

自动控制原理 (线性部分) 学习指导

■ 主 编 李一兵
■ 副主编 叶 方 贾玉晶
 孙 岩 廖艳苹
■ 主 审 童国泰

TP13/232C

2007

自动控制原理 (线性部分) 学习指导

- 主 编 李一兵
■ 副主编 叶 方 贾玉晶
 孙 岩 廖艳苹
■ 主 审 童国泰

内 容 简 介

本书是哈尔滨工程大学出版社出版的《自动控制原理(线性部分)》的配套学习指导书。全书在精讲主要内容及重点、难点的基础上,选取具有代表性的200余道典型习题,并给出了详细解答,内容覆盖了自动控制原理(线性部分)的基本概念、数学模型、时域分析法、根轨迹法、频域分析法与系统校正。在选题与解题过程中,强调基础训练,突出基本要求,力求解题简捷明快,不作过于繁琐的推导,使解题过程通俗易懂。结合自动控制原理解题工具的发展,加入了MATLAB工具解题内容。

本书可作为理工科院校电子信息工程、通信工程、信息对抗、微电子技术、光学工程、水声电子工程等相关专业本科生学习自动控制原理课程的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

自动控制原理(线性部分)学习指导/李一兵主编.
哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,2007.12
ISBN 978-7-81133-061-8

I.自… II.李… III.自动控制理论-高等学校-教学参考资料 IV.TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 196494 号

出版发行 哈尔滨工程大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区东大直街 124 号
邮政编码 150001
发行电话 0451-82519328
传 真 0451-82519699
经 销 新华书店
印 刷 肇东粮食印刷厂
开 本 787mm×1 092mm 1/16
印 张 11.75
字 数 300 千字
版 次 2007 年 12 月第 1 版
印 次 2007 年 12 月第 1 次印刷
定 价 18.00 元
<http://press.hrbeu.edu.cn>
E-mail: heupress@hrbeu.edu.cn

前 言

随着工业生产和科学技术的迅猛发展,自动控制技术已经在国民经济的各个领域得到了广泛地应用,自动控制原理作为专业基础理论课程已经成为电子信息工程、通信工程、无线电技术、水声电子工程、机械工程、仪器仪表、计算机等非控制专业中的一门重要课程。为了帮助非控制专业的学生学好自动控制原理课程,加深对教材的深入理解,我们编写了这本书。本书是哈尔滨工程大学出版社出版的《自动控制原理(线性部分)》的配套参考书。

本书按照自动控制原理教学大纲的要求,对《自动控制原理(线性部分)》的内容进行了系统的归纳总结。通过典型的习题从不同的侧面对相关章节的知识点进行了阐述,力求做到层层深入,环环相扣,使读者在有限的时间内最大限度地掌握自动控制原理的理论体系。全书共有7章,其中第1章~第6章介绍了以传递函数为基础的线性系统的分析与设计的经典方法,第7章利用MATLAB及其控制工具箱的强大功能,对线性系统的分析方法进行了补充与完善。每章包括归纳的基本内容、基本要求与重点习题解答等部分。本书对使用哈尔滨工程大学出版社出版的《自动控制原理(线性部分)》的读者来说是一部知识内容全面、实用性强的教学与学习的参考用书。有助于帮助读者更好地了解教材中每一章节的知识结构、重要知识点、解题思路等内容,提高利用教材的基础理论解决问题的能力。

本书由李一兵主编,童国泰主审,第1章和第4章由李一兵编写,第2章和第7章由叶方编写,第3章由廖艳苹编写,第5章由孙岩编写,第6章由贾玉晶编写(排名不分先后),张兰参加了部分工作,最后由李一兵统编全稿。

本书在编写过程中参考了国内部分兄弟院校的优秀教材与学习指导,从这些优秀的教材和学习指导中得到了很大帮助,并收取了部分经典内容,在此谨向参考文献中的各位作者和同仁表示诚挚的谢意。

由于编者水平有限,书中错误与不当之处,敬请读者批评指正。

编 者

2007年10月

目 录

第 1 章 自动控制的基本概念	1
1.1 主要内容	1
1.2 基本要求与重点	3
1.3 典型习题详解	3
第 2 章 控制系统的数学模型	12
2.1 主要内容	12
2.2 基本要求与重点	16
2.3 典型习题详解	16
第 3 章 线性系统的时域分析法	45
3.1 主要内容	45
3.2 基本要求与重点	53
3.3 典型习题详解	53
第 4 章 线性系统的根轨迹法	80
4.1 主要内容	80
4.2 基本要求与重点	84
4.3 典型习题详解	85
第 5 章 频率法	101
5.1 主要内容	101
5.2 基本要求与重点	108
5.3 典型习题详解	108
第 6 章 线性系统的校正	128
6.1 主要内容	128
6.2 基本要求与重点	134
6.3 典型习题详解	135
第 7 章 MATLAB 在自动控制系统设计中的应用	158
7.1 主要内容	158
7.2 典型习题详解	162

