兰·州·交·通·大·学·面·向·二·十·一·世·纪·系·列·教·材

数字信号处理原理与实现

主　编　武晓春
副主编　贾君霞
周庆华

兰州大学出版社
LANZHOU UNIVERSITY PRESS

数字信号处理原理与实现

主　编　武晓春

副主编　贾君霞　周庆华

兰州大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理原理与实现/武晓春主编. 一兰州：兰州大学出版社，2007. 7

ISBN 978-7-311-02999-9

Ⅰ.数...　Ⅱ.武...　Ⅲ.数字信号一信号处理 Ⅳ. TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 111112 号

出 版 人　陶炳海
责任编辑　张　仁
封面设计　赵　会

书　　名　数字信号处理原理与实现
作　　者　武晓春　主编
出版发行　兰州大学出版社　(地址:兰州市天水南路 222 号　730000)
电　　话　0931-8912613(总编办公室)　　0931-8617156(营销中心)
　　　　　0931-8914298(读者服务部)
网　　址　http://www.onbook.com.cn
电子信箱　press@onbook.com.cn
印　　刷　兰州交通大学印刷厂
开　　本　787×1092　1/16
印　　张　17
字　　数　403 千字
印　　数　1~2000 册
版　　次　2007 年 7 月第 1 版
印　　次　2007 年 7 月第 1 次印刷
书　　号　ISBN 978-7-311-02999-9
定　　价　32.00 元

(图书若有破损、缺页、掉页可随时与本社联系)

内容简介

本教材是根据兰州交通大学电信学院电子基础教研室多年来的教学实践经验，并结合新的课程体系、教学内容改革和提高教学质量的需要编写而成，试图在内容和形式上做些尝试，力争有所突破。在编写上力求选材少而精，突出基本概念的讲述，并通过精心设计的大量例题来引导学生理解概念和掌握解决问题的方法。滤波器部分重点放在概念和设计方法上，不过多地讲解设计公式的推导，新增了数字信号处理应用方面的的前沿知识——DSP系统的开发环境及DSP芯片的基本应用等内容。

全书共分为九章，内容包括离散时间信号与系统的时域分析、频域分析；离散傅里叶变换；快速傅里叶变换；数字滤波器的设计与实现；数字信号处理的硬件实现及其开发环境。并配有难易程度和数量比较适当的实验。

本教材可作为高等学校通信工程、自动化、自动控制、电气工程、电子科学与技术、电子信息工程及其它相近专业本科生“数字信号处理”的教材和教学参考书。考虑到对本科生授课学时只有64学时，因此教材内容不求大而全，力图揭示学科最基础最本质的东西。同时为了跟上学科发展的形势，让感兴趣的学生能够接触到更深层次的知识，将大量的课堂以外的知识安排在附录中介绍。如此一来，本教材也可以作为研究生及科研工作人员的参考手册。

前　言

“数字信号处理”是国内外许多大学电子信息类专业的必修专业基础课程。该课程是大学本科三年级学生和研究生一年级学生必修的技术基础课程。根据兰州交通大学电信学院电信基础教研室多年来数名教师的教学实践，认为国内经典的数字信号处理教材较多，但涉及的内容多而广泛，理论部分过细过多，而应用部分比较欠缺，几乎没有一本针对本科生的既有理论又有应用的实用教材。因此我们教材的编写宗旨是，在内容和结构形式上做些更新，在例题和习题上做些创新，内容的重点在基本原理和实践应用部分，力求清晰地阐述数字信号处理的基本概念及其基本应用，使学生能够学以致用。并依托 EL－DSP－Ⅱ型的开发平台组成数字信号处理实验系统，为学生提供算法实现的良好环境，强调理论教学与工程实践兼备，充分注重学生自学能力、创新精神和工程素养的培养，从而为提高本科教学质量，激发学生的学习兴趣，取得较好的教学效果打下坚实的基础。

