

机电类高职高专规划教材

GONGCHENG LIXUE

工程力学



郑国军 主编



河南科学技术出版社

内 容 提 要

本书内容分两篇介绍,第一篇刚体静力分析分两章讲述,分别介绍了刚体静力分析基础和力系的平衡方程及其应用。第二篇杆件承载能力分析分六章讲述,分别介绍了杆件基本变形时的内力分析、杆件基本变形时的应力分析、应力状态分析与强度设计准则、杆件的强度计算、杆件的刚度设计、压杆的稳定性设计等内容。每章后都附有思考题和习题,书后有习题参考答案,附录中展示了各种型钢的参数。

本书可作为高职院校机电类、近机类各专业工程力学课程的教学用书。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学/郑国军主编. —郑州:河南科学技术出版社,2007.9

ISBN 978-7-5349-3771-2

I. 工… II. 郑… III. 工程力学 IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 119782 号

出版发行:河南科学技术出版社

地址:郑州市经五路 66 号 邮编:450002

电话:(0371)65737028 65788613

网址:www.hnstp.cn

策划编辑:孙 彤

责任编辑:刘 嘉

责任校对:柯 姣

封面设计:周睿君

版式设计:栾亚平

印 刷:郑州美联印刷有限公司

经 销:全国新华书店

幅面尺寸:185mm×260mm 印张:13.5 字数:325 千字

版 次:2007 年 9 月第 1 版 2007 年 9 月第 1 次印刷

印 数:1—2 500

定 价:25.00 元

如发现印、装质量问题,影响阅读,请与出版社联系。

前 言

本书是围绕高职高专培养应用型人才的目标,并考虑到学生继续学习和深造的需要而编写的。可作为高职院校机电类、近机类各专业工程力学课程的教学用书。

本书在编写过程中,对传统工程力学课程的教学内容、课程体系进行了分析和整合,汲取了各高职院校近年来力学课程改革的成功经验,注重对基本概念、基本原理和基本方法的阐述,而不追求课程的理论性和系统性,强化了工程应用性。

本书由河南工业职业技术学院郑国军主编并统稿,彭二宝任副主编。本书共分8章,由王宏颖编撰第1章,刘红普编撰第2章、第4章、第6章,张晓研编撰第3章,刘云豫编撰第5章,彭二宝编撰第7章、第8章。全书由唐建生主审。

本书编写中参考了杜建根主编的《工程力学》、党锡康主编的《工程力学》、李树焕主编的《理论力学教程》、刘鸿斌主编的《材料力学》等书籍资料。在此一并致谢。

本书可根据专业和具体学时自主安排教学内容。一般计划40~60学时。

限于作者水平有限,且编写时间仓促,书中不妥之处恳请广大读者批评指正。

编者

2007年8月

编委名单

主 编 郑国军

副主编 彭二宝

编 委 (以姓氏笔画为序)

王宏颖 刘云豫 刘红普 张晓研

彭二宝

主 审 唐建生

目 录

	绪论	(1)
第一篇	刚体静力分析	(3)
	第 1 章 刚体静力分析基础	(4)
	1.1 力的概念及性质	(4)
	1.2 力的投影与合力投影定理	(7)
	1.3 力矩与合力矩定理	(10)
	1.4 力偶及其性质	(11)
	1.5 力的平移定理	(13)
	1.6 约束与约束力	(14)
	1.7 物体的受力分析与受力图	(17)
	思考题	(20)
	习题	(21)
	第 2 章 力系的平衡方程及其应用	(25)
	2.1 平面一般力系的简化	(25)
	2.2 平面力系的平衡方程及其应用	(27)
	2.3 机械工程中的摩擦与自锁	(38)
	2.4 物体的重心与形心	(48)
	思考题	(55)
	习题	(58)
第二篇	杆件承载能力分析	(65)
	第 3 章 杆件基本变形时的内力分析	(66)
	3.1 内力与截面法	(66)
	3.2 拉压杆的内力与内力图	(67)
	3.3 平面弯曲梁的内力与内力图	(69)
	3.4 受扭圆轴的内力与内力图	(81)
	思考题	(84)
	习题	(85)
	第 4 章 杆件基本变形时的应力分析	(88)