第 1 章 自动控制的基本概念

1.1 主要内容

1. 基本概念

自动控制:在没有人直接参与的情况下,利用控制装置,使受控对象的被控量自动地按照预定的规律运行。

自动控制系统:是能自动对被控对象的被控量(或工作状态)进行控制的系统,通常由受控对象与控制装置组成。

受控对象:要求实现自动控制的机器、设备或生产过程。

控制装置:对控制对象起控制作用的设备总体。

被控量(输出量):描述受控对象工作状态且需要加以控制的物理量,也称为自动控制系统的输出量。

给定量(参考输入):作用于系统的输入端,使系统具有预定功能或预定输出的物理量。

扰动量:破坏系统输入与输出量之间预定规律的信号。

反馈控制:又称闭环控制,指系统的输出量对控制作用有影响的控制过程,其系统通常由测量元件、参考输入、比较元件、放大元件、执行元件和校正元件等组成,其原理如图 1-1 所示。

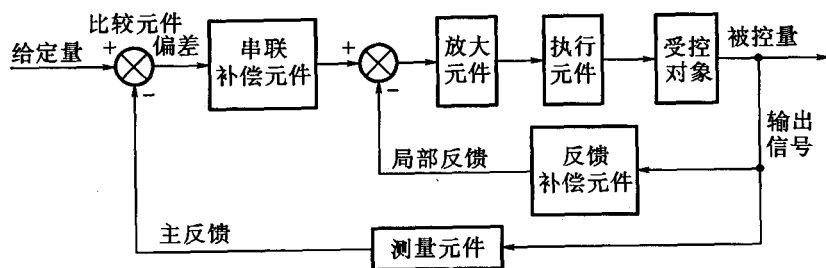


图 1-1 典型闭环系统组成原理图

比较元件:把测量元件检测的被控量的实际值与参考输入的参数进行比较,求出偏差。

放大元件:对比较元件求出的偏差进行放大。用来推动执行元件去控制受控对象被控量。

执行元件:推动控制被控对象,使被控量变化。

校正元件:用以改善系统性能,分为串联校正、反馈校正和复合校正等形式。

2. 控制系统分类

(1) 按控制方式分类

开环控制:输出量对系统控制作用不产生影响的系统。

闭环控制:输出量对系统控制作用产生影响的系统。

复合控制:既有顺(前)馈控制又有反馈控制的系统。

(2)按控制功能分类

恒值控制:系统的输入量为常值(或慢时变的量),系统的主要任务是克服各种扰动使系统的输出量保持为恒定的希望值。如水位控制系统和恒压调节系统等。

随动控制:又称为伺服系统,系统的输入量随时间任意变化,系统的主要任务是要求它的输出量快速精确地复现输入信号的变化。系统的输入量常为位置、速度和加速度信号。火炮控制系统、自动化仪表系统等就属于这一类。

过程控制系统:系统的输入量按既定规律变化。系统的控制过程按既定的程序进行,系统的输出量常为温度、压力、流量等物理量。如化工过程中的反应塔、加热炉的自动温度控制等。

最优控制:根据系统的动态方程和系统的约束条件设计系统的控制策略,使系统的某一性能指标为最优值。

自适应控制:系统的控制装置能自动地改变参数或结构,以适应系统本身参数或环境条件不可预计的变化。

(3)按描述系统的数学模型分类

线性控制系统:可用线性微分方程描述的系统,称为线性系统。

非线性控制系统:用非线性方程描述的系统,称为非线性系统。

(4)按系统参数是否随时间变化分类

定常系统:如果线性系统的参数为常数,则称为线性定常系统。

时变系统:如果线性系统的参数不是常数,则称为线性时变系统。

(5)按系统中传送信号的性质分类

连续系统:输入量和输出量都是时间连续函数的系统,称为连续系统。在连续关系中,信号在全部时间上都是已知的。

离散系统:若在系统的信号中有离散时间信号则称为离散系统。在离散系统中,信号仅定义在离散时间上。

3. 控制系统的基本要求

(1)稳定性

控制系统稳定性是系统能正常工作的必要条件。系统稳定性包括两层含义,分别称为绝对稳定性和相对稳定性。

绝对稳定性就是通常所说的稳定性,即系统稳定。而相对稳定性是指系统的输出响应振荡的强烈程度,如果随着时间的增加系统振荡的振幅逐渐减小,并很快恢复到原来的静止状态,则称这种振荡为衰减振荡,这时系统是稳定的;反之,随着时间的增加系统振荡的振幅是恒值或者是逐渐增加的,则称为等幅振荡或发散振荡,这时的系统振荡不止或振荡愈演愈烈,那么系统就是不稳定的。