全书共九章，由武晓春主编。其中第一章、第二章由周庆华编写，第三章、第四章和第八章由贾君霞编写，第五章、第六章和第七章由武晓春编写，第九章由武晓春和贾君霞共同编写。在编写过程中，得到了兰州交通大学电信学院电信基础教研室全体教师的大力支持和帮助，在此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，书中难免存在缺点和错误，请读者批评指正。

目录

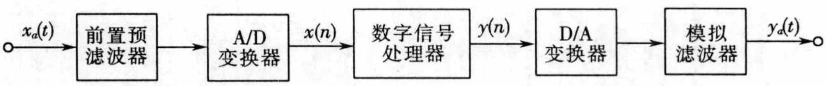
绪　论

随着计算机和信息学科的快速发展，数字信号处理的理论与应用得到了飞跃式的发展，现在已经形成一门极其重要的独立学科体系。数字信号处理是利用计算机或专用数字处理设备，采用数值计算的方法对信号进行处理的一门学科，它包括数据采集，以及对信号进行变换、分析、综合、滤波、估值与识别等加工处理，以便于提取信息和应用。与传统的模拟处理方法相比较，数字处理具有无法比拟的优点。数字信号处理系统可以对数字信号进行处理，也可以对模拟信号进行处理。当然，必须先将模拟信号变换成数字信号，才能用数字信号处理系统处理。

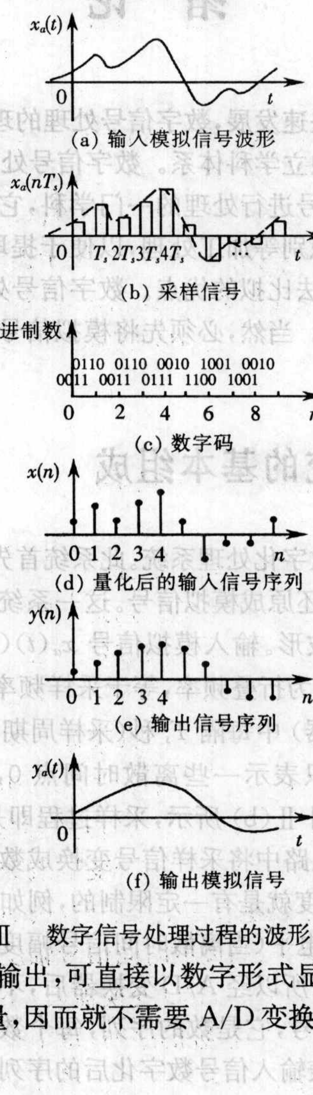
一、数字信号处理系统的基本组成

我们先来讨论模拟信号的数字化处理系统。此系统首先把模拟信号变换为数字信号，然后用数字技术进行处理，最后再还原成模拟信号。这一系统的方框图如图 Ⅰ 所示。图 Ⅱ 则表示了框图中的各有关信号的波形。输入模拟信号 $x_a(t)$（见图 Ⅱ(a)）先经过前置预滤波器，将 $x_a(t)$ 中高于某一频率（称为折叠频率，等于采样频率的一半）的分量滤除。然后在模（拟）数（字）变换器（A/D变换器）中每隔 T_s 秒（采样周期）取出一次 $x_a(t)$ 的幅度，采样后的信号称为离散时间信号，它只表示一些离散时间点 $0, T_s, 2T_s, \cdots, nT_s, \cdots$ 上的信号值 $x_a(0), x_a(T_s), x_a(2T_s), \cdots$，如图 Ⅱ(b) 所示，采样过程即是对模拟信号的时间离散化的过程；随之在 A/D 变换器的保持电路中将采样信号变换成数字信号，因为一般采用有限位二进制码，所以它所表示的信号幅度就是有一定限制的，例如 4 位码，只能表示 $2^4 = 16$ 种不同的信号幅度，这些幅度称为量化电平（当离散时间信号幅度与量化电平不相同时，就要以最接近的一个量化电平来近似它）；所以经 A/D 变换器后，不但时间离散化了，而且幅度也量化了，这种信号就被称为数字信号，它是数的序列，每个数用有限个二进制数来表示（如图 Ⅱ(c) 所示），我们用 $x(n)$ 来代表输入信号数字化后的序列，自变量 n 是整型变量，表示这个数在序列中的次序，为了形象起见，用一个垂直线段来表示 $x(n)$ 的数值大小，如图 Ⅱ(d) 所示。随后，数字信号序列 $x(n)$ 通过数字信号处理系统的核心部分，即数字信号处理器，按照预定的要求进行加工处理，得到输出数字信号 $y(n)$（如图 Ⅱ(e) 所示）。再后，$y(n)$ 通过数（字）模（拟）(D/A) 变换器，将数字信号序列反过来变换成模拟信号，这些信号在时间点 0，$T_s, 2T_s, \cdots, nT_s, \cdots$ 上的幅度应等于序列 $y(n)$ 中相应数码所代表的数值大小。最后还要通过一个模拟滤波器，滤除不需要的高频分量，平滑成所需的模拟输出信号 $y_a(t)$，如图 Ⅱ(f) 所示。

