

THE WORLD OF TANGRAMS

徐 庄 傅起凤 编著

七
巧
世
界

大衆文學出版社

78.12
78.12

七巧世界

徐庄 傅起凤 编著



大众文艺出版社

图书在版编目(CIP)数据

七巧世界/徐庄,傅起凤编著.

—北京:大众文艺出版社,2002.8

ISBN 7-80171-222-6

I. 七…

II. ①徐… ②傅…

III. 智力游戏,七巧板—研究

IV. G898.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 063769 号

七巧世界

大众文艺出版社出版发行

(北京朝阳区潘家园东里 21 号 邮编:100021)

北京兴达印刷有限公司印刷 新华书店经销

开本 850×1168 毫米 1/32 印张 8.75 插页 24

2002 年 8 月北京第 1 版 2002 年 8 月北京第 1 次印刷

印数:1—6000 册

ISBN 7-80171-222-6/G·4

定价:28.00 元

版权所有,翻版必究。

大众文艺出版社发行部 电话:84040746

北京东城区张自忠路 3 号 邮编:100007 1136 信箱

目 录

序 言	(1)
七巧图探源	(3)
探源之一：七巧图的鼻祖——矩	(4)
探源之二：七巧图与勾股法	(6)
探源之三：弦图与出入互补	(7)
探源之四：燕几、蝶几与七巧图	(11)
中国七巧拼图的特点	(13)
特点之一：巧妙而科学的分割	(15)
特点之二：深厚的文化底蕴	(18)
深受玩家喜爱的七巧图	(21)
中国七巧图远播世界	(24)
研究 · 创作 · 普及	(29)
古图集萃	(41)
星象类（天上的星神）	(43)
人事类（古今人物）	(48)
礼制类（礼器）	(53)
乐舞类（乐器、舞蹈道具）	(59)
文房类（文具及书房陈设）	(63)
武备类（古代兵器）	(67)
衣饰类（衣帽鞋袜及装饰品）	(72)
舟车类（交通工具及零件）	(77)

器皿类（日常生活用具）	（ 82 ）
业具类（工具、农具）	（ 91 ）
宫室类（宫廷用品）	（ 98 ）
山石类（名山怪石）	（103 ）
庶物类（飞禽走兽）	（106 ）
七巧新篇	（113 ）
百物图典	（115 ）
七巧组画	（133 ）
趣味几何	（172 ）
字母、数码、符号	（182 ）
七巧书法	（193 ）
诗词对句	（201 ）
名篇实录	（221 ）
附 录	
一、古图集萃分解	（255 ）
二、七巧新篇分解	（275 ）
三、七巧书法分解	（297 ）
四、七巧重要著作目录（中国部分）	（314 ）
五、流传海外的七巧重要著作	（316 ）
六、七巧书法释文	（317 ）
后 记	（318 ）

Contents

Foreword	(1)
The Origins of Tangram	(3)
1.The Ancestor of Tangram-the Square.....	(4)
2.Tangram and the Pythagorean Theorem (Gougu Theorem).....	(6)
3.Chord Diagram, Complementarity and Tangram.....	(7)
4.Small Tables and Tangram.....	(11)
The Characteristics of Tangram	(13)
1.An Ingenious Dissection.....	(15)
2.Many Associations with Chinese Culture.....	(18)
The Beloved Tangram	(21)
Tangram Traveled Far and Wide	(24)
Research, Creative, and Educational Activities about Tangram	(29)
Traditional Tangram Collections	(41)
Gods.....	(43)
People.....	(48)
Ritual Articles.....	(53)
Musical Instruments and Dance Props.....	(59)
Stationery.....	(63)
Weapons.....	(67)