4.1 应力与应变·胡克定律	(88)
4.2 拉压杆的应力	(90)
4.3 梁横截面上的正应力	(92)
4.4 梁横截面上的切应力	(99)
4.5 受扭圆轴横截面上的切应力	(102)
思考题	(104)
习题	(106)
第5章 应力状态分析与强度设计准则	(109)
5.1 一点处应力状态的概念	(109)
5.2 平面应力状态分析	(110)
5.3 三向应力状态简介	(113)
5.4 轴向载荷作用下材料的力学性能	(115)
5.5 强度失效判据与设计准则	(121)
思考题	(125)
习题	(126)
第6章 杆件的强度计算	(128)
6.1 拉压杆的强度设计	(128)
6.2 连接件的强度设计	(131)
6.3 梁的正应力强度设计	(137)
6.4 受扭圆轴的强度设计	(140)
6.5 组合变形杆件的强度设计	(141)
6.6 交变应力与疲劳失效	(147)
思考题	(153)
习题	(154)
第7章 杆件的刚度设计	(161)
7.1 拉压杆的变形	(161)
7.2 梁的变形与刚度设计	(163)
7.3 受扭圆轴的变形与刚度设计	(170)
7.4 提高杆件强度和刚度的措施	(173)
思考题	(176)
习题	(176)
第8章 压杆的稳定性设计	(178)
8.1 压杆稳定性的概念	(178)
8.2 压杆的临界力与临界应力	(179)
8.3 压杆的稳定性设计	(183)
思考题	(186)
习题	(187)

习题参考答案	(189)
附录 型钢表	(195)
附表 1 热轧等边角钢(GB 9787—1988)	(195)
附表 2 热轧不等边角钢(GB 9788—1988)	(200)
附表 3 热轧槽钢(GB 707—88)	(204)
附表 4 热轧工字钢(GB 706—88)	(206)

绪 论

一、工程力学的任务和内容

力学是从为工程技术服务而发展起来的。力学应用于工程技术,直接为发展生产服务,与机械、土建、船舶、航空、航天、生物等工程领域有广泛而紧密的联系,成为大工业的基础。“工程力学”的研究对象是各种工程实际问题,因此,人们亦称其为工业力学,包含着极其广泛的内容。本书《工程力学》的任务主要是为机械工程中简单构件的设计提供力学的基础性理论,即提供有坚实理论基础的力学模型、准确有效的计算方法和实验技术。例如,机床、内燃机、起重机等各种各样的机械,都是由许多不同构件所组成。当机械工作时,这些构件将受到力的作用。因此,机械设计、机械制造和机械使用都是以力学理论为基础的。如果分析构件受力情况,就需要了解力的基本性质、力系的简化方法,掌握对构件进行科学简化并建立力学模型的技能,掌握构件的平衡条件。构件由于受力作用,还可能被破坏或发生变形,以致构件不能正常工作。为了保证机械及其构件具有足够的承载能力,就要根据构件受力情况,选择合适的材料和合理的截面形状尺寸,以使构件安全可靠地工作。这些都是本门课程所要研究的问题。

本书分为刚体静力分析,构件平衡时力的分析与计算,构件强度、刚度、压杆稳定性的基本概念和计算的基本公式。

二、工程力学的研究对象、模型及构件变形的基本形式

(一)工程力学的研究方法

纵观工程力学发展史,乃是一个理论与实际紧密相连的发展过程,在此发展长河中,工程力学建立了一套完整的科学研究方法,具有经典和广泛的指导意义。其研究方法可概括为:

(1)通过观察生活和生产实践中的各种现象,进行多次的科学实验,经过分析、综合和归纳,总结出力学的最基本规律。

远在古代,人们为了提水,制造了辘轳;为了搬运重物,使用了杠杆、斜面 and 滑轮;为了长距离运输,制造了简单的运输机械等。制造和使用这些生产和生活工具,使人类对于机械运动有了初步认识,并积累了丰富的力学经验,经过分析、综合和归纳,逐渐形成了“力”和“力矩”等基本概念,以及“二力平衡”、“杠杆原理”、“力的平行四边形法则”等力学的基本规律,并成为这门科学的基础。

人们为了认识客观规律,不仅在生活和生产实践中进行了观察和分析,而且还进行了实

验。实验是科学研究的重要手段;实验可以从复杂的自然现象中,人为地创造一些条件来突出影响事物发展的主要因素,并且能够定量测定各个因素之间的关系,因此实验也是形成理论的重要基础,如摩擦定律、材料力学中的平面假设等都是建立在大量实验的基础上的。从近代力学的研究发展来看,实验更是重要的研究方法之一。

(2)在对事物观察和实验的基础上,经过抽象化建立力学模型。

抽象化的方法就是在研究复杂的客观事物的过程中,抓住起决定作用的因素,舍弃次要因素,从而抓住所研究事物的本质。例如,在研究构件受力要变形的性质时,得到刚体的模型;忽略构件几何尺寸时,得到质点的模型;忽略摩擦对物体运动的影响时,得到理想约束的模型等。但是,任何抽象化的模型都是有条件的、相对的,当研究问题的条件改变了,原来的模型就不一定适用,必须再考虑影响问题的新的因素,建立新的模型。例如,在研究物体内部的受力情况及其变形时,刚体的模型就不再适用,这时就应考虑变形固体模型;当进一步忽略材料内部晶粒的间隙等次要因素时,又可将变形固体材料简化为均匀、连续、各向同性的理想的材料模型。