图 Ⅰ 所表示的是模拟信号数字处理系统的方框图，实际的系统并不一定要包括它的所



图Ⅰ　数字信号处理系统的简单方框图



(a) 输入模拟信号波形

(b) 采样信号

(c) 数字码

(d) 量化后的输入信号序列

(e) 输出信号序列

(f) 输出模拟信号

图Ⅱ　数字信号处理过程的波形图

有框图。例如，有些系统只需数字输出，可直接以数字形式显示或打印，就不需要 D/A 变换器；另一些系统的输入就是数字量，因而就不需要 A/D 变换器；纯数字系统则只需要数字信号处理器这一核心部分就行了。

二、数字信号处理的实现方法

图Ⅰ中的数字信号处理器的实现方法有软件实现、专用硬件实现和软硬件结合实现三种，以下介绍这三种实现方法及特点。

(1) 软件实现：在通用计算机上编程序实现各种复杂的处理算法。程序可以由处理者开发，也可以使用信号处理程序库中现成的程序。软件处理的最大优点是灵活，开发周期短；其缺点是处理速度慢。所以多用于处理算法研究、教学实验和一些对处理速度要求较低的场

合。

(2) 专用硬件实现：采用加法器、乘法器和延时器构成的专用数字网络，或用专用集成电路实现某种专用的信号处理功能。如调制解调器、快速傅里叶变换芯片、数字滤波器芯片等。这种实现方法的主要优点是处理速度快；缺点是不灵活，开发周期长。适用于要求高速实时处理的一些专用设备，这些设备一旦定型，就不再改动，便于大批生产。如数字电视接收机中的高速处理单元。

(3) 软硬件结合实现：依靠通用单片机或数字信号处理专用单片机(DSP) 的硬件资源，配置相应的信号处理软件，实现工程实际中的各种信号处理功能。如数字控制系统和智能仪器设备等。DSP芯片内部带有硬件乘法器、累加器，采用流水线工作模式和并行结构，并配有适合信号处理运算的高效指令。由于这种实现方法集中了软件实现和专用硬件实现的优点，高速、灵活、开发周期短，因此 DSP 技术及其应用已成为信号处理学科研究的中心内容之一。

三、数字信号处理的优点

模拟信号处理系统只能对信号进行一些常规的简单处理，而数字信号处理是用数值运算的方法实现对信号的处理，可以用计算机进行很多复杂的处理。所以相对于模拟信号处理，数字信号处理有很多优点，归纳如下：

(1) 灵活性好。数字信号适合用计算机处理，也可以用可编程器件(如通用单片机、DSP、可编程逻辑器件等) 实现，通过编程很容易改变数字信号处理系统的参数，从而使系统实现各种不同的处理功能。灵活性还体现在数字系统容易实现时分复用，如数字电话系统中就采用了时分复用技术。

