書海书道 BOOK HOUSE 高等学校数学学习辅导丛书

10年金版

INSTRUCTION TEXTBOOK SERIES FOR MATHEMATICS

概率论与数理统计

习题全解全析

丛书主编/北京航空航天大学 徐兵

编著 滕素珍
李彩荣
韩海山

配浙大三版

大连理工大学出版社
DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

智海书道 BOOK HOUSE

高等学校数学学习辅导丛书

10年金版

INSTRUCTION TEXTBOOK SERIES
FOR MATHEMATICS

概率论与数理统计
习题全解全析

丛书主编/北京航空航天大学 徐兵

编著 滕素珍
李彩荣
韩海山

配浙大三版

大连理工大学出版社
DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计习题全解全析(配浙大三版)/滕素珍,李彩荣,韩海山编著．—2版．— 大连：大连理工大学出版社,2006.7(2007.4 重印)
高等学校数学学习辅导丛书
ISBN 978-7-5611-2387-4

Ⅰ.概… Ⅱ.①滕… ②李…③韩… Ⅲ.①概率论—高等学校—解题②数理统计—高等学校—解题 Ⅳ.O21-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 075389 号

大连理工大学出版社出版
地址:大连市软件园路 80 号 邮政编码:116023
发行:0411-84708842 邮购:0411-84703636 传真:0411-84701466
E-mail:dutp@dutp.cn URL:http://www.dutp.cn
大连理工印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:147mm×210mm 印张:11 字数:442 千字
2006 年 7 月第 2 版 2007 年 4 月第 4 次印刷

责任编辑:梁 锋 范业婷 责任校对:碧 海
封面设计:熔 点

ISBN 978-7-5611-2387-4 定 价:13.00 元

高等学校数学学习辅导丛书
编写委员会

总序

大学数学是高等学校各门类、专业学生必修的基础课,对理工类、经管类学生都非常重要。21 世纪是知识经济时代,数学的重要性更显突出,人们甚至把“数学力”看作是“竞争力、成功力、管理力、领导力”。对于准备报考研究生的同学来说,其重要性更是不言而喻。

作为一名从事大学数学教学和科研工作 40 余年的教师,我一直密切关注着大学数学的教育状况。我很早就注意到大连理工大学出版社一直在为学生提供高质量的教学辅导书而努力着。10 多年来,该社先后出版了 50 余种相关的大学数学辅导图书, 我经常在课堂上、自习课上、考研辅导班上看到学生们在使用。我也多次仔细阅读他们的辅导书,对于图书的内在质量和选题设计,我非常认可,因此经常向学生推荐。在目前浮躁的图书市场上,大连理工大学出版社的这种真正为学生考虑的做法是非常值得弘扬的。

在出版社推出《高等学校数学系列辅导丛书》10 周年之际,我受出版社之托,担任该系列丛书编委会主任,深感责任重大。一方面,需要延续出版社一直追求的高质量的图书内在品质;另一方面,需要在对现有图书进行规划和整合的基础上,结合目前学生的需求、高校课程教学的基本要求与教学状况以及最新《全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》有所创新。为此,本次修订主要围绕以下几个方面展开:

第一,坚持聘请名校名师亲自编写的原则。本套丛书编委会的成员全部来自知名高校,并且都是知名教师。例如,韩云瑞教授在清华大学“学生心目中的好老师”评选活动中,2005、2006 连续两年全校排名第一; 大连大学的王丽燕教授一直是“学生最喜爱的老师”;南开大学的周概容教授连续 17 年担任考研《概率论与数理统计》命题组组长。这些优秀教师多年积累的教学经验一定会给学生带来意想不到的收获。

第二,对于全部习题进行重新演算,以保证解题过程的正确,而

且在编委会成员之间相互切磋。对于典型习题,努力寻求最优解法,对于重点例题、习题给出多种解法,以帮助学生打开解题思路。我们希望通过编委会的共同努力,可以让读者真正掌握大学数学的思想和算理。