(3)在建立力学模型的基础上,从基本规律出发,用数学演绎和逻辑推理的方法,得出正确的具有物理意义和实用价值的定理和结论。应当注意的是,我们在学习本课程时,不仅仅满足于了解数学演绎,而忽视对力学规律本质的了解。

工程力学是前人经过无数次“实践—理论—实践”的循环反复过程,每一循环都在原来的基础上提高了一步。像所有的科学一样,工程力学也是沿着这条道路不断向前发展的。

(二)工程力学的学习方法

工程力学是一门理论性、方法性、应用性都很强的学科。各部分内容之间存在着内在的联系,学习中应注意类比,在类比中了解共性、区别个性、掌握规律,从而加深理解、增强记忆。在每章的学习中要注意抓两头:开始问题的提出及最后得出的结论,由此带动一章内容的学习。学习时还应抓住内容的基本线索,如本章要解决什么问题、这些问题是如何提出来的、它与前面内容有什么关系、解决这些问题的依据或出发点是什么、解决这些问题的方法与过程怎样、最后得出一些什么结论、这些结论又如何用来指导解决工程实际问题、它们的应用范围如何等。本书每章后附有思考题和习题,对思考题应深入思考,同时必须独立完成一定数量的习题。只要学者刻苦勤奋,掌握正确的学习方法,一定能够学好工程力学这门课程。

三、学习工程力学的目的

工程力学是一门重要的技术基础课,在工科各专业的教学计划中有重要的地位。学习工程力学的目的是:

(1)研究各种工程实际问题无疑需要工程力学知识,但又不单纯属于工程力学,而是与不同的工程设计都有关系。可以说,学习工程力学知识,可以为分析和解决这些工程实际问题打下必要的基础。同时,工程力学这门课程又是后续的机械原理、机械零件等技术基础课和专业课的重要基础。

(2)工程力学的研究方法具有典型性。充分理解其研究方法,不仅可以深入掌握这门科学,而且在开发学生智力,培养学生的观察力、想象力及思维能力和创新能力等方面起着极为重要的作用;同时,有助于培养辩证唯物主义世界观以及分析问题和解决问题的能力,为今后解决生产实际问题、从事科学研究打下坚实的基础。

第一篇

刚体静力分析

静力分析主要研究物体在力系作用下的平衡规律,包括物体的受力分析、力系的简化与平衡条件。

力系是指作用于物体上的一组力。对物体作用效果相同的力系,称为等效力系。在不改变力系对物体作用效果的前提下,用一个简单的力系来代替复杂力系的过程,称为力系的简化。若一个力与一个力系等效,则该力称为力系的合力,而力系中各力称为合力的分力。

在一般工程问题中,平衡是指物体相对于地球静止或匀速直线运动的状态。例如,机床的床身、在直线轨道上匀速运动的火车等,都是物体平衡的实例。作用于平衡物体上的力系,称为平衡力系;平衡力系所应满足的条件,称为力系的平衡条件。

静力分析的研究对象为刚体或刚体系统。静力分析在工程实际中有着广泛的应用。例如,在设计平衡的机械零部件时,首先要分析其受力,再应用平衡条件求出未知力,最后研究机械零部件的承载能力。此外,物体受力分析的方法和力系简化的理论,也是动力分析的基础。

第1章 刚体静力分析基础

本章主要研究力、力偶的概念与性质,力的投影和力矩的计算,以及物体受力分析的方法。力和力偶是组成力系的两个基本要素。力偶和力矩分别表征了对物体的移动效应和转动效应。受力分析是对物体进行力学计算的前提,也是工程力学的基础。

1.1 力的概念及性质

1.1.1 力的概念

力是物体间相互的机械作用。这种作用有两种效应:一种是使物体的运动状态发生变化,称为力的运动效应或外效应;另一种是使物体产生变形,称为力的变形效应或内效应。

力的外效应包括移动效应和转动效应。例如,作用在自由刚体上的力,若通过刚体的重(质)心,则力对刚体只产生移动效应;若不通过刚体的重(质)心,则力对刚体既有移动效应也有转动效应。

实践证明,力对物体的作用效应取决于力的三要素:力的大小、方向和作用点(作用线)。

力是具有大小和方向的量,所以力是矢量,且作用于物体上的力是定位矢量。本书中以黑体字母表示矢量,而以相应的白体字母表示该矢量的大小。

力的三要素可以用有向线段表示,称为力的图示。线段的长度按一定比例表示力的大小,线段的方位和箭头的指向表示力的方向,线段的起点到终点表示力的大小,起点表示力的作用点(图1-1)。过力的作用点,沿力矢量的方位画出的直线,称为力的作用线。图1-1中直线KL为力F的作用线。