(2) 稳定可靠，不存在阻抗匹配问题。只要设计正确，就可以确保数字系统稳定工作，稳定可靠的另一种含义是指数字系统的特性不易随使用条件(如温度等) 的变化而变化。由于各级数字系统之间是通过数据进行耦合的，所以不存在模拟电路中的阻抗匹配问题。例如，用两个程序模块实现某种信号处理功能，将第一级程序的处理结果数据作为第二级程序的输入数据即可。

(3) 处理精度高。用模拟电路计算对数时，达到 1% 的精度都很困难，而且模拟电路内部和外部噪声也影响处理精度。数字系统的处理精度由系统字长(二进制位数) 决定，计算机和 DSP 的字长由 8 位提高到 16、32 和 64 位，可以选择合适的字长满足各种精度要求。另外，数字系统一般工作在二进制状态，所以基本不受内部噪声的干扰。

(4) 便于加解密。随着信息安全要求越来越高，加解密算法越来越复杂，只有数字处理才能解决这种问题。

(5) 便于大规模集成化、小型化。由于数字电路对电路参数的一致性要求低，组成数字系统的基本单元和基本模块具有高度的一致性，所以便于大规模集成和大规模生产。从而使数字系统体积小、重量轻、性能价格比高。

(6) 便于自动化、多功能化。数字系统很容易根据各种状态自动执行相应的操作，并且一个系统可以实现多种功能。例如，手机可以完成通话、发短信、玩游戏、日常事务管理和上

网等多种功能。

数字信号处理应用非常广泛，涉及语音、雷达、声纳、地震、图像处理、通信系统、系统控制、生物医学工程、机械振动、遥感遥测、航空航天、电力系统、故障检测和自动化仪表等众多领域。显然，研究数字信号处理的应用一定要涉及各个应用领域的专门知识，所以，它不是本课程的学习重点。数字信号处理原理及其实现方法和技术是一门脱离具体应用学科的专业基础，是本课程学习的重点，它涉及到的内容非常丰富和广泛。本书作为专业基础课教材，主要讲述其基本理论和基本分析方法，原理和应用紧密结合，每章后配有思考题和习题，书后有实验，以便于教学和自学。

思考题

1. 数字信号处理与模拟信号处理在手段上有什么区别？
2. 数字信号处理比模拟信号处理有什么优势？
3. 数字信号处理的实现方式有哪些？

第 1 章　离散时间信号和系统的时域分析

本章作为全书的基础，主要学习时域离散信号的表示方法和典型信号；线性时不变系统的因果性和稳定性；系统的输入输出描述法以及线性常数差分方程；最后介绍模拟信号数字处理方法。

1.1　离散时间信号——序列

对模拟信号 $x_a(t)$ 进行等间隔采样，采样间隔为 T_s，得到

$$x_a(t)\mid_{t=nT_s} = x_a(nT_s),\qquad -\infty < n < +\infty \tag{1.1.1}$$

对于不同的 n 值，$x_a(nT_s)$ 是一个有序的数字序列，该数字序列就是时域离散信号。实际信号处理中，这些数字序列值按顺序放在存贮器中，此时 nT_s 代表的是前后顺序。为简化，采样间隔可以不写，形成 $x(n)$ 信号，$x(n)$ 可以称为序列。对于具体信号，$x(n)$ 也代表第 n 个序列值。需要说明的是，这里 n 取整数，非整数时无定义。另外，在数值上它等于信号的采样值，即

$$x(n) = x_a(nT_s),\qquad -\infty < n < +\infty \tag{1.1.2}$$

信号随 n 的变化规律可以用公式表示，也可以用图形表示。如果 $x(n)$ 是通过观测得到的一组离散数据，则其可以用集合符号表示，例如：

$$x(n) = \{\cdots 1.3, 2.5,\ \underset{\substack{\uparrow\\ n=0}}{3.3}, 1.9, 0, 4.1 \cdots\}$$