Clothing.....	(72)
Boats and vehicles.....	(77)
Containers.....	(82)
Tools.....	(91)
Royal Objects.....	(98)
Mountains and Rocks.....	(103)
Animals.....	(106)
Contemporary Tangram Collections.....	(113)
Assorted Things.....	(115)
Tangram Suites.....	(133)
Geometric Shapes.....	(172)
Alphabets,Digits,and Symbols.....	(182)
Tangram Calligraphy Collections.....	(193)
Couplets.....	(201)
Selected Snippets.....	(221)
Appendices	
1.Solutions to the Traditional Tangram Puzzles.....	(255)
2.Solutions to the Contemporary Tangram Puzzles.....	(275)
3.Solutions to the Calligraphic Tangram Puzzles.....	(297)
4.Significant Chinese Works on Tangram.....	(314)
5.Significant Overseas Works on Tangram.....	(316)
6.Text Prints of the Tangram Calligraphy Collections.....	(317)
Postscript.....	(318)

序 言

古人尚“七”，天有“七曜”，地有“七洲”，人有“七窍”，文有“七体”，光有“七色”，音有“七声”，佛有“七宝”，律有“七杀”，病有“七伤”，医有“七方”……至于“七侠五义”、“七情六欲”、“七擒七纵”、“七上八下”之类，以及“七仙女”、“七君子”、开门“七件事”——柴、米、油、盐、酱、醋、茶等等说法，更是不一而足。

古人尚“矩”，《周髀算经》称“大哉言数”——“数之法出于圆方”，而“环矩以为圆，合矩以为方”，故“圆出于方，方出于矩”，“矩之于数，其裁制万物，唯所为耳”。

七巧板合矩成方，分整副为七叶，以“七”生“巧”，巧夺天工；拼图组字，勾心斗角；出入相补，数形结合；雅俗共赏，童叟皆宜，是我国先民科学与艺术的创造，是中华民族智慧和文明的结晶，它不仅在神州大地世代相传，而且远播海外，饮誉全球。

《七巧世界》索蹟探源，阐幽启秘；继承传统，弘扬国粹；推陈出新，与时俱进；寓教于乐，益智修心。我读完本书书稿，不胜欢欣，乐于向广大读者推荐。是为序。

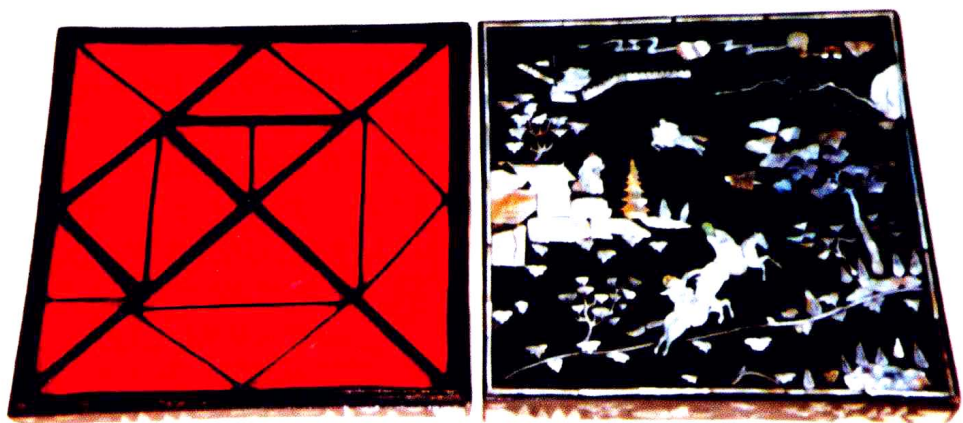
中国科学技术馆馆长 研究员

中国科学院理学博士 博士生导师

中国科学技术史学会普及委员会主任

王渝生

2002年6月30日于北京



七巧图，是众多拼板游戏中的佼佼者，也是中国传统智力游艺中的佼佼者。因为它用七叶拼板成图，巧变多端，故称七巧图。传入欧洲后，称之为“Tangram”（唐图），是世界公认的中国人创造的优秀智慧游戏。