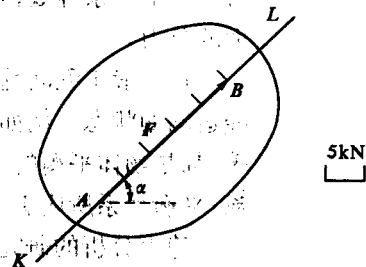


图 1-1

在我国法定计量单位中,力的单位为N或kN,1 kN = 10^3 N。

1.1.2 力的性质

性质1 力的平行四边形法则

作用于物体上同一点的两个力,可以合成为作用于该点的一个合力,合力的大小和方向由这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线来决定(图1-2)。

如用 F_R 表示力 F_1 和 F_2 的合力,则性质1的矢量表达式为

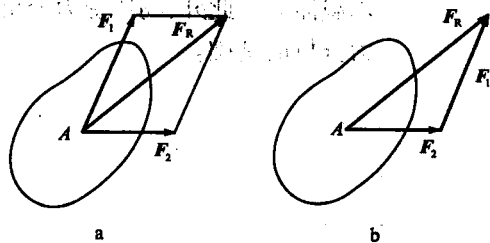


图 1-2

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-1)$$

即合力的矢量等于各分力的矢量和。

力的平行四边形法则是力系简化的基础。它表明作用于物体上同一点的两个力可合成为一个合力;反之,一个力也可分解为同平面内的两个分力,但分力并不是唯一的。在工程实际中,常把一个力 F 沿直角坐标轴方向分解,从而得到两个相互垂直的分力 F_x 和 F_y ,称为力的正交分解(图 1-3),分力的大小为

$$\begin{aligned} F_x &= F \cos \alpha \\ F_y &= F \sin \alpha \end{aligned} \quad (1-2)$$

式中, α 为力 F 与 x 轴所夹的锐角。

推论 1 刚体上作用三个力且平衡时,则三个力的作用线必须交汇一点(证明略)。

性质 2 二力平衡条件

作用于同一刚体的两个力,使刚体处于平衡的充分和必要条件是:这两个力大小相等,方向相反,且作用在同一条直线上(图 1-4)。

这一性质给出了刚体在最简单力系作用下的平衡条件。需要指出的是,这一条件只是变形体平衡的必要条件,而不是充分条件。例如,当绳索两端受到大小相等、方向相反的拉力时可以平衡,但受到大小相等、方向相反的压力时,则不能平衡。

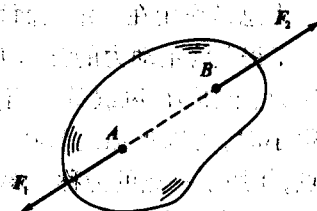


图 1-4

在两个力作用下处于平衡的构件,称为二力构件。二力构件上的力必须满足二力平衡条件。在物体的受力分析中,据此可以确定二力构件中未知力作用线的位置。如图 1-5a、b 中的 DC 杆均为二力构件。

性质 3 作用与反作用定律

两个物体间的作用力与反作用力总是大小相等,方向相反,沿着同一直线,并分别作用在这两个物体的接触点。

这一性质说明,力总是成对出现的,有作用力,必定有反作用力,二者总是同时存在,同时消失。一般习惯上将作用力与反作用力用同一字母表示,其中一个上角加一撇以示区别。

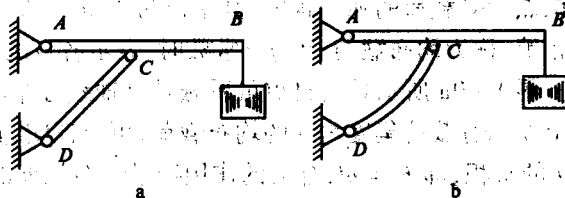


图 1-5

应当注意,不要把这一性质与二力平衡条件相混淆。作用与反作用定律中的两个力分别作用在两个物体上,而二力平衡条件中的两个力一般作用在同一刚体上。

思考:如图 1-6 所示,一重为 G 的物体用绳子吊在天花板上,试分析重物与绳子、绳子与天花板、重物与地球之间的作用力和反作用力。

推论 2 在一个力系上加一个(或减一个)平衡力系,不改变原力系对刚体的作用效应(证明略)。

性质 4 力的可传性

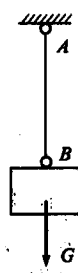


图 1-6

由于力对于刚体只有运动效应,因此,作用于刚体上的力可沿其作用线移动到该刚体内任一点,而不改变力对刚体的作用效应(图1-7),这一性质称为力的可传性。

例如,在日常生活中用绳拉车或沿着同一直线以同样大小的力推车时,对车将产生相同的运动效应。根据力的可传性,作用于刚体上力的三要素可改为:力的大小、方向和作用线。由于作用于刚体上的力可以沿着作用线移动,这种矢量称为滑移矢量。