1.1.1　常用的典型序列

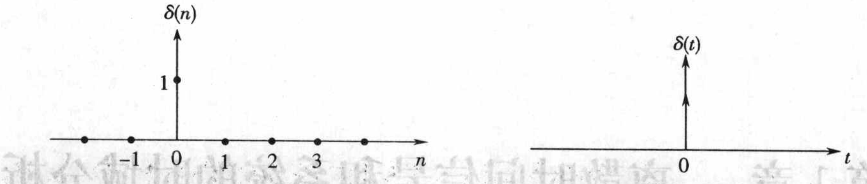
1. 单位采样序列 $\delta(n)$

$$\delta(n) = \begin{cases} 1, n = 0 \\ 0, n \neq 0 \end{cases} \tag{1.1.3}$$

单位采样序列也可以称为单位冲激序列、单位脉冲序列，特点是仅在 $n=0$ 时取值为 1，其它均为零。它类似于模拟信号和系统中的单位冲激信号 $\delta(t)$，但不同的是 $\delta(t)$ 在 $t=0$ 时，取值无穷大，$t \neq 0$ 时取值为零，对时间 t 的积分为 1。$\delta(t)$ 完全是一种数学极限，并非现实的信号，而 $\delta(n)$ 完全是一个现实序列。单位采样序列 $\delta(n)$ 和单位冲激信号 $\delta(t)$ 如图 1.1.1 所示。

2. 单位阶跃序列 $u(n)$

$$u(n) = \begin{cases} 1, n \geqslant 0 \\ 0, n < 0 \end{cases} \tag{1.1.4}$$



(a) 单位采样序列　　(b) 单位冲激信号

图 1.1.1　单位采样序列和单位冲激信号

单位阶跃序列如图 1.1.2 所示。它类似于模拟信号中的单位阶跃信号 $u(t)$。$\delta(n)$ 与 $u(n)$ 之间的关系如下式所示：

$$\delta(n)=u(n)-u(n-1) \tag{1.1.5}$$

$$u(n)=\sum_{m=0}^{+\infty}\delta(n-m) \tag{1.1.6}$$

另外，对于任意序列，也可用单位采样序列的移位加权和表示，即

$$x(n)=\sum_{m=-\infty}^{+\infty}x(m)\delta(n-m) \tag{1.1.7}$$

式中

$$\delta(n-m)=\begin{cases}1, n=m\\0, n\neq m\end{cases}$$

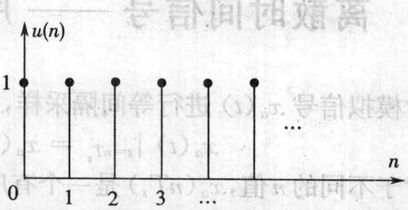


图 1.1.2　单位阶跃序列

这种任意序列的表示方法，在信号分析中是一个很有用的公式。

例 1－1　$x(n)$ 的波形如图 1.1.3 所示，试用单位采样序列的移位加权和形式表示。

解　$x(n)=-2\delta(n+2)+0.5\delta(n+1)+2\delta(n)+\delta(n-1)+1.5\delta(n-2)$
$-\delta(n-4)+2\delta(n-5)+\delta(n-6)$

3. **矩形序列 $R_N(n)$**

$$R_N(n)=\begin{cases}1, 0\leqslant n\leqslant N-1\\0, 其它\ n\end{cases} \tag{1.1.8}$$