七巧图探源

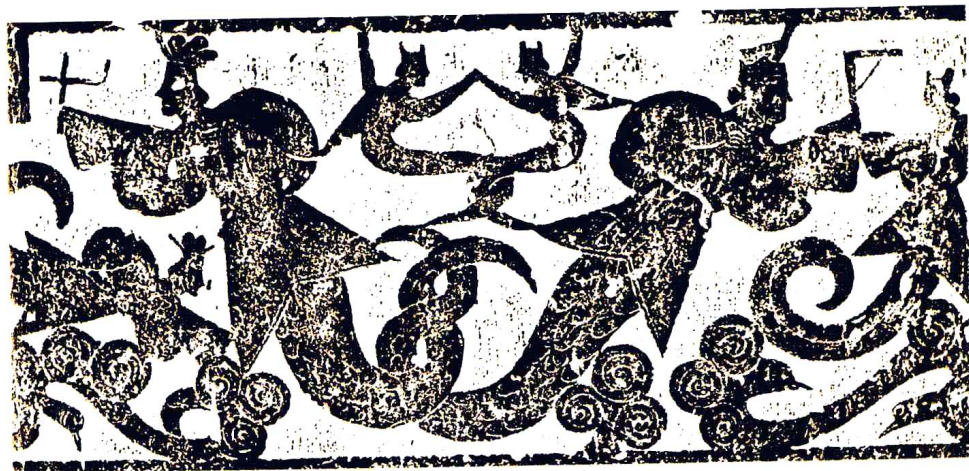
七巧图历史渊源悠久，图板形制规范，典雅大方，分割既科学又巧妙，具有深厚的中华文化底蕴。虽然是妇孺皆晓的小玩艺儿，却有着丰富的历史、文化、数学、哲学、美学的内涵，被西方科技史家称为“东方最古老的几何玩具”。

中国七巧板的源头究竟在哪里呢？它产生于何时呢？

清嘉庆甲戌十九年（1814），桑下客（碧梧居士）《正续七巧图合璧》（1813年《七巧图合璧》之增订本）序言说：“七巧之戏，亦名合巧图，其源出于勾股法”；学者傅天正认为弦图是七巧板之滥觞，七巧板源于先人对“矩”——直角三角形的认识，这是从文化数理渊源来说的。许多人认为它的实际产生，是由宋明以后的生活用具燕几、蝶几演变而来的。而有的外国研究家曾提出，中国七巧板产生于4000年前……各种说法都有一定的根据。我们认为，为了说清楚这个问题，还是要从上古的文化渊源说起。

探源之一：七巧图的鼻祖——矩

七巧板最显著的特点，是全部图板都以“矩”为基础构成，七巧游戏可以说是矩的游戏。我们的祖先对矩情有独钟，认识、研究、应用矩非常之早。古语说：“没有规矩，不成方圆”。规即是圆规，矩则是直角尺，又称鲁班尺、曲尺。中国古代的数学经典《周髀算经》和《九章算术》中，最早讨论的矩的性质和勾股定理的应用问题，在科学史上具有世界的意义。《周髀算经》中周公与大夫商高关于矩的对话，犹饶有意味。周公问：古代伏羲怎样知道天球的度呢？天是没有梯子可以上去的啊，地也无法用尺子来量啊，那些数字又是从哪里来的呢？商高回答说：数的艺术，是从圆、方开始的，“圆出于方，方出于矩，矩出于九九八十一”。设若已知直角三角形的两边，就可以计算出它的第三边。矩形的数是标准，从矩形可以推算出圆形来。大禹治天下的方法，就是由这些数字发展而来



伏羲执矩，女娲执规画像——山东武氏祠汉代石室造像

的。使矩平置于地，可以设计出平直方正的工程；把矩竖起来，可以测量标高；倒立的矩，可以测试深浅；平卧的矩，可以计量距离；而让矩旋转（作规），则可以为圆。商高说：“知地者智，知天者圣。智出于勾，勾出于矩。夫矩之于数，其裁制万物，唯所为耳。”对地有所了解的人是聪明人，对天有所了解的人是圣人。知识出自高标（股）的投影（勾），而投影出自直角（矩）。直角和数结合起来，就是指示和统制万物的东西。商高的一席话，使周公赞叹不已。

《周髀算经》这本书的产生，是在什么时候呢？一般认为，“它是西汉或更早时期”的作品（《数学词典》）。据英国科学技术史家李约瑟说：“关于这部著作最后写成的年代，可以毫无保留地接受上述这样的结论。但是书中的许多内容是很古老的，尤其是比《九章算术》还要古得多，所以，很难不认为它可以追溯到战国时期（公元前四世纪末），甚或更早的年代。”

