高等学校教材经典同步辅导丛书理化类
配高教社《物理学》(第四版)
东南大学等七所工科院校 编　马文蔚 改编

物理学

上、中、下册合订本（第四版）

同步辅导及习题全解

华腾教育教学与研究中心
丛书主编 清华大学 何联毅
本书主编 清华大学 王 飞

- 紧贴教材：精讲重点 点拨方法 联系考研
- 考试宝典：教材精华 经典试卷 常考试题
- 学习卡：资料下载 信息交流 互动论坛
- 课后习题：三级突破 分析要点 总结难点

中国矿业大学出版社

高等学校教材经典同步辅导丛书

物理学

同步辅导及习题全解

华腾教育教学与研究中心
丛书主编　清华大学　何联毅
本书主编　清华大学　王　飞

中国矿业大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

物理学同步辅导及习题全解/王飞主编．—徐州：中国矿业大学出版社，2006.8

(高等学校教材经典同步辅导丛书)

ISBN 7-81107-400-1

Ⅰ．物…　Ⅱ．王…　Ⅲ．物理学—高等学校—教学参考资料　Ⅳ．O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第086929号

书　　名　物理学同步辅导及习题全解
主　　编　王　飞
责任编辑　罗　浩
出版发行　中国矿业大学出版社
印　　刷　北京市昌平百善印刷厂
经　　销　新华书店
开　　本　787×1092　1/16　**本册印张** 21.125　**本册字数** 456千字
版次印次　2006年8月第1版　2006年8月第1次印刷
总 定 价　157.50元

前言 PREFACE

《物理学》是现代高等院校物理专业重要的基础课.为了帮助读者更好地学好这门课程,掌握更多知识,我们根据多年的教学经验编写了这本《物理学同步辅导及习题全解》.书中对教材中的习题做了详细的解答,对一些概念性较强的题目给出了基本理论和解题方法,并对重点、难点和疑点作了注释.

本书作为一类习题性的辅助教材,旨在使读者掌握更多的知识,扩展解题思路.考虑到读者的不同情况,我们在内容上做了以下安排:

1. 学习要求:根据考试大纲的要求,总结各章重要知识点.

2. 知识网络图:以图表的形式贯穿本章知识网络,提纲挈领,统领全章,使知识体系更加系统化.

3. 课后习题全解:本书给出了各章课后习题的答案.我们不仅给出了详细的解题过程,而且还对解题思路或方法作了简要的说明.

编写本书时,依据大学本科现行教材及教学大纲的要求,参考了清华大学、北京大学、同济大学、浙江大学、东南大学、人民大学、复旦大学等高等院校的教材,并结合教学大纲的要求进行编写.

我们衷心希望本书提供的内容能够对读者在掌握课程内容、提高解题能力上有所帮助.同时,由于编者的水平有限,本书难免出现不妥之处,恳请广大读者批评指正.

华腾教育教学与研究中心

目录 CONTENTS

第一章

质点运动学

学习要求

1. 了解质点、参考系、坐标系、时刻和时间等物理概念.
2. 掌握位矢、位移、速度和加速度等描述运动及其变化的一些物理量的定义和性质(相对性、矢量性、瞬时性),并能借助直角坐标系计算质点作平面运动时的上述这些物理量.
3. 掌握并会运用直线运动、抛体运动和圆周运动的基本规律,能运用 $x-t$、$v-t$、$a-t$ 图线讨论直线运动,理解圆周运动中角量与线量的关系.
4. 理解速度合成定理,并会求解简单的相对运动问题.

知识网络图

- 质点运动学
  - 质点运动的描述
    - 参考系　质点
    - 位置矢量　运动学方程　位移
    - 速度
    - 加速度
  - 加速度为恒矢量的质点运动
    - a 为恒矢量时质点的运动方程
    - 斜抛运动
  - 圆周运动
    - 平面极坐标
    - 圆周运动的角速度
    - 圆周运动的切向加速度和法向加速度　角加速度
  - 相对运动
    - 时间与空间
    - 相对运动

课后习题全解

○1－1　已知质点沿 x 轴作直线运动，其运动方程为

$$x=2\ \mathrm{m}+(6\ \mathrm{m\cdot s^{-2}})t^2-(2\ \mathrm{m\cdot s^{-3}})t^3$$

求：(1)质点在运动开始后 4.0 s 内的位移的大小；(2)质点在该时间内所通过的路程.