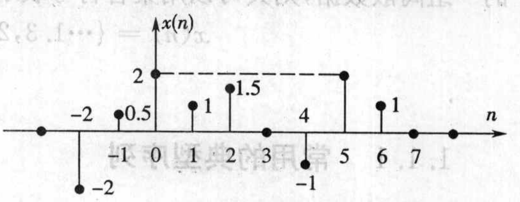


图 1.1.3　用单位采样序列移位加权和表示序列

上式中 N 称为矩形序列的长度。当 $N=4$ 时，$R_4(n)$ 的波形如图 1.1.4 所示。矩形序列可用单位阶跃序列表示，如下式：

$$R_N(n)=u(n)-u(n-N) \tag{1.1.9}$$

4. **正弦序列**

$$x(n)=\sin(\omega n) \tag{1.1.10}$$

式中 ω 称为正弦序列的数字域角频率，单位是弧度。它表示序列变化的速率，或者说表示相邻两个序列值之间变化的弧度数。

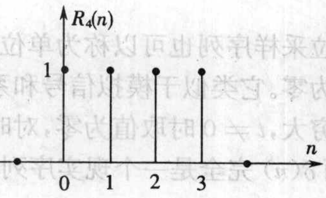


图 1.1.4　矩形序列

如果正弦序列是由模拟信号 $x_a(t)=\sin(\Omega t)$ 采样得到的，那么

$$x_a(t)\big|_{t=nT_s}=\sin(\Omega nT_s) \tag{1.1.11}$$

因为在数值上，序列值与采样信号值相等，因此得到数字域角频率 ω 与模拟域角频率 Ω

之间的关系为

$$\omega = \Omega T_s \tag{1.1.12}$$

(1.1.12) 式具有普遍意义，它表示凡是由模拟信号采样得到的序列，模拟域角频率 Ω 与序列的数字域角频率 ω 成线性关系。

本书中均用 ω 表示数字域角频率，Ω 表示模拟域角频率。

1.1.2 序列的周期性

如果对所有 n 存在一个最小的正整数 N，使下面等式成立：

$$x(n) = x(n+N), \qquad -\infty < n < +\infty \tag{1.1.13}$$

则称序列 $x(n)$ 为周期性序列，周期为 N，注意 N 要取整数。例如：

$$x(n) = \sin\left(\frac{\pi}{4}n\right)$$

上式中，数字域角频率是 $\pi/4$，由于 n 取整数，可以写成下式：

$$x(n) = \sin\left(\frac{\pi}{4}(n+8)\right)$$

上式表明 $\sin\left(\frac{\pi}{4}n\right)$ 是周期为 8 的周期序列，也是正弦序列，如图 1.1.5 所示。下面讨论一般正弦序列的周期性。

图 1.1.5 正弦序列

设

$$x(n) = A\sin(\omega_0 n + \varphi)$$

那么

$$x(n+N) = A\sin(\omega_0(n+N) + \varphi) = A\sin(\omega_0 n + \omega_0 N + \varphi)$$

如果

$$x(n+N) = x(n)$$

则要求

$$N = (2\pi/\omega_0)k \tag{1.1.14}$$

式(1.1.14) 中 k 与 N 均取整数，且 k 的取值要保证 N 是最小的正整数。满足这些条件，正弦序列才是以 N 为周期的周期序列。则正弦序列有以下三种情况：

(1) 当 $2\pi/\omega_0$ 为整数时，$k=1$，正弦序列是以 $2\pi/\omega_0$ 为周期的周期序列。

(2) $2\pi/\omega_0$ 不是整数，是一个有理数时，设 $2\pi/\omega_0 = P/Q$，其中 P、Q 是互为素数的整数。取 $k=Q$，那么 $N=P$，则正弦序列是以 P 为周期的周期序列。

(3) $2\pi/\omega_0$ 是无理数，任何整数 k 都不能使 N 为正整数，因此，此时的正弦序列不是周期序列。

例 1－2 试判断下面的序列是否是周期序列。

(1) $x(n) = \sin\left(\frac{\pi}{8}n + \frac{\pi}{4}\right)$；

(2) $x(n) = 3\cos\left(\frac{4}{5}\pi n + \frac{\pi}{3}\right)$；

(3) $x(n) = e^{j(\frac{1}{4}n)}$。

解　(1) $\dfrac{2\pi}{\omega_0}=\dfrac{2\pi}{\pi/8}=16$

则该序列是以 $N=16$ 为周期的周期序列

(2) $\dfrac{2\pi}{\omega_0}=\dfrac{2\pi}{\dfrac{4}{5}\pi}=\dfrac{10}{4}=\dfrac{5}{2}$