我们从四川、山东、河南的汉代墓葬中，不止一次地看到过刻有伏羲、女娲这两位传说中的华夏始祖的画像石。画面形象是两人相对而立，下肢蛇身交尾，上身为一人，一人举规，一人握矩，他们的另一只手则托起太阳和月亮。这正是伏羲创世纪立周天历度的英雄形象，是规、矩与日、月同辉的生动写照。画像石虽出自汉代，但表明当时已认识规、矩历史的悠久和地位的重要。

《周髀算经》说明，早在 4000 多年前，在大禹治水的宏伟实践中，矩就发挥了巨大的作用。中华民族的早期文明史，是和治水分不开的。要治水，就要开山、筑堤、导洪、浚河。相传大禹治水时“左准绳，右规矩”，以“开九州、通九道”。大禹时已能掌握规矩和勾股法来测量土地、绘制工程图形。把在实践中得来的数学真理，又运用到实践中去，为子孙万代造福，这就是中国人所崇尚的科学精神。

关于矩的理论认识，是中国古代的伟大发现。具有深刻哲学意义的中国矩文化，已引起世界科学界的重视。李约瑟博士在《中国科学技术史》的数学卷中，把对矩的讨论放在书的开头。他认为“这不仅是中国科学史中最古老的部分，而且富有浑朴的古趣。”把几个直角三角形或合或分，可以千变万化，得到无数的图形，这本身就是非常有趣的事。古人就是在实践中获得了这种灵感，相信以矩为基础来创造一种玩具是完全可能的。今天，通过把玩七巧板来进一步认识矩，也是十分有趣而巧妙的事。这与祖先使用矩测绘大地，重组江湖是一脉相承的。



伏羲执矩，女娲执规，日月同辉
——土鲁番唐墓出土麻布画

探源之二：七巧图与勾股法

1846年出版的《七巧图集成》说：“以七尖方，运勾股法，不觉三才万象，悠然而毕会于心，灿然而具列于目，非天下之至巧，其孰能与于此”；1861年出版的《七巧八分图》中也写道：“七巧图传世久矣，源出勾股，义蕴精深，端倪层出不穷”。

古人将直角三角形的两个直角边称为勾、股，斜边称为弦。怎样绘制一个直角三角形，或者制作一个矩尺，保证两条边垂直（成直角）是个关键。这个任务在实践上如何解决？是个难题。我们的祖先用一个极简便的方法，解决了这个问题。这就是“勾股法”的法则。《周髀算经》说：“折矩以为勾广三，股修四，径隅五。既方其外，半之一矩。”一个矩形，沿对角线取其半，设若勾3股4，那么弦就是5。在勾边上取3单位长，在股边上取4单位长，再用一根长为5单位的弦边来连结勾和股，那么勾、股间的角就一定是直角了。

有人说，“勾三、股四、弦五”只是勾股定理的特例，而且很迟才有证明，没有什么理论意义。这是很偏颇的看法。试问：何谓“理论”？研究理论的目的又是什么？我们说，凡属科学真理，都有理论的品格，都有科学价值。用“勾三、股四、弦五”来判定直角三角形，是中国人从实践中得来的，比用勾股定理的一般公式来求证，更好用，更明确，也更易被人掌握。它实际是运用了勾股定理的逆定理。

周公和商高的对话之后，又有陈子与荣方（据说是公元前7世纪人）的问答。他们进一步明确提出了勾股定理的一般公式：勾方加股方等于弦方，即： $\text{勾}^2 + \text{股}^2 = \text{弦}^2$ 。