第三,针对学生不同的学习阶段,设计了不同层次的系列图书,力图为学生提供学习数学的立体空间,引导学生全方位、多角度逐步认识并掌握大学数学,从而使得每本书都成为学生天天见面的辅导老师。大一新生刚进大学校门,要尽快适应大学的学习环境,注重夯实大学数学的基础,为学习专业课打下基础;高年级阶段,很多学生准备进一步学习深造,报考研究生,对大学数学需要进行全面复习及提高。针对这些特点,本套丛书设计了四大系列。

习题全解(全析)系列 为读者解答教材中的习题,像习题课一样,与学生们一起通过对习题的分析、讨论、求解、总结,扎实掌握基础知识,领悟数学的真谛。本系列图书“不是好学生的作业本,而是优秀教师习题课的教案”。读者也可以将该系列丛书作为工具书与教材配套使用。

同步辅导系列 按节同步,讲解细致,其主要特点是“基础、同步”,帮助读者重点掌握大学数学中的“基本概念、基本理论、基本方法”。本书可以帮助学生逐步适应从中学时代“以老师讲解为主”到大学时代“以学生自学为主”学习方式的转变。

全程学习指导系列 指导学生准确理解大学数学中的概念、原理,熟练掌握解题的基本思路、方法,提高分析问题、解决问题的能力,同时,让学生熟悉研究生考试的各类题型,在大学低年级阶段就为将来报考研究生打下坚实的基础并提前做好准备。

典型题精讲系列 以习题讲解为主,在注重基本解题能力培养的同时,增加了一些题目难度较大、但颇具特色的习题,在更高层次上引导学生掌握数学的算理与数学思想。

我们欢迎读者通过各种方式与我们联系,提出建议与意见,以利于本套丛书千锤百炼,惠及更多学子。

祝大家学习进步,前程似锦!

徐 兵

2006 年 6 月

于北京航空航天大学

编者的话

近年来,大学数学方面的学习辅导书种类逐渐增多,学生们每人手中持有一种乃至数种。这其中不乏精品之作,但多数又不尽如人意。作为从教多年的教师,看到学生们渴望知识的热情,以及应试的压力,强烈的责任感驱使我们有一种将多年教学经验述于纸面的冲动,同样的责任感又使得我们迟迟没有动笔,生怕在已有的热闹非凡的出版市场上平添平庸之作,浪费时间,浪费纸张,浪费资源。

大连理工大学出版社提出要组织编写一套《习题全解(全析)》系列图书,编辑们对该系列图书清晰的思路与准确的定位,与我们的想法一拍即合,立即触发了我们的编写欲望。我们多次征求本科生、专科生,乃至研究生的意见,更加坚定了我们写好本书的信心,进一步明确了本书的定位,这就是——像习题课一样,与学生们一起通过对习题的分析、讨论、求解、总结,扎实掌握大学数学的基础,领悟大学数学的真谛。这就是我们写作本书的初衷。

浙江大学《概率论与数理统计》,现在已经推出第三版。作为教科书,该书体系完整,层次清晰,叙述深入浅出,在改革教材层出不穷的今天,仍享有其他教材无法比拟的地位,深受广大教师和学生的喜爱。本书按照该教材章节顺序编写,可以与该教材配套使用。

本书详细给出全部习题的解答。真正从学习者的角度,给出解题的每一个过程与步骤,以免略掉一些看似简单但对有些同学理解解题思路很关键的细节。在解题过程中,将习题分成三个层次:

第一层次为基本题，直接给出详细解答过程。对于其中的典型题，给出有针对性的提示和点拨。

第二层次为多知识点综合题。解题全过程控制：首先给出思路，题中重点点拨，题后归纳梳理出知识点、解题方法等。

第三层次为灵活题和难题。除给出思路、分析指导外，还给出一题多解，举一反三等，并且提示"如何才能得到答案"，如何寻求"好的解题方法"，从而真正提高学生分析问题和解决问题的能力。