则该序列是以 $N=5$ 为周期的周期序列

(3) $x(n)=e^{j(\frac{1}{4}n)}=\cos\dfrac{1}{4}n+j\sin\dfrac{1}{4}n$

$\dfrac{2\pi}{\omega_0}=\dfrac{2\pi}{1/4}=8\pi$ 为无理数

则该序列不是周期序列

1.1.3　序列的运算

序列的运算包括移位、翻转、和、积、累加、差分、时间尺度变换等。

1. 移位

设某一序列为 $x(n)$，当 m 为正时，则 $x(n-m)$ 是指序列 $x(n)$ 逐项依次延时(右移)m 位而给出的一个新的序列，而 $x(n+m)$ 则指依次超前(左移)m 位。m 为负时，则相反。

2. 翻转

如果序列为 $x(n)$，则 $x(-n)$ 是以 $n=0$ 的纵轴为对称轴将序列 $x(n)$ 翻转而构成的新序列。

3. 和

两序列的和是指同序号(n) 的序列值逐项对应相加而构成的一个新序列。

4. 积

两序列相乘是指同序号(n) 的序列值逐项对应相乘而构成的一个新序列。

5. 累加

设某序列为 $x(n)$，则 $x(n)$ 的累加序列 $y(n)$ 定义为

$$y(n)=\sum_{k=-\infty}^{n}x(k) \tag{1.1.15}$$

它表示 $y(n)$ 在某一个 n_0 上的值等于这一个 n_0 上的 $x(n_0)$ 值以及 n_0 以前的所有 n 值上的 $x(n)$ 值之和。

6. 差分运算

前向差分　$$\Delta x(n)=x(n+1)-x(n) \tag{1.1.16}$$

后向差分　$$\nabla x(n)=x(n)-x(n-1) \tag{1.1.17}$$

由此得出

$$\nabla x(n)=\Delta x(n-1)$$

7. 序列的时间尺度(比例) 变换

对某序列 $x(n)$，其时间尺度变换序列为 $x(mn)$ 或 $x\left(\dfrac{n}{m}\right)$，其中 m 为正整数。

我们以 $m=2$ 的 $x(2n)$ 为例来说明。$x(2n)$ 不是 $x(n)$ 序列简单地在时间轴上按比例增加一倍，而是以低一倍的采样频率从 $x(n)$ 中每隔 2 点取 1 点，如果 $x(n)$ 是连续时间信号 $x(t)$ 的采样，则这相当于将 $x(n)$ 的采样间隔从 T_s 增加到 $2T_s$，这就是说，若

$$x(n)=x(t)\big|_{t=nT_s}$$

则

$$x(2n)=x(t)\big|_{t=n2T_s}$$

我们把这种运算称为抽取，即 $x(2n)$ 是 $x(n)$ 的抽取序列。

同理 $x\left(\frac{n}{2}\right)=x(t)\big|_{t=\frac{nT_s}{2}}$ 表示采样间隔由 T_s 变成$\frac{T_s}{2}$，将 $x\left(\frac{n}{2}\right)$称为 $x(n)$ 的插值序列。

例 1－3　已知序列 $x_1(n)=\delta(n)+2\delta(n-2)$，$x_2(n)=2^n[u(n)-u(n-4)]$，试求序列的各种运算。

(1) $y_1(n)=x_1(n)+x_2(n)=?$

(2) $y_2(n)=x_1(n)\cdot x_2(n)=?$

(3) $y_3(n)=\sum\limits_{k=-\infty}^{n}x_1(k)=?$

(4) $y_4(n)=x_2(-n)=?$

(5) $y_5(n)=x_2(2n)=?$

(6) $y_6(n)=x_2(\frac{1}{2}n)=?$

(7) $y_7(n)=x_2(-2n-2)=?$

解　将 $x_1(n)$，$x_2(n)$ 写成集合的形式：

$$x_1(n)=\{\underset{\substack{\uparrow\\ n=0}}{1},\ 0,\ 2\},\quad x_2(n)=\{\underset{\substack{\uparrow\\ n=0}}{1},\ 2,\ 4,\ 8\}$$