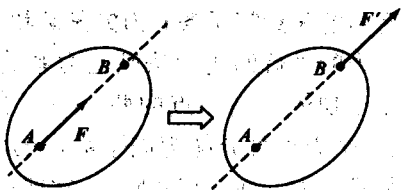


图1-7

应当指出,在研究力对物体的变形效应时,力是不能沿作用线移动的。例如图1-8a所示的可变形直杆,沿杆的轴线在两端施加大小相等、方向相反的一对力 F_1 和 F_2 时,杆将产生拉伸变形。如果将力 F_1 沿其作用线移至B点,将力 F_2 沿其作用线移至A点(图1-8b),杆将产生压缩变形。因此,力的可传性对变形体不成立。

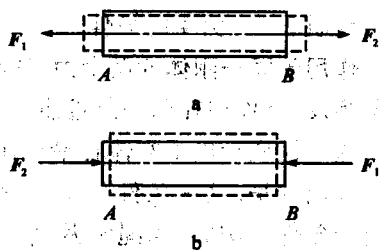


图1-8

1.1.3 集中力与分布力

力总是作用在一定的面积或体积内的,称为分布力。工程上将主动力的分布力称为分布载荷,如重力、水压力、土压力、风载等。当力的作用范围与物体相比很小时,可以近似地看做是一个点,该点为力的作用点,作用于一点的力称为集中力。

分布在一定体积内的力,如重力,称为体分布力。分布在一定面积上的力,如水坝上的水压力等,称为面分布力。分布在一定长度上的力,称为线分布力,又称为线分布载荷。线分布载荷的大小用载荷集度 q 表示,某点的载荷集度是指该点单位长度上受力的大小,它表示该点所承载荷的强弱程度,其单位为 N/m 或 kN/m 。当 $q = \text{常数}$ 时,表示各点的载荷大小都相等,称为均布载荷;当 $q \neq \text{常数}$ 时,表示各点的载荷不相等称为非均布载荷。

图1-9a所示梁的自重可看做是沿轴线分布的均布载荷。如图1-9b所示,在梁的CB段上作用有载荷集度为 q 的均布载荷,可以证明,其合力的大小等于载荷集度 q 与其分布长度 l 的乘积,即 $F_q = ql$,合力的作用线过分布长度的中点,方向与均布载荷的方向相同。

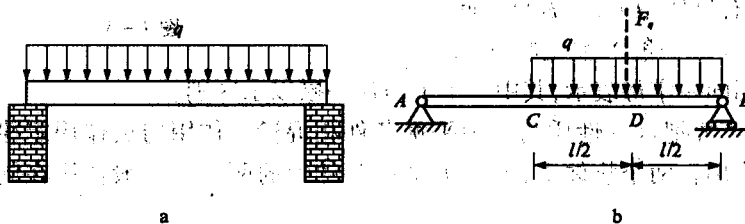


图1-9

图1-10所示的高层建筑上的风压力可看做均布载荷。图1-11a所示的水坝受到的静水压力分布在坝与水的接触面上,为面分布载荷。可将坝体简化为单位宽度的变截面梁,原来作用在坝体上的静水压力可以简化为变截面梁上的线分布载荷,如图1-11b所示。由

于压力沿水的深度为线性分布,因此,此变截面梁上的载荷为非均布载荷。

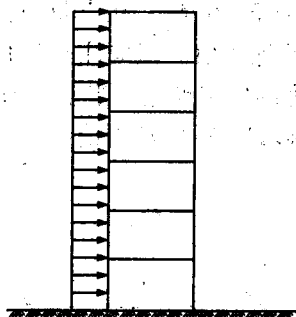


图 1-10

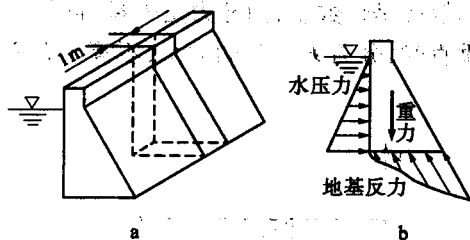
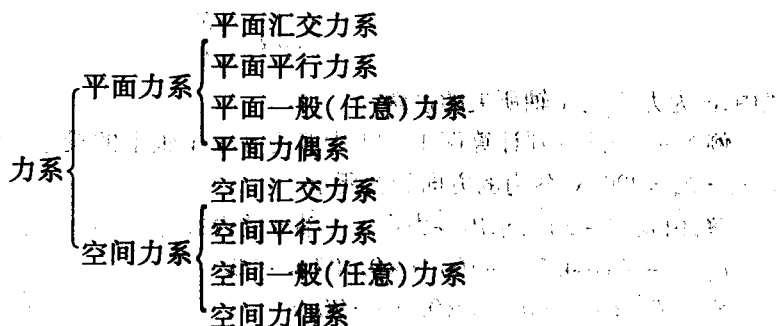