(2)快速性

对于自动控制系统,它受到的外作用是多种多样的,既有确定性外作用,又有随机性外作用。对不同形式的外作用,系统有不同的输出特性,一般称为响应特性。

当系统受到外作用时,其输出将会发生相应的变化。由于系统中总是包含具有惯性或

储能特性的元件,因此,系统的输出量不可能立刻按希望的规律变化,而是要经过一段时间的过渡过程,然后才能达到稳态,这个过渡过程称为暂态过程或动态过程。系统在暂态过程中的工作情况,就反映了系统的响应速度,主要具有快速性和平稳性。

(3) 准确性

控制系统的准确性一般用系统在稳态工作时的误差来衡量。系统在输入信号的作用下,其输出响应经过暂态过程进入某种稳态后,系统的输出量与希望值之间存在的误差叫做稳态误差。一般要求稳态误差小,控制精度高。

1.2 基本要求与重点

1. 本章基本要求

(1) 正确理解和掌握负反馈控制原理。

(2) 了解控制系统的组成与分类。

(3) 能确定控制系统的被控对象、被控量和给定量;掌握根据工作原理图绘制系统方框图的方法。

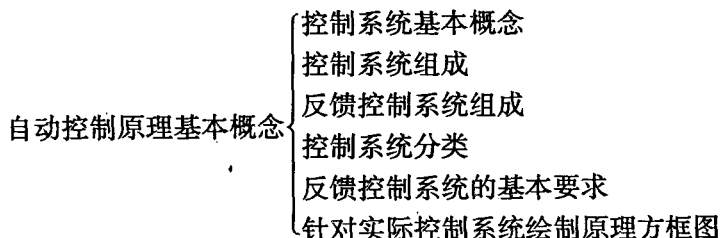
2. 本章重点

(1) 正确理解自动控制原理的相关概念。

(2) 正确理解三种控制方式及其特点。

(3) 正确理解对于控制系统的基本要求。

3. 知识框架图



1.3 典型习题详解

1-1 简单回答问题。

(1) 简述经典控制理论的发展过程。

答 从1932年奈奎斯特发表有关负反馈放大器的稳定性开始, Nyquist 稳定判据、伯德图在自控原理中就起到重大作用, 到20世纪50年代, 著名学者钱学森的《工程控制论》一书出版后, 在国内外引起很大反响, 开创了自动控制理论的先河。从经典控制理论到现代控制理论, 经历了六十多年历史, 随着现代计算机技术、人工智能、微电子等学科的高速发展, 使控制的技术工具发生了革命性的变化。控制理论的发展可以大致分为两个阶段, 前30年是经典控制理论的成熟期和发展阶段。经典控制理论主要研究对象是单输入、单输出系统, 系统的数学模型是传递函数, 其分析和综合方法基于根轨迹法和频率法。

(2) 简述现代控制理论的发展过程。

答 由于计算机技术的成熟和发展, 以及所需要控制的系统不再是简单的单输入、单输出的系统, 使

4 自动控制原理(线性部分)学习指导

控制理论由经典控制理论向现代控制理论过渡。现代控制理论以庞特里亚金(Pontrygin)的极大值原理、贝尔曼(Belman)的动态规划、卡尔曼(Kalman)的线性滤波以及他的能控性、能观性理论为基石,形成了以最优控制、系统辨识、最优估计和自适应控制等为代表的现代控制理论和系统设计方法。

(3)解释下列名词术语:自动控制;自动控制系统;开环控制系统;闭环控制系统;受控对象;扰动;反馈量。

答 自动控制——应用自动控制装置自动地、有目的地控制或调节机器设备或生产过程,使之按照期望的性能指标运行。

自动控制系统——受控对象和控制装置的总体。

开环控制系统——系统控制器的输入信号中不包含受控对象输出端的反馈信号的系统。

闭环控制系统——系统控制器的输入信号中包含受控对象输出端的反馈信号的系统。

受控对象——要求实现自动控制的各種设备装置或过程。

扰动——破坏系统正常运行的干扰量,包括外来的和内部参数变化引起的。

反馈量——作用于控制系统输入端,并与输入量比较,使系统按其差值进行调节,使偏差减小或消除。

(4)开环控制系统和闭环控制系统的本质区别是什么?

答 开环控制系统和闭环控制系统的本质区别是输出量是否参与控制,从输出端到输入端有无反馈通路。

(5)自动控制系统一般有多少种分类方式?