则(1) $y_1(n)=\{\underset{\substack{\uparrow\\ n=0}}{2},\ 2,\ 6,\ 8\}$；

(2) $y_2(n)=\{\underset{\substack{\uparrow\\ n=0}}{1},\ 0,\ 8\}$；

(3) $y_3(n)=\{\underset{\substack{\uparrow\\ n=0}}{1},\ 1,\ 3,\ 3,\cdots\}$；

(4) $y_4(n)=\{8,\ 4,\ 2,\ \underset{\substack{\uparrow\\ n=0}}{1}\}$；

(5) $y_5(n)=\{\underset{\substack{\uparrow\\ n=0}}{1},\ 4\}$；

(6) $y_6(n)=\{\underset{\substack{\uparrow\\ n=0}}{1},\ 0,\ 2,\ 0,\ 4,\ 0,\ 8\}$；

(7) 先翻转 $x(-n)=\{8,\ 4,\ 2,\ \underset{\substack{\uparrow\\ n=0}}{1}\}$；再尺度 $x(-2n)=\{4,\ \underset{\substack{\uparrow\\ n=0}}{1}\}$；最后时移 $x[-2(n+1)]$

$=\{4,\ 1,\ \underset{\uparrow}{0}\}$;或先尺度 $x(2n)=\{\ 1,\ 4\}$;再时移 $x[2(n-1)]=x(2n-2)=$

$n=0$

$\{\ \underset{\uparrow}{0},\ 1,\ 4\}$;最后翻转 $x(-2n-2)=\{\ 4,\ 1,\ \underset{\uparrow}{0}\}$。

$n=0$ $\qquad$ $n=0$

则 $\quad y_7(n)=\{\ 4,\ 1,\ \underset{\uparrow}{0}\}$。

$n=0$

1.2 离散时间系统的时域分析

设离散时间系统的输入为 $x(n)$,经过规定的某种运算,系统输出序列用 $y(n)$ 表示。设运算关系用 $T[\cdot]$ 表示,则输出与输入之间关系用下式表示:

$$y(n)=T[x(n)] \tag{1.2.1}$$

其框图如图 1.2.1 所示。

在时域离散系统中,最重要最常用的是线性时不变因果稳定系统,这是因为很多物理过程都用这类系统表征,且可实现、便于分析。

1.2.1 离散时间系统的特性

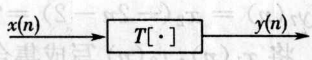


图 1.2.1 时域离散系统

1. 线性

满足叠加原理的系统具有线性特性。设 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 分别作为系统的输入序列,其输出分别用 $y_1(n)$ 和 $y_2(n)$ 表示,即

$$y_1(n)=T[x_1(n)],y_2(n)=T[x_2(n)]$$

那么线性系统一定满足下面两个公式:

$$T[x_1(n)+x_2(n)]=y_1(n)+y_2(n) \tag{1.2.2}$$

$$T[ax_1(n)]=ay_1(n) \tag{1.2.3}$$

满足(1.2.2)式称为线性系统的可加性;满足(1.2.3)式称为线性系统的比例性或齐次性,式中 a 是常数。将以上两个公式结合起来,可表示成:

$$y(n)=T[ax_1(n)+bx_2(n)]=ay_1(n)+by_2(n) \tag{1.2.4}$$

上式中,a 和 b 均是常数。

例 1-4 试判断 $y(n)=4x(n)+3$ 所代表的系统是否具有线性特性。

解 $y_1(n)=T[x_1(n)]=4x_1(n)+3$

$y_2(n)=T[x_2(n)]=4x_2(n)+3$

$y(n)=T[x_1(n)+x_2(n)]=4x_1(n)+4x_2(n)+3$

则 $\quad y(n)\neq y_1(n)+y_2(n)$

因此,该系统不具有线性特性。

2. 时不变性

如果系统对输入信号的运算关系 $T[\cdot]$ 在整个运算过程中不随时间变化,或者说系统对