图 1-11

1.1.4 力系的分类

为了便于研究力系的简化和平衡条件,通常将力系按其各力作用线的分布情况进行分类:各力的作用线都在同一平面内的力系,称为平面力系;各力的作用线不在同一平面内的力系,称为空间力系。在这两类力系中,各力的作用线相交于一点的力系,称为汇交力系;各力的作用线互相平行的力系,称为平行力系;各力的作用线不全交于一点,也不全平行的力系,称为一般力系或任意力系。



1.2 力的投影与合力投影定理

1.2.1 力在平面直角坐标轴上的投影

设力 F 作用在物体上某点 A , 而点 B 为力 F 矢量的终点(图 1-12)。在力 F 所在的平面内取直角坐标系 Oxy , 从力 F 的起点 A 和终点 B 分别向 x 轴作垂线, 垂足分别为 a 和 b , 将线段 ab 的长度冠以适当的正负号, 称为力 F 在 x 轴上的投影, 用 F_x 表示。并且规定: 从力起点的投影, 到力终点的投影 b 的指向与坐标轴 x 的正向一致时, 力的投影 F_x 取正值; 反之, 取负值。同样, 在图 1-12 中线段 cd 的长度冠以适当的正负号, 称为力 F 在 y 轴上的投影, 用 F_y 表示。由图 1-12 可知, F_x 和 F_y 可用下列式子计算:

$$\begin{aligned} F_x &= \pm F \cos \alpha \\ F_y &= \pm F \sin \alpha \end{aligned} \quad (1-3)$$

式中, α 为力 F 与 x 轴所夹的锐角。由力的投影的定义可知:

- (1) 当力与坐标轴垂直时, 力在该轴上的投影等于零。
- (2) 当力与坐标轴平行时, 力在该轴上投影的绝对值等于力的大小。

(3) 当力滑移或坐标轴平移(正方向不变)时,力在轴上的投影不变。

在图 1-12 中还画出了力 F 沿直角坐标轴方向的分力 F_x 和 F_y 。在直角坐标系中,分力 F_x 、 F_y 的大小,分别等于力 F 在同一轴上投影 F_x 、 F_y 的绝对值。但应注意,力在坐标轴上的投影是代数量,而分力是矢量,且分力必须作用在原力的作用点上。当坐标轴 Ox 和 Oy 不垂直时,分力 F_x 、 F_y 的大小,不等于力 F 在同一轴上投影 F_x 、 F_y 的绝对值(图 1-13)。

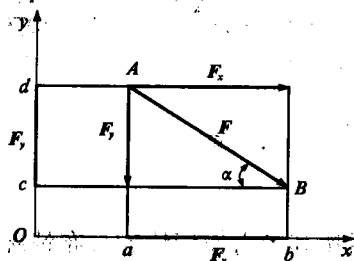


图 1-12

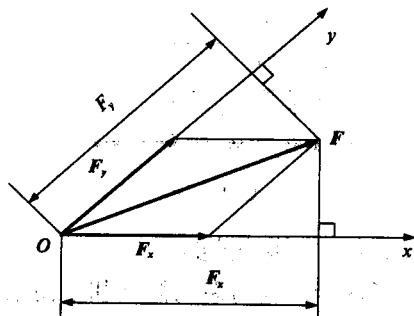


图 1-13

若已知力 F 的投影 F_x 、 F_y , 则可求出力 F 的大小和方向:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$\tan \alpha = \left| \frac{F_y}{F_x} \right| \quad (1-4)$$

式中, α 为力 F 与 x 轴所夹的锐角。

例 1-1 试分别计算图 1-14 中各力在 x 、 y 轴上的投影。已知 $F_1 = 100 \text{ N}$, $F_2 = 150 \text{ N}$, $F_3 = F_4 = 200 \text{ N}$, 各力的方向如图所示。