答 自动控制系统一般按结构分为开环控制系统和闭环控制系统;按给定输入信号分为恒值系统、随动系统和程序控制系统;按元件的性质分为线性控制系统和非线性控制系统;按控制信号的形式分为连续控制系统和离散控制系统。

(6)开环控制系统和闭环控制系统有什么优缺点?

答 开环控制系统结构简单易实现,响应速度快,没有稳定问题,但不能自动纠正或减少各种扰动引起的输入量与被控制量间的偏差,只能根据给定值或可以测量到的扰动量进行补偿。

闭环控制系统利用反馈原理可自动纠正或减小输出量与被控制量间的偏差,抗干扰能力强,可用较低廉的元件构成精度较高的控制系统,但闭环控制系统所面临的研究课题较开环控制系统复杂,例如稳定性问题、响应速度以及控制精度等问题。

(7)什么是反馈控制系统、前馈控制系统、前馈—反馈复合控制系统?

答 反馈控制系统是基于反馈原理构成的闭环系统。

前馈控制系统是一种按干扰进行补偿的开环控制系统,测量的值是干扰量,用于抑制可测量到的干扰对系统的影响。

前馈—反馈复合控制系统是在闭环反馈控制的基础上增加了对扰动进行补偿的前馈控制部分,同时按给定值和主要干扰进行控制,兼有开环控制和闭环控制两者的优点。

(8)反馈控制系统的动态过程(动态特性)有哪几种类型?生产过程希望的动态特性是什么?

答 反馈控制系统对阶跃响应的动态过程有:

①单调指数上升过程。无振荡但响应速度较慢。

②正弦衰减振荡过程。有振荡但响应速度较单调指数上升过程快,合理地选择系统参数,可使其具有适宜的超调量和较快的响应速度,是生产过程常希望的动态特性。

③等幅振荡过程。幅值不衰减的正弦振荡过程,此时系统工作在稳定与不稳定的边界。

④渐扩振荡过程。随着时间推移,输出幅值越来越大的振荡过程,此时系统工作在不稳定状态。

(9)对自动控制系统基本的性能要求是什么?

答 对自动控制系统基本的性能要求如下:

①稳定性。首要条件,系统能正常运行。

②快速性。动态过程的要求,超调量要小,响应速度要快。

③准确性。稳态要求,稳态误差要小。

(10)从元件的功能分类,控制元件主要包括哪些类型的元件?

答 放大元件、执行元件、测量元件、补偿元件。

(11)定值控制系统、伺服控制系统和程序控制系统各有什么特点?

答 定值控制系统的输入量是恒值,不变。伺服系统的输入量是变化的,且变化规律是未知的。程序控制系统的输入量是变化的,变化规律是已知的。各种系统都要求被控量与输入量一致,误差在允许范围内。

(12)线性系统和非线性系统各有什么特点?

答 采用线性(微分)方程描述的系统是线性系统,满足叠加原理。采用非线性(微分)方程描述的系统是非线性系统,不满足叠加原理。

(13)学校中师生之间的教与学的过程可以看成是一个闭环系统。选择这个系统的输入量和输出量。绘出该系统的原理框图。

答 输入量是希望学生掌握的知识,输出量是学生已经掌握的知识。框图如图1-2所示。

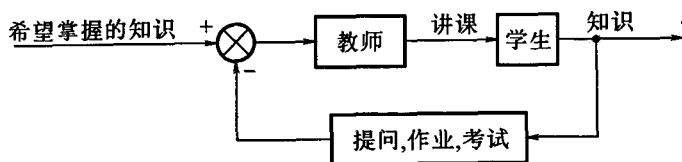


图 1-2 题 1-1 教与学的框图

1-2 根据图1-3所示的电动机速度控制系统工作原理图,要求:(1)将 a, b 与 c, d 用线连接成负反馈系统;(2)画出系统方框图。

解 (1)负反馈连接方式为: a 与 d, b 与 c 相连;

(2)系统方框图如图1-4所示。

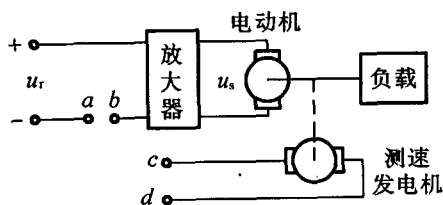


图 1-3 题 1-2 速度控制系统原理图

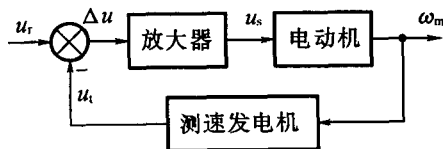


图 1-4 题 1-2 速度控制系统原理方框图

1-3 电冰箱制冷工作原理如图1-5所示。试简述系统的工作原理,指出系统的被控对象、被控量和给定量,画出系统方块图。

答 系统的控制任务是保持冰箱内温度 T_c 等于给定温度 T_r 。冰箱体是被控对象,箱内温度是被控量,希望的温度 T_r 为给定量(由电位器的输出电压 u_r 对应给出)。