学习是一个过程，而过程由环节组成。只有注重环节，控制过程，才能得到良好的学习效果。对学习大学数学来讲，课堂听讲和课后复习是两个重要环节。

本书一经推出，立即受到读者的厚爱，作为编者，深感欣慰。借此修订之际，我们根据读者反馈及编委会的意见，对原书进行了重新编排，并将解题方法及步骤进行优化。我们热切期望更多读者从中获益，并希望更多读者提出宝贵意见及建议。

编 者

2006 年 6 月

目录

第一章　概率论的基本概念

习题解析

第 1 ～ 2 题　随机试验、样本空间、随机事件

1. 写出下列随机试验的样本空间：

(1) 记录一个小班一次数学考试的平均分数(设以百分制记分)。

(2) 生产产品直到有 10 件正品为止，记录生产产品的总件数。

(3) 对某工厂出厂的产品进行检查，合格的记上“正品”，不合格的记上“次品”，如连续查出 2 个次品就停止检查，或检查 4 个产品就停止检查，记录检查的结果。

(4) 在单位圆内任意取一点，记录它的坐标。

解　(1) 设该小班有 n 个人，每个人数学考试的分数的可能取值为 $0,1,2,\cdots,100$，n 个人分数之和的可能取值为 $0,1,2,\cdots,100n$，平均分数的可能取值为 $\frac{0}{n},\frac{1}{n},\cdots,\frac{100n}{n}$，则样本空间为

$$S=\left\{\frac{k}{n}\,\middle|\,k=0,1,2,\cdots,100n\right\}$$

(2) 样本空间 $S=\{10,11,\cdots\}$，S 中含有可数无限多个样本点。

(3) 设 1 表示正品，0 表示次品，则样本空间为

$$\begin{aligned}S=\{&(0,0),(1,0,0),(0,1,0,0),(0,1,0,1),(0,1,1,0),\\&(1,1,0,0),(1,0,1,0),(1,0,1,1),(0,1,1,1),\\&(1,1,0,1),(1,1,1,0),(1,1,1,1)\}\end{aligned}$$

例如(1,1,0,0) 表示第一次与第二次检查到正品，而第三次与第四次检查到次品。

(4) 设任取一点的坐标为 (x,y)，则样本空间为

$$S=\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant 1\}$$

2. 设 A,B,C 为三个事件，用 A,B,C 的运算关系表示下列事件。

(1)A 发生,B 与 C 不发生;

(2)A 与 B 都发生,而 C 不发生;

(3)A,B,C 中至少有一个发生;

(4)A,B,C 都发生;

(5)A,B,C 都不发生;

(6)A,B,C 中不多于一个发生;

(7)A,B,C 中不多于两个发生;

(8)A,B,C 中至少有两个发生。

解 此题关键词:“与”,“而”,“都”表示事件的“交”;“至少”表示事件的“并”;“不多于”表示“交”和“并”的联合运算。

(1)$A\overline{B}\overline{C}$。

(2)$AB\overline{C}$ 或 $AB-C$。

(3)$A\cup B\cup C$。

(4)ABC。

(5)$\overline{A}\overline{B}\overline{C}$。

(6)A,B,C 中不多于一个发生为仅有一个发生或都不发生,即 $A\overline{B}\overline{C}\cup\overline{A}B\overline{C}\cup\overline{A}\overline{B}C\cup\overline{A}\overline{B}\overline{C}$,$A,B,C$ 中不多于一个发生,也表明 $\overline{A},\overline{B},\overline{C}$ 中至少有两个发生,即 $\overline{A}\overline{B}\cup\overline{B}\overline{C}\cup\overline{A}\overline{C}$。