解: 由式(1-3)可求出各力在 x 、 y 轴上的投影为

$$F_{1x} = -F_1 \cos 45^\circ = -100 \text{ N} \times 0.707 = -70.7 \text{ N}$$

$$F_{1y} = F_1 \sin 45^\circ = 100 \text{ N} \times 0.707 = 70.7 \text{ N}$$

$$F_{2x} = -F_2 \cos 30^\circ = -150 \text{ N} \times 0.866 = -129.97 \text{ N}$$

$$F_{2y} = -F_2 \sin 30^\circ = -150 \text{ N} \times 0.5 = -75 \text{ N}$$

$$F_{3x} = F_3 \cos 90^\circ = 200 \text{ N} \times 0 = 0 \text{ N}$$

$$F_{3y} = -F_3 \sin 90^\circ = -200 \text{ N} \times 1 = -200 \text{ N}$$

$$F_{4x} = F_4 \cos 60^\circ = 200 \text{ N} \times 0.5 = 100 \text{ N}$$

$$F_{4y} = -F_4 \sin 60^\circ = -200 \text{ N} \times 0.866 = -173.2 \text{ N}$$

1.2.2 合力投影定理及其应用

设平面汇交力系由力 $F_1, F_2, \dots, F_n$ 组成(图 1-15a), 应用力的可传性将各力分别沿其作用线移到汇交点(图 1-15b), 连续应用力的平行四边形法则, 可以将平面汇交力系合成为一个过汇交点的合力 F_R (图 1-15c), 且合力的矢量等于各分力的矢量和, 即

$$F_R = F_1 + F_2 + \dots + F_n = \sum F_i \quad (1-5)$$

式(1-5)两边同时分别向 x 、 y 轴投影, 可得

$$F_{Rx} = F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = \sum F_{ix}$$

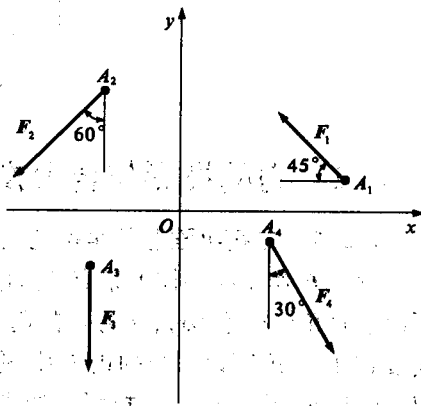


图 1-14

$$F_{Ry} = F_{1y} + F_{2y} + \cdots + F_{ny} = \sum F_y \quad (1-6)$$

式(1-6)即是合力投影定理:合力在坐标轴上的投影,等于各分力在同一轴上投影的代数和。

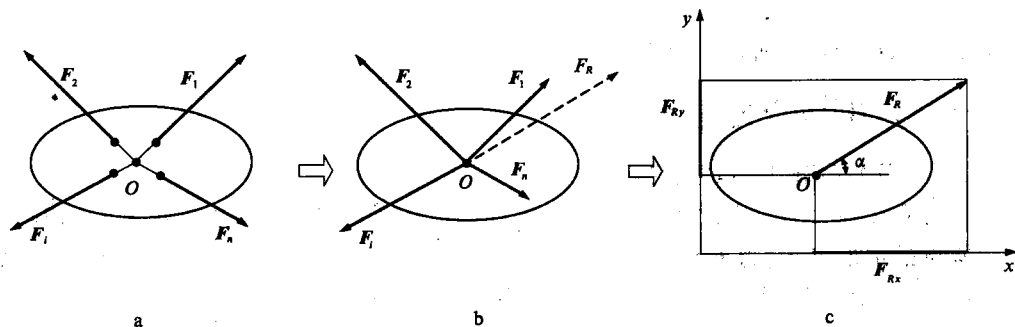


图 1-15

应用合力投影定理,可以求出平面汇交力系合力 F_R 的大小和方向:

$$\left. \begin{aligned} F_R &= \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2} \\ \tan \alpha &= \left| \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} \right| = \left| \frac{\sum F_y}{\sum F_x} \right| \end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

式中, α 为合力 F_R 与 x 轴所夹的锐角,合力的作用线通过力系的汇交点 O ,具体指向可由 F_{Rx} 和 F_{Ry} 的正负确定。

例 1-2 如图 1-16a 所示的平面汇交力系,已知 $F_1 = 30 \text{ N}$, $F_2 = 100 \text{ N}$, $F_3 = 20 \text{ N}$ 。试求该力系的合力。

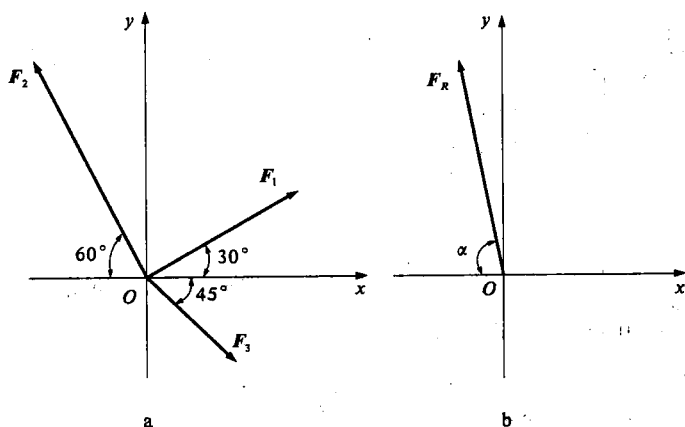


图 1-16

解: 建立直角坐标系(图 1-16a)。由式(1-6)计算合力 F_R 在 x 、 y 轴上的投影为

$$F_{Rx} = \sum F_x = F_1 \cos 30^\circ - F_2 \cos 60^\circ + F_3 \cos 45^\circ = -9.88 \text{ N}$$