工作原理:温度控制器中的双金属温度传感器(测量元件)测量冰箱内的温度并将其转换为电压信号 u_c ,与控制器旋钮设定的电位器输出电压 u_r (对应于希望温度 T_r) 相比较,构成偏差电压 $\Delta u = u_r - u_c$ (表征实际温度与希望温度的偏差),控制继电器 K 。当大到一定值时,继电器接通,压缩机启动,将蒸发器中的高温低压制冷剂送往冷却器散热,降温后的低温低压制冷剂被压缩成低温高压液态进入蒸发器,急速降压扩散成气体,吸收箱体内的热量,使箱体的温度下降;而高温低压制冷剂又被吸入冷却器。如此循环,使冰箱达到制冷的效果。在这里,继电器、压缩机、蒸发器、冷却器所组成的制冷剂循环系统起执行元件的作用。系统的方块图如图1-6所示。

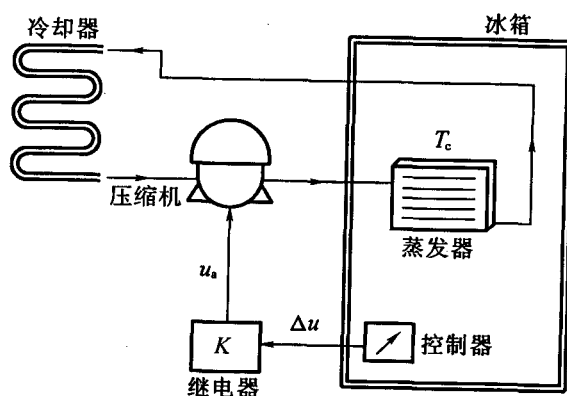


图 1-5 题 1-3 电冰箱制冷系统工作原理

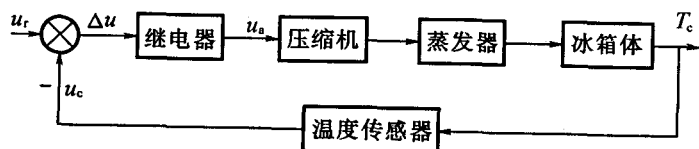


图 1-6 题 1-3 电冰箱制冷系统工作原理方框图

1-4 图 1-7 表示一个火炮跟踪系统。图中 θ_i 是输入角度, θ_o 是输出角度。电动机通过齿轮传动装置使火炮旋转。试分析该跟踪控制系统的工作原理,并画出方框图。

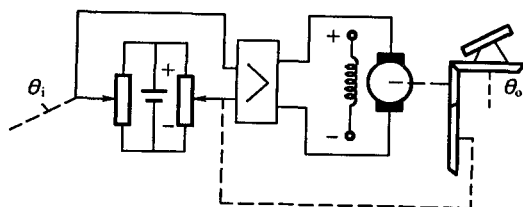


图 1-7 题 1-4 火炮跟踪系统原理图

答 当输入 θ_i 变化时,输入角度 θ_i 和输出角度 θ_o 的差会发生变化,于是在电位器上产生差动电压。该差动电压被放大后带动电机转动,再通过传动装置使火炮转动。直到火炮转动角度 θ_o 与输入角度 θ_i 完全相等为止。为保证跟踪精度,除了需要足够的功率外,还需要具有适当的动态特性,因此系统中应包括某种校正装置。系统如图 1-8 所示。

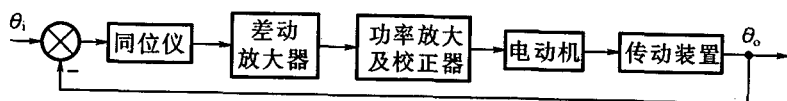


图 1-8 题 1-4 火炮跟踪系统原理方框图

动刀具按预定的轨迹进刀,完成加工任务。

1-7 用方块图表示司机沿给定路线行驶时观察道路正确驾驶的反馈过程。

答 司机根据眼睛观察到的车行驶路线及车的前进方向,估计车的前进路线。再由实际道路与估计的前进路线的差指挥操纵方向盘,以使车正确地沿道路前进。其方块图见图 1-12。