(7)A,B,C 中不多于两个发生,为仅有两个发生或仅有一个发生,或都不发生,即表示为

$$AB\overline{C}\cup A\overline{B}C\cup\overline{A}BC\cup A\overline{B}\overline{C}\cup\overline{A}B\overline{C}\cup\overline{A}\overline{B}C\cup\overline{A}\overline{B}\overline{C}$$

而 ABC 表示三个事件都发生,其对立事件为不多于两个事件发生,因此又可以表示为 $\overline{ABC}=\overline{A}\cup\overline{B}\cup\overline{C}$。

(8)A,B,C 中至少有两个发生为 A,B,C 中仅有两个发生或都发生,即为

$$AB\overline{C}\cup A\overline{B}C\cup\overline{A}BC\cup ABC$$

也可以表示为 $AB\cup BC\cup AC$。

事件 A,B,C 都发生为 ABC;都不发生为 $\overline{A}\overline{B}\overline{C}$;不都发生为 ABC 的对立事件,即为 $\overline{ABC}=\overline{A}\cup\overline{B}\cup\overline{C}$。

第 3 ~ 12 题　概率的定义、概率的性质、古典概型

3. 设 A,B 是两事件,且 $P(A)=0.6,P(B)=0.7$。问

(1) 在什么条件下 $P(AB)$ 取得最大值,最大值是什么?

(2) 在什么条件下 $P(AB)$ 取得最小值,最小值是什么?

解 (1) 利用事件的包含关系。由于 $AB \subset A$,且 $AB \subset B$,所以 $P(AB) \leqslant P(A)$,$P(AB) \leqslant P(B)$,由此得

$$P(AB) \leqslant \min\{P(A), P(B)\} = \min\{0.6, 0.7\} = 0.6$$

当 $A \subset B$ 时,有 $AB = A$,这时 $P(AB)$ 取得最大值,其最大值为 0.6。

(2) 利用概率的加法公式。

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

解出

$$P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

其中 $0 \leqslant P(A \cup B) \leqslant 1$,$\max\{P(A \cup B)\} = 1$。

故当 $P(A \cup B) = 1$ 时,$P(AB)$ 取得最小值,即当 $A \cup B = S$ 时,$P(AB)$ 取得最小值,其最小值为

$$P(AB) = 0.6 + 0.7 - 1 = 0.3$$

---

4. 设 A,B,C 是三事件,且 $P(A) = P(B) = P(C) = \dfrac{1}{4}$,$P(AB) = P(BC) = 0$,$P(AC) = \dfrac{1}{8}$,求 A,B,C 至少有一个发生的概率。

解 利用概率的加法公式。

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(BC) - P(AC) + P(ABC)$$
$$= \frac{3}{4} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$$

其中由 $P(AB) = P(BC) = 0$,而 $ABC \subset AB$,得 $P(ABC) = 0$。

---

5. 在一标准英语字典中有 55 个由两个不相同的字母所组成的单词。若从 26 个英文字母中任取两个字母予以排列,求能排成上述单词的概率。

解 样本空间 $S = \{A_{26}^2$ 个基本事件$\}$。令事件 $A = \{$任取两个字母排列成由两个不相同字母组成的一个单词$\} = \{55$ 个基本事件$\}$。于是

$$P(A) = \frac{55}{A_{26}^2} = \frac{55}{26 \times 25} = \frac{11}{130}$$

此题的样本空间的基本事件(样本点)数非常大,直接计数样本空间的基本事件数,实际上是不可能的,我们用的是排列法。从 26 个字母中取出 2 个予以排列,是考虑

顺序的，故有 $A_{26}^2 = 26 \times 25$ 种取法。其中 $A = \{55$ 个基本事件$\}$ 表示有利于事件 A 的基本事件数为 55。

