end{cases}$$

整理得

$$\begin{cases} \sum x_i y_i - a \sum x_i^2 - b \sum x_i = 0 & (1-22) \\ \sum y_i - a \sum x_i - nb = 0 & (1-23) \end{cases}$$

由式(1-22)和式(1-23)联立解得

$$a = \frac{\sum x_i \sum y_i - n \sum x_i y_i}{(\sum x_i)^2 - n \sum x_i^2}$$

$$b = \frac{\sum x_i \sum x_i y_i - \sum x_i^2 \sum y_i}{(\sum x_i)^2 - n \sum x_i^2}$$

还可以进一步证明 $S(a, b)$ 的二阶偏导数大于零,所以上式得出的 a, b 必使 $S(a, b)$ 取得最小值。如果函数形式正确无误,该方程是唯一确定的,也是最佳的,这就是回归法突出的优点。

为了检验线性拟合的好坏,在数学上引进一个叫相关系数 r 的量来表示拟合直线与实验数据的符合程度

$$r = \frac{\sum \Delta x_i \Delta y_i}{\sqrt{\sum (\Delta x_i)^2} \sqrt{\sum (\Delta y_i)^2}}$$

r 值越接近 1, x, y 间的线性关系越好。如果 r 接近于零,则 x 和 y 间不存在线性关系。应该指出回归法在科学实验中有着广泛的应用,同学们应该有个初步了解。

九、综合应用实例

例 1 已知圆柱体质量 $m = 14.06 \pm 0.01(\text{g})$, 高度 $H = 67.15 \pm 0.05(\text{mm})$, 用千分尺 ($\Delta_{\text{仪}} = 0.01\text{mm}$) 测得直径 D 的数据如表 1-3, 求圆柱体的密度 ρ 及不确定度 Δ_ρ 。

表 1-3 直径 D 的读数

次数 i	1	2	3	4	5	6
直径 $D_i(\text{mm})$	5.642	5.648	5.643	5.640	5.649	5.646

解 先计算直径 D 的测量结果, D 的最佳值。

$$\bar{D} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 D_i = 5.6447(\text{mm}),$$

$$s_D = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 (D_i - \bar{D})^2}{n-1}} \approx 0.004(\text{mm}),$$

$$\Delta_D = \sqrt{s_D^2 + \Delta_{\text{仪}}^2} \approx 0.01(\text{mm}),$$

$$D = \bar{D} \pm \Delta_D = 5.65 \pm 0.01(\text{mm}),$$

$$\bar{\rho} = \frac{4\bar{m}}{\pi \bar{D}^2 \bar{H}} = \frac{4 \times 14.06}{3.1416 \times 5.65^2 \times 67.15} = 8.35 \times 10^{-3}(\text{g/mm}^3).$$

$$\therefore \rho = \frac{4m}{\pi D^2 H},$$

$$\therefore \ln \rho = \ln \frac{4}{\pi} + \ln m - 2 \ln D - \ln H.$$

$$\text{两边求导得} \quad \frac{d\rho}{\rho} = \frac{dm}{m} - \frac{2dD}{D} - \frac{dH}{H}.$$

把 d 改写为 Δ , 利用均方根合成得

$$E_\rho = \frac{\Delta_\rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\Delta_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta_D}{D}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_H}{H}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0.01}{14.06}\right)^2 + \left(\frac{2 \times 0.01}{5.65}\right)^2 + \left(\frac{0.05}{67.15}\right)^2}$$

$$= 0.00368 \approx 0.37\%,$$

$$\Delta_\rho = \bar{\rho} \times E_\rho = 8.35 \times 10^{-3} \times 0.37\% \approx 0.03 \times 10^{-3}(\text{g/mm}^3).$$

$$\therefore \rho = (8.35 \pm 0.03) \times 10^{-3}(\text{g/mm}^3).$$

本题中可以看出用千分尺测量长度, 偶然误差较小。

其测量不确定度可直接用仪器误差限。

例 2 通过电流、电压及电阻的测量来间接测量功率的方法有三种。

现有的测量精度为: $\frac{\Delta_I}{I} = 2.5\%$, $\frac{\Delta_U}{U} = 2.0\%$, $\frac{\Delta_R}{R} = 1.0\%$ 。试问哪一种测量方案为最佳测量方案?

$$\text{解} \quad \textcircled{1} P = IU, \text{ 则 } \frac{\Delta_P}{P} = \sqrt{\left(\frac{\Delta_I}{I}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_U}{U}\right)^2} = 3.2\%.$$

$$\textcircled{2} P = \frac{U^2}{R}, \text{ 则 } \frac{\Delta_P}{P} = \sqrt{\left(\frac{2\Delta_U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_R}{R}\right)^2} = 4.1\%.$$

$$\textcircled{3} P = I^2 R, \text{ 则 } \frac{\Delta_P}{P} = \sqrt{\left(\frac{2\Delta_I}{I}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_R}{R}\right)^2} = 5.1\%.$$

第一种方法可使功率的不确定度最小, 因此是最佳测量方案。

十、练习题

1. 举例说明系统误差和随机误差产生的原因。如有系统误差, 测量值有什么特点? 由于随机误差的存在, 测量值有什么特点?

2. 回答下列问题:

(1) 不确定度是怎样分类的? 不确定度和误差的概念有何不同, 又有何联系?