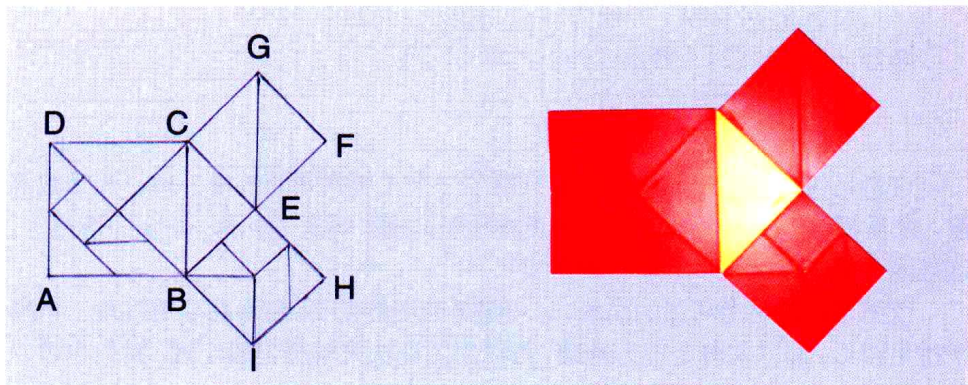
在西方，勾股定理是由古希腊数学家毕达哥拉斯发现的，被称作“毕达哥拉斯定理”。欧几里得在《几何原本》中给它作了逻辑演绎的证明。

相比之下，就勾股定理而言，中国人比西方人发现早，应用更早，理论证明稍迟一点，但求证的方法是独创的。

七巧板正是运用了这一定理来分割与组合的。因此，今天我们运用七巧板来演示勾股定理，就显得相当简洁而明晰。

如果我们以七巧板的一个大三角形为求证的对象，那么，我们可以使用两副完全相同的七巧板，并采取如下的作证步骤：

先将一副七巧板拼成大正方形ABCD，再将另一副七巧板拼成两个小正方形BIHE和CEFG。然后把这两个小正方形分别拼在大正方形的BC两角，并使各自的一边与大正方形的对角线成一直线。这样，中间就正好空出一个大三角形



七巧板排出的勾股图证

BEC。三角形的斜边，也就是弦，也是大正方形的一边。三角形的两条直角边，也就是勾和股，分别是两个小正方形的一边。于是，就显示出两个直角边的平方之和等于斜边的平方，即 $\text{勾方} + \text{股方} = \text{弦方}$ 。因为两副七巧板面积相等，很容易地就证明了勾股定理。你看用七巧板来演示深奥的勾股定理，显得多么清楚、生动而别致！

探源之三：弦图与出入互补

在中国，最早进入典籍的拼图，当推“弦图”。它是东汉末数学家赵爽的首创。这位公元3世纪的东吴数学家，在注解《周髀算经》时，用弦图证明了勾股定理，为我国数学求证开辟了图证法的捷径。

所谓弦图，是指由弦方和四个勾股形（直角三角形）共同组成的正方形。在赵爽的原图中，弦方中四个勾股形着红色（朱实），中间的勾股差方着黄色（中黄实）。

怎样用弦图来证明勾股定理呢？赵爽是这样说的——

一个大正方形是由四个勾股形盘在弦方四周构成的，两个勾股形合成一个矩形，因而：

$$\text{大正方} = \text{弦方} + 2 \text{矩形} \quad (1)$$

另一个大正方形，是勾与股之和的平方。由图可以看出：

$$\text{大正方} = \text{勾方} + \text{股方} + 2\text{矩形} \quad (2)$$

综合 (1) 与 (2)，得出：

$$\text{勾方} + \text{股方} = \text{弦方}$$

这就是勾股定理的结论。这里只用了一个人所共知的等量公理：等量减等量，余量相等——从两个等量的大正方形里，减去等量 2 矩形，其余的量相等。这是多么简单，又是多么明白的事实！

弦图可以说是七巧图的滥觞，七巧图是弦图的变奏。两者都是用直角三角形来拼组图形，都以勾股定理为基础，可以用图证法来解释勾股定理。我们也可以用七巧板来演示弦图，同样可以得到清晰的图证：