---

6. 在房间里有 10 个人，分别佩戴从 1 号到 10 号的纪念章，任选 3 人记录其纪念章的号码。求

(1) 最小号码为 5 的概率；

(2) 最大号码为 5 的概率。

解 利用组合法计数基本事件数。从 10 人中任取 3 人的组合数为 C_{10}^3，即样本空间 $S = \{C_{10}^3 = 120$ 个基本事件$\}$。

(1) 令事件 $A = \{$最小号码为 5$\}$。最小号码为 5，意味着其余号码是从 6，7，8，9，10 的 5 个号码中取出的，有 C_5^2 种取法，故 $A = \{C_5^2 = 10$ 个基本事件$\}$，所求概率为

$$P(A) = \frac{C_5^2}{C_{10}^3} = \frac{\frac{5!}{2!3!}}{\frac{10!}{3!7!}} = \frac{10}{120} = \frac{1}{12}$$

(2) 令事件 $B = \{$最大号码为 5$\}$，最大号码为 5，其余两个号码是从 1，2，3，4 的 4 个号码中取出的，有 C_4^2 种取法，即 $B = \{C_4^2$ 个基本事件$\}$，则

$$P(B) = \frac{C_4^2}{C_{10}^3} = \frac{\frac{4!}{2!2!}}{\frac{10!}{3!7!}} = \frac{6}{120} = \frac{1}{20}$$

---

7. 某油漆公司发出 17 桶油漆，其中白漆 10 桶，黑漆 4 桶，红漆 3 桶，在搬运中所有标签脱落，交货人随意将这些油漆发给顾客。问一个订货为 4 桶白漆、3 桶黑漆和 2 桶红漆的顾客，能按所订颜色如数得到订货的概率是多少？

解 利用组合法计数基本事件数。样本空间 $S = \{C_{17}^9$ 个基本事件$\}$，令事件 $A = \{$能按所订颜色如数得到订货$\}$，顾客订货 4 桶白漆，有 C_{10}^4 种取法，3 桶黑漆有 C_4^3 种取法，2 桶红漆有 C_3^2 种取法，于是 $A = \{C_{10}^4 C_4^3 C_3^2$ 个基本事件$\}$，则

$$P(A) = \frac{C_{10}^4 C_4^3 C_3^2}{C_{17}^9} = \frac{\frac{10!}{4!6!} \times \frac{4!}{3!1!} \times \frac{3!}{2!1!}}{\frac{17!}{9!8!}} = \frac{252}{2\ 431}$$

---

8. 在 1 500 个产品中有 400 个次品，1 100 个正品。从中任取 200 个。求

(1) 恰有 90 个次品的概率；

(2) 至少有 2 个次品的概率。

解 (1) 利用组合法计数基本事件数。令事件 $A=\{$恰有 90 个次品$\}$,则

$$P(A)=\frac{C_{400}^{90}C_{1\,100}^{110}}{C_{1\,500}^{200}}$$

(2) 利用概率的性质。令事件 $B=\{$至少有 2 个次品$\}$,$A_i=\{$恰有 i 个次品$\}$,则

$$B=A_2\cup A_3\cup\cdots\cup A_{200},\quad A_iA_j=\varnothing\quad(i\neq j)$$

所求概率为

$$P(B)=P(A_2\cup A_3\cup\cdots\cup A_{200})=\sum_{i=2}^{200}P(A_i)$$

显然,这种解法太麻烦,用对立事件求解就很简单。令事件 $\overline{B}=\{$恰有 0 个次品或恰有 1 个次品$\}$, 即 $\overline{B}=A_0\cup A_1$,而

$$P(\overline{B})=P(A_0\cup A_1)=P(A_0)+P(A_1)=\frac{C_{1\,100}^{200}}{C_{1\,500}^{200}}+\frac{C_{400}^{1}C_{1\,100}^{199}}{C_{1\,500}^{200}}$$

故

$$P(B)=1-P(\overline{B})=1-\frac{C_{1\,100}^{200}}{C_{1\,500}^{200}}-\frac{C_{400}^{1}C_{1\,100}^{199}}{C_{1\,500}^{200}}$$

---

9. 从 5 双不同的鞋子中任取 4 只,问这 4 只鞋子中至少有两只鞋子配成一双的概率是多少?