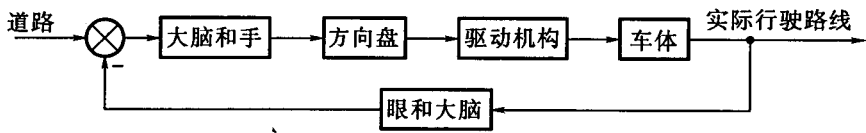


图 1-12 题 1-7 司机驾车原理方块图

1-8 角位置随动系统的工作原理图如图 1-13 所示,试简述其工作原理并画出系统方块图。

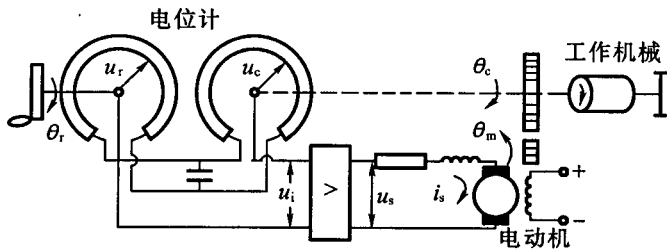


图 1-13 题 1-8 角位置随动系统工作原理图

答 系统的任务是控制工作机械角位置 θ_c 跟踪手柄转角 θ_r 。工作机械是被控对象,工作机械的角位移是被控量,手柄角位移是给定量。

当工作机械角 θ_c 与手柄转角 θ_r 一致时,两环形电位计组成的桥式电路处于平衡状态,输出电压 $u_c = 0$,电机不动。系统相对静止。

如果手柄转角 θ_r 变化了,而工作机械仍处于原位,则电桥输出 $u \neq 0$,此电位信号经放大器放大后电机转动,经减速器拖动工作机械向 θ_r 要求的方向偏转。当 $\theta_c = \theta_r$ 时,电机停转,系统达到新的平衡状态,从而实现角位置跟踪目的。

系统中手柄是给定元件,电桥电路同时完成测量、比较功能,电机和减速器组成执行机构。系统方块图见图 1-14。

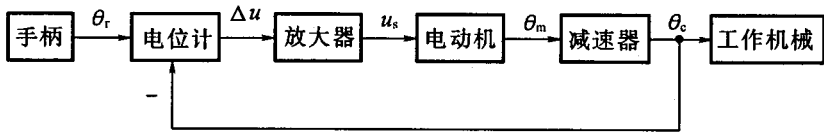


图 1-14 题 1-8 角位置随动系统工作原理方块图

1-9 图 1-15 所示为水温控制示意图。冷水在热交换器中有通入的蒸汽加热,从而得到一定温度的热水。冷水流量变化用流量计测量。试绘制系统方块图,并说明为了保持热水温度为希望值,系统是如何工作的? 系统的被控对象和控制装置是什么?

答 此题既有顺馈又有反馈,是复合控制。

控制任务:保持热水温度为期望值。

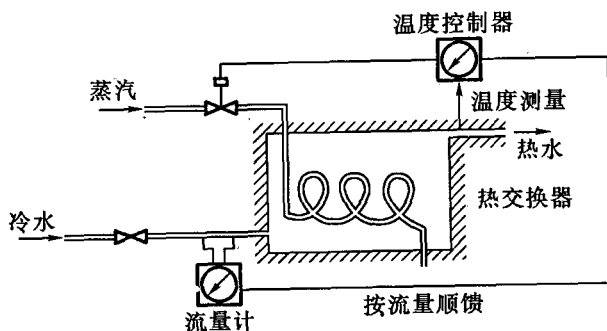


图 1-15 题 1-9 水温控制原理图

被控对象:热交换器。

被控量:热水温度。

干扰:冷水流量变化。

控制装置:阀门、温度传感器、流量计和温度控制器。

工作原理:温度传感器不断测量热水温度,并在温度控制器中与给定温度进行比较,若水温高于给定温度,则其偏差控制蒸汽阀门将其关小,使进入热交换器的蒸汽量减小,水温降低,直至偏差为零。同理可解释水温低于给定温度时的情况。冷水流量变化对热水温度会产生影响。当冷水流量变大时,热水温度将有所降低。流量计测得冷水流量的变化,按顺馈加到温度控制器加以补偿,使阀门开大,蒸汽量增加,从而补偿了由于冷水量变大而引起的热水温度的降低。根据系统的工作原理,绘制其原理方块图如图 1-16 所示。