用 4 副七巧板拼成 4 个矩形，盘成大正方形，与弦图 (1) 相同，再用这 4 副七巧板排出弦图 (2) 的形式。

将两图比较，可以列出以下的等式：

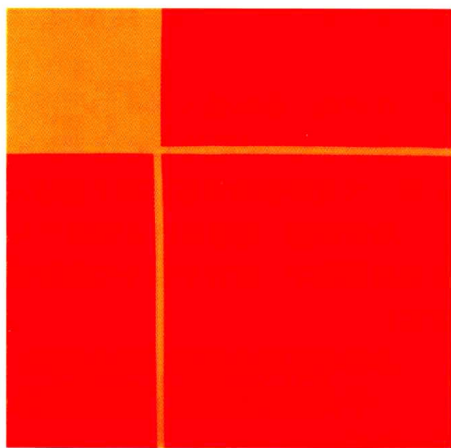
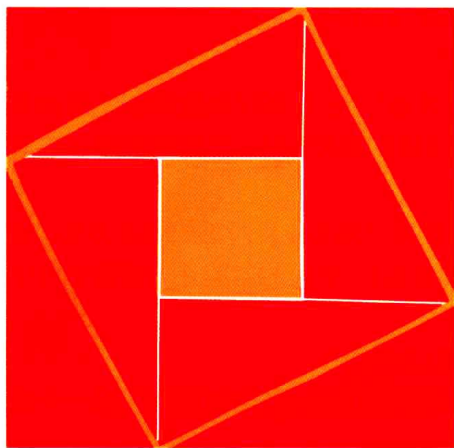
$$\text{弦方} = 4\text{勾股} + \text{黄方}$$

$$\text{勾方} + \text{股方} = 4\text{勾股} + \text{黄方}$$

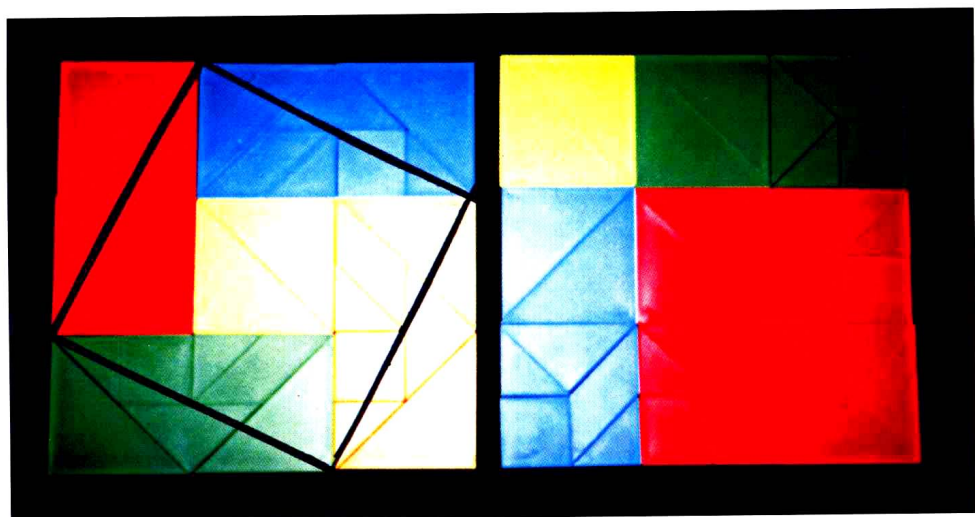
所以，

$$\text{勾方} + \text{股方} = \text{弦方}$$

你看，又是多么轻松，多么漂亮！



魏晋数学家刘徽别出心裁，提出了勾股定理的另一种图证法。如图所示，在直角三角形的勾上作正方形，染上红色（朱方）；在股上作正方形，染上青色（青

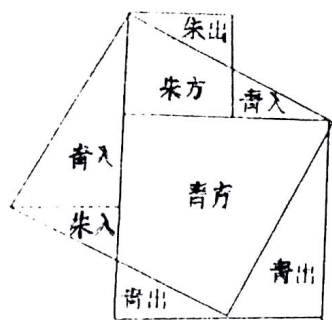


七巧板排出的弦图图证

方)；再在弦上作正方形(弦方)。

朱方、青方合起来，与弦方比较，有一大部分是重合的，但朱方多出一个三角形(朱出)，青方多出两个小三角形(青出)。如果能将这多出的三块，恰好填入弦方中不足的部分，那么二者的面积就相等。