$$F_{Ry} = \sum F_y = F_1 \sin 30^\circ + F_2 \sin 60^\circ - F_3 \sin 45^\circ = 87.46 \text{ N}$$

则合力 F_R 的大小为

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(-9.88 \text{ N})^2 + (87.46 \text{ N})^2} = 88.02 \text{ N}$$

合力 F_R 的方向为

$$\tan \alpha = \left| \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} \right| = \left| \frac{87.46}{-9.88} \right| = 8.852, \alpha = 83.554^\circ$$

因为 F_{Rx} 为负, F_{Ry} 为正, 所以合力 F_R 指向左上方(图 1-16b)。

1.3 力矩与合力矩定理

1.3.1 平面问题中力对点之矩

1. 力对点之矩 力对点之矩, 是力使物体绕某点转动效应的度量。考察图 1-17a 所示扳手拧螺母的情形可知, 力 F 使扳手绕螺母中心 O 点的转动效应, 不仅与力 F 的大小成正比, 而且与 O 点到力作用线的垂直距离 d 成正比。因此, 可用两者的乘积 Fd 来度量力 F 使扳手绕 O 点转动的效应。 O 点称为矩心, 矩心 O 到力作用线的垂直距离 d 称为力臂。此外, 扳手的转向可能是逆时针方向, 也可能是顺时针方向。因此, 可以用力的大小与力臂的乘积 Fd 再冠以适当的正负号来表示力 F 使物体绕 O 点转动的效应(图 1-17b、c), 称为力 F 对 O 点之矩, 简称为力矩, 用 $M_O(F)$ 表示。一般规定: 力使物体绕矩心逆时针方向转动时, 力矩为正; 反之, 为负。所以力对点之矩是代数量, 即

$$M_O(F) = \pm Fd \quad (1-8)$$

力矩的单位为 $\text{N} \cdot \text{m}$ 或 $\text{kN} \cdot \text{m}$ 。

由力矩的定义可知:

- (1) 当力的大小等于零或力的作用线通过矩心(力臂 $d=0$)时, 力对点之矩等于零。
- (2) 当力沿其作用线移动时, 力对点之矩不变。

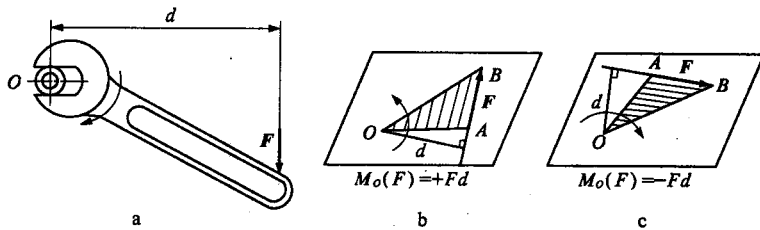


图 1-17

2. 合力矩定理 如图 1-18a 所示直齿圆柱齿轮受啮合力 F_n 的作用, 齿轮的节圆(啮合圆)的半径为 r , 压力角为 α , 则啮合力 F_n 对轮轴 O 点之矩为

$$M_O(F) = F_n d = F_n r \cos \alpha$$

若将啮合力 F_n 分解为圆周力 F_t 和径向力 F_r (图 1-18b), 力 F_t 和 F_r 对轮轴 O 点力矩的代数和为

$$\begin{aligned} M_O(F_t) + M_O(F_r) &= F_n \cos \alpha \cdot r + 0 \\ &= F_n r \cos \alpha = M_O(F_n) \end{aligned}$$

上式表明, 合力对平面内任一点之力

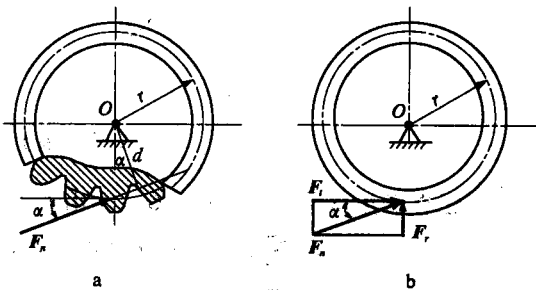


图 1-18