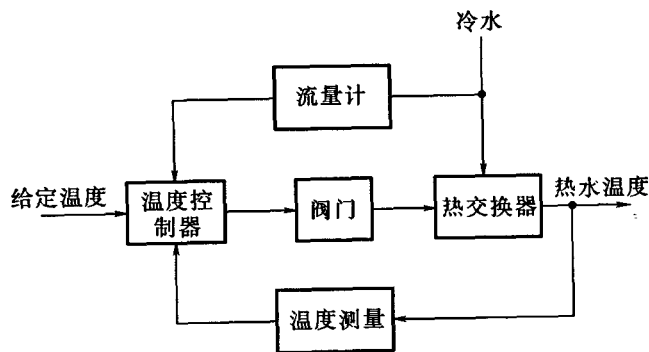


图 1-16 题 1-9 水温控制原理方块图

1-10 画出图 1-17 所示的自动门开闭系统的原理图,指出输入量的特点和电位器 B 的作用。

答 系统的给定值有两种情况:低电位和高电位分别对应门的关闭和打开,结构图如图 1-18 所示。

1-11 设直流电动机转速控制系统,如图 1-19(a)、(b)所示,简述其工作原理,并画出系统的原理方块图。

答 图 1-19(a)、(b)所示控制系统的控制方式分别是开环控制和闭环控制,通过对这两种控制方式的分析和比较,理解开环控制方式和闭环控制方式的工作过程及其优缺点。

图 1-20(a)所示为图 1-19(a)的原理方块图。这是一个直流电动机转速控制系统,其控制任务是使电动机的转速等于给定转速,电动机为被控制对象;系统参考输入量为给定转速,不同的给定电压,对应于不同的给定转速,给定电压可通过改变电位器滑臂位置来调节;系统输出量为电动机的转速,当给定电压

经功率放大器放大后,作为电动机的输入电压来控制电动机的转速,当负载力矩不变时,有一一对应的关系,因此可由给定电压直接控制电动机的转速,故该系统是一个开环控制系统。

开环控制系统结构简单、成本低、容易实现,但当系统出现扰动时(例如负载力矩发生变化时),将会引起转速的变化,这种变化信息无法反馈到系统的输入端来改变电动机的输入电压,因此会导致电动机的转速偏离给定值。因此开环系统的抗干扰能力差,控制精度较低。