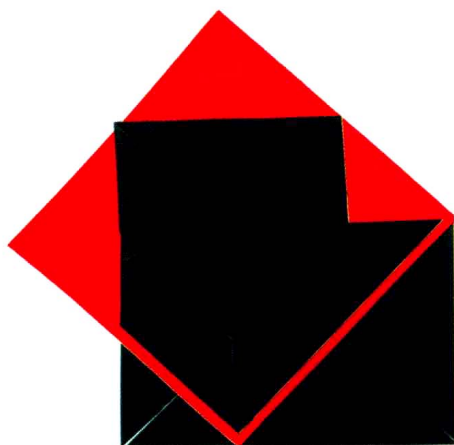
将弦方中不足的大三角形分为两个三角形，



刘徽的出入相补示意图

将“朱出”填入“朱入”，“青出”填入“青入”，那么正好出入相补！故勾方(朱方)与股方(青方)之和等于弦方。——这又是一种巧妙的证明。

这里又显示了一个尽人皆知的公理：两个平面图形如果能出入相补，则其面积相等。这就是“出入互补”原理。



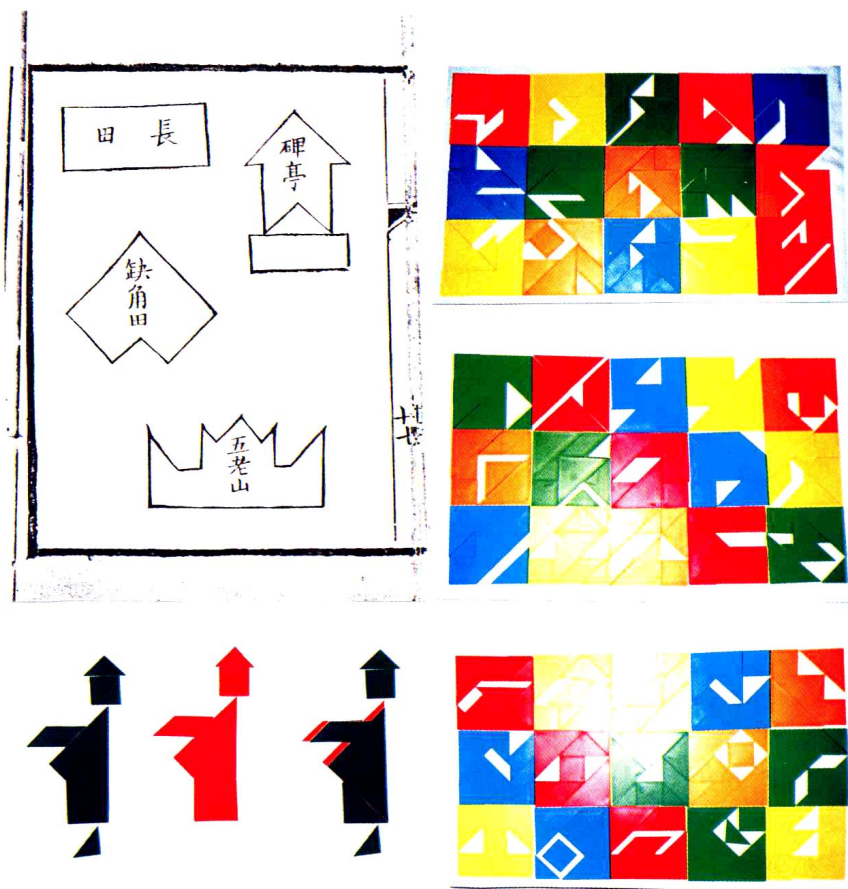
用七巧板拼出的异形图形出入互补：正方形田与缺角田面积相等

利用出入互补原理，将一个图形进行割补，重组成一个新图形——对图形（面积或体积）进行恒等变形（变换），从而得到数学公式或命题的证明方法，可以概括为“图算法”或“图证法”。它是中国古代数学方法的又一特色。

一副七巧板可以拼出多种外貌差异很大的几何图形，其面积与七巧板组成的正方形面积相等。这些图形都可以作为研究出入相补的课题。

用七巧板拼构的每一个图形，都是对七巧图的基本图形——正方形的重新组合，都是正方形的一次恒等变换。

用七巧板演绎“出入互补，面积守恒”是十分理想的器具。拼构七巧板能够生动地展示“图算法”、“图证法”（或称形法）的巧妙与趣味。



七巧板排列的出入互补图例