解 令事件 $A=\{$4 只鞋子中至少有两只鞋子配成一双$\}$。用 3 种方法求 $P(A)$。

① A 的对立事件 $\overline{A}=\{$4 只鞋子中没有任何两只能配成一双$\}$,从 5 双鞋中任取 4 只,即从 10 只鞋中任取 4 只,所有可能组合数为 C_{10}^4,样本空间 $S=\{C_{10}^4$个基本事件$\}$,现考虑有利于 $\overline{A}$ 的基本事件数。从 5 双鞋中任取 4 双,再从每双中任取一只,有 $C_5^4 2^4$ 种取法,即 $\overline{A}=\{C_5^4 2^4$ 个基本事件$\}$,则

$$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{C_5^4 2^4}{C_{10}^4}=1-\frac{5\times 2^4}{210}=\frac{13}{21}$$

② 4 只鞋是不放回的一只接一只的取出,所有可能的排列数为 A_{10}^4,即样本空间 $S=\{A_{10}^4$ 个基本事件$\}$。现考虑有利于 $\overline{A}$ 的基本事件,从 10 只鞋中任取一只,与它配成双的一只不取,从其余 8 只鞋中任取一只,与它配成双的一只不取,依此类推,则 $\overline{A}=\{10\times 8\times 6\times 4$ 个基本事件$\}$。于是

$$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{10\times 8\times 6\times 4}{A_{10}^4}$$

$$=1-\frac{10\times8\times6\times4}{10\times9\times8\times7}=1-\frac{8}{21}=\frac{13}{21}$$

③ 利用组合法计数基本事件数。考虑有利于事件 A 的基本事件数，任取的 4 只鞋能配成一双的取法有 $C_5^1C_2^2C_4^22^2$ 种，能配成两双的取法有 $C_5^2C_2^2$种，于是 $A=\{(C_5^1C_2^2C_4^22^2+C_5^2C_2^2)$ 个基本事件$\}$，则

$$P(A)=\frac{C_5^1C_2^2C_4^22^2+C_5^2C_2^2}{C_{10}^4}=\frac{130}{210}=\frac{13}{21}$$

此题的第 1 种方法和第 2 种方法是利用概率性质：

$$P(A)+P(\overline{A})=1$$

首先求 $P(\overline{A})$，然后求 $P(A)$。第 3 种方法是直接求 $P(A)$。读者还可以用更多方法求 $P(A)$。

---

10. 在 11 张卡片上分别写上 Probability 这 11 个字母，从中任意连抽 7 张，求其排列结果为 ability 的概率。

解　令事件 $A=\{$排列结果为 ability$\}$，利用排列法计数基本事件数。不放回的从中一次抽 1 张的连抽 7 张，要排成单词，因此用排列法。样本空间 $S=\{A_{11}^7$ 个基本事件$\}$。排列结果为 ability，写字母 b 的卡片有两张，写字母 i 的卡片有两张，取 b 有 C_2^1种取法，取 i 有 C_2^1种取法，其余字母都只有 1 种取法，故 $A=\{C_2^1C_2^1$个基本事件$\}$，于是

$$P(A)=\frac{C_2^1C_2^1}{A_{11}^7}=\frac{4}{11\times10\times9\times8\times7\times6\times5}=0.000\,002\,4$$