图 1-20(b)所示为图 1-19(b)的原理方框图,是在图 1-20(a)所示开环控制系统的基础上增加了一个测速发电机和电压放大器。其中

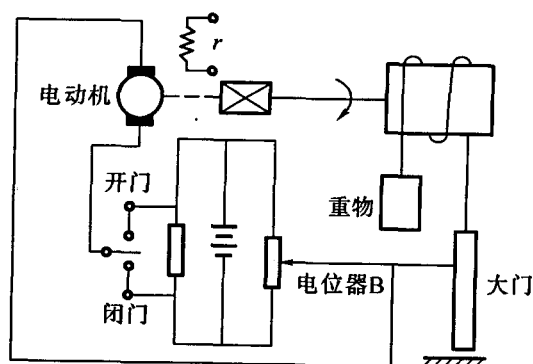


图 1-17 题 1-10 自动门开闭系统的原理图

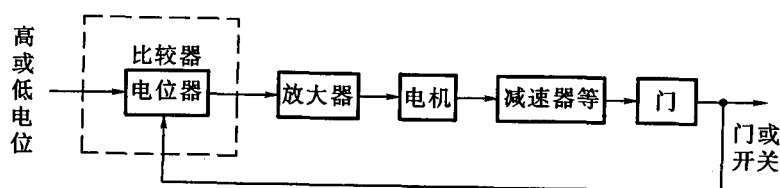


图 1-18 题 1-10 自动门开闭系统的原理方框图

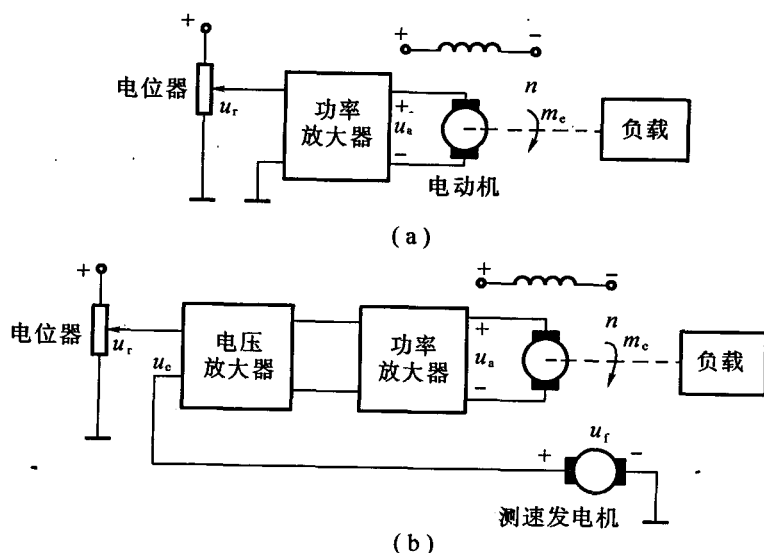


图 1-19 题 1-11 直流电动机转速控制系统原理图

测速发电机是测量元件,用来测量电动机的转速 n ,并给出与转速成比例的电压信号 $u_e = m_e - u_f u_f$ 。 u_f 反馈到系统输入端与给定电压 u_r 相比较得到偏差信号 $u_e = u_r - u_f$,从而实现系统的自动控制。一般 u_e 较弱,故需增加一个电压放大器,用放大后的电压作为功率放大器的输入信号。当电动机正常工作时,对于给定电压 u_r ,电动机必有确定的转速 n 与给定值 u_r 相对应,同时亦有相应的测速发电机电压 u_f ,偏差 u_e 。

和控制电压 u_a 。如果电动机的负载力矩 m_e 发生变化,例如增加负载,则将使电动机的转速降低而偏离给定值,同时测速发电机电压 u_f 将相应减小,而偏差电压 u_c 和控制电压 u_a 将因此增大,从而使电动机转速回升到给定值附近;反之亦然。因此该系统可以根据给定值的要求,自动地调节电动机的转速,故该系统是一个闭环控制系统。

闭环控制系统通过反馈控制装置,可以抑制扰动对被控量产生的影响,有较高的控制精度。但是,这类控制系统使用的元部件较多,结构较复杂,系统的分析与设计也比较麻烦。尽管如此,闭环控制仍然是一类重要的并被广泛应用的控制方式。自动控制理论中主要的研究对象就是用这种控制方式所构成的自动控制系统。

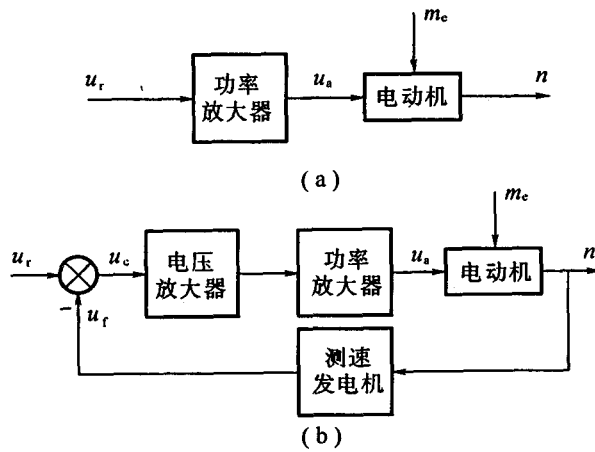


图 1-20 题 1-11 直流电动机转速控制系统原理方框图

第2章 控制系统的数学模型

2.1 主要内容

1. 控制系统的数学模型

控制系统的数学模型是系统动态性能的数学表达式,它揭示了系统各变量之间的内在关系。在经典控制理论中,常用的数学模型是微分方程、传递函数、结构图和信号流图等。

建立控制系统的数学模型,可采用解析法和实验测定法。解析法是对系统的各部分运动机理进行分析,根据它们所遵循的物理定律或化学定律分别列写相应的微分方程。实验测定法是根据实验资料来建立数学模型,一般只用于建立被控对象或系统的输入-输出模型。这种用实验所得到的输入和输出资料来辨识系统的结构、阶次和参数的方法,又称为系统辨识。本章研究的重点是用解析法建立系统的数学模型。

2. 微分方程

微分方程是描述自动控制系统动态特性的最基本模型。这里,着重研究描述线性、定常、集中参数控制系统微分方程的建立和求解方法。

(1) 建立系统微分方程

①将系统划分为若干个环节,确定各环节的输入量及输出量。

②根据物理定律列写出每个环节的微分方程式。

③将各环节方程式联立,消去中间变量,最后得出只含有输入变量、输出变量的系统方程式。

(2) 微分方程的线性化

如果所建立的微分方程不是线性微分方程而是非本质的非线性方程,应当对方程进行线性化。线性化是相对某一额定工作点的,工作点不同,则所得到的方程系数也往往不同。

(3) 线性微分方程的解

对线性定常系统,通过对方程进行拉氏变换,求出输出、输入拉氏变换表达式,再进行拉氏反变换,得到系统微分方程的解。

3. 传递函数

(1) 传递函数的定义

线性定常系统的传递函数的定义:在零初始条件下,系统输出量的拉氏变换与输入量的拉氏变换之比。它仅与系统(或组件)的结构和参数有关,而与外界输入、扰动及初始条件无关,也不反映系统内部的任何信息。

传递函数 $G(s)$ 的一般形式为

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \cdots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n} \quad (2-1)$$

式中 $C(s)$ ——输出量的像函数;