这是个小概率事件。

---

11. 将 3 个球随机地放入 4 个杯子中去，求杯子中球的最大个数分别为 1,2,3 的概率。

解　3 个球放入 4 个杯子，利用有重复的选排列，总的放法为 4^3，即样本空间 $S=\{4^3$ 个基本事件$\}$。

① 令事件 $A=\{$杯子中球的最大个数为 1$\}$，即 3 个球分别放入 4 个杯子中的 3 个杯子，即 $A=\{A_4^3$ 个基本事件$\}$，于是

$$P(A)=\frac{A_4^3}{4^3}=\frac{4\times3\times2}{4^3}=\frac{24}{64}=\frac{6}{16}$$

② 令事件 $B=\{$杯子中球的最大个数为 2$\}$，即 3 个球放入 4 个杯子中的 2 个杯子，其中 1 个杯子中有 2 个球，另一个杯子中有 1 个球，这一个球是从 3 个球中取出的，故 $B=\{A_4^2C_3^1$个基本事件$\}$。又可以理解为从 3 个球中任取 2 个球放入 4 个杯子的任意 1 个杯子中，另一球放入其余 3 个杯子的任意 1 个杯中，故 $B=\{C_3^2A_4^1A_3^1$ 个基本事件$\}$，则

$$P(B)=\frac{A_4^2C_3^1}{4^3}=\frac{4\times3\times3}{4^3}=\frac{9}{16}$$

或

$$P(B)=\frac{C_3^2A_4^1A_3^1}{4^3}=\frac{3\times4\times3}{4^3}=\frac{9}{16}$$

③ 令事件 $C=\{$杯子中最大个数为 3$\}$，即 3 个球放入 4 个杯子的任意 1 个杯中，放法为 A_4^1，即 $C=\{A_4^1$ 个基本事件$\}$，则

$$P(C)=\frac{A_4^1}{4^3}=\frac{4}{4^3}=\frac{1}{16}$$

由于 $A_1\cup A_2\cup A_3=S$，且 $A_iA_j\neq\varnothing(i\neq j)$，故 $P(A)+P(B)+P(C)=1$。只要求出 $P(A)$ 和 $P(C)$ 即可，则有

$$P(B)=1-P(A)-P(C)=1-\frac{6}{16}-\frac{1}{16}=\frac{9}{16}$$

---

12. 50 只铆钉随机地取来用在 10 个部件上，其中有 3 个铆钉强度太弱。每个部件用 3 只铆钉。若将 3 只强度太弱的铆钉都装在一个部件上，则这个部件强度就太弱。问发生一个部件强度太弱的概率是多少？

解 令事件 $A=\{$恰好有一个部件强度太弱$\}$。从 50 只铆钉中任取 3 只，有 C_{50}^3 种取法，即样本空间 $S=\{C_{50}^3$个基本事件$\}$。3 个强度太弱的铆钉都装在同一部件上，有 10 种可能结果，由此得 $A=\{10$ 个基本事件$\}$。所求概率为

$$P(A)=\frac{10}{C_{50}^3}=\frac{10}{50\times49\times8}=\frac{1}{40\times49}=\frac{1}{1\,960}$$

第 13 ～ 18 题　条件概率、概率的加法公式和乘法公式

---

13. 已知 $P(\overline{A})=0.3$，$P(B)=0.4$，$P(A\overline{B})=0.5$，求条件概率 $P(B\mid A\cup\overline{B})$。

解 利用条件概率和概率的加法公式。首先利用条件概率公式，得

$$P(B\mid A\cup\overline{B})=\frac{P(B(A\cup\overline{B}))}{P(A\cup\overline{B})}=\frac{P(AB\cup B\overline{B})}{P(A\cup\overline{B})}$$

其中 $B\overline{B}=\varnothing$，所以 $P(B\overline{B})=0$，由此得

$$\begin{aligned}P(AB\cup B\overline{B})&=P(AB)+P(B\overline{B})-P((AB)(B\overline{B}))\\&=P(AB)+P(\varnothing)-P(\varnothing)=P(AB)\end{aligned}$$

而 $AB=A-A\overline{B}$，且 $A\overline{B}\subset A$，由概率性质和概率加法公式，分别得