解　(1)由 $x=2+6t^2-2t^3$ m 可得

$t=0$ s 时：　$x_0=2$ m

$t=4$ s 时：　$x_4=2+6\times4^2-2\times4^3=-30$ m

所以质点在开始运动后 4.0 s 内的位移大小为

$$\Delta x=x_4-x_0=-30-2=-32\ \mathrm{m}$$

(2)由上面的计算可知　$x_1(t=1)=2+6-2=6$ m

可见质点在开始时沿 x 轴正向运动，而在某时刻速度开始反向并沿 x 轴负方向运动，计算这一反向时刻：

令 $v=0$，即

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=12t-6t^2=0$$

可解得 $t_1=0$ s，$t_2=2$ s. 可见在第二秒末速度反向，为此第二秒内通过的路程为

$$\Delta x_1=x_2-x_0=(2+6\times2^2-2\times2^3)-2=10-2=8\ \mathrm{m}$$

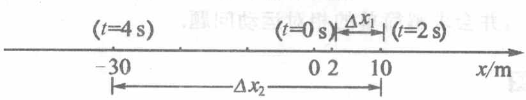
从第二秒末反向运动到第四秒末运动的路程为

$$\Delta x_2=|x_4-x_2|=|-30-10|=40\ \mathrm{m}$$

质点开始运动 4.0 s 内的路程为

$$\Delta x=\Delta x_1+\Delta x_2=48\ \mathrm{m}$$

为了清楚起见. 解 1－1 图有助于对上述计算的理解.



解 1－1 图

○1－2　一质点沿 x 轴方向作直线运动，其速度与时间的关系如题 1－2 图所示. 设 $t=0$ 时，$x=0$. 试根据已知的 $v-t$ 图，画出 $a-t$ 图以及 $x-t$ 图.

解　由于 $v-t$ 图线的斜率即为加速度，则从已知的 $v-t$ 图可得：

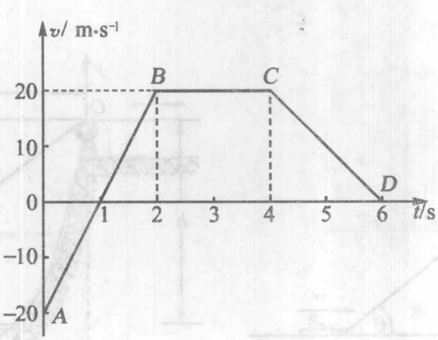
0－2 s　$$a_{0-2}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{20-(-20)}{2-0}=20\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

2－4 s　$$a_{2-4}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{20-20}{4-2}=0\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

4－6 s　$$a_{4-6}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{0-20}{6-4}=-10\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

根据以上结果作图，如解 1－2 图(a)所示.

由上述得到的加速度结果，可知在各段中加速度均为常数，故可用匀变速直线运动公式 $x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2$ 求出各段中对应的 $x(t)$，由函数 $x(t)$ 可作出 $x-t$ 图.



题 1—2 图

0—2 s：

$$\because x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2$$

$x_0=0\ \mathrm{m}$， $v_0=-20\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$， $a=20\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$

$$\therefore x=-20t+10t^2\ \mathrm{m}$$

并可求得

$$x_1=-10\ \mathrm{m},\qquad x_2=0\ \mathrm{m}$$

2—4 s：

$$\because x=x'_0+v'_0t'+\frac{1}{2}a't'^2$$

$x'_0=x_2=0\ \mathrm{m}$， $v'_0=v_2=20\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$

$a'=a_{2-4}=0\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$， $t'=t-2\ \mathrm{s}$

$$\therefore x=20(t-2)\ \mathrm{m}$$

并可求得

$$x_4=40\ \mathrm{m}$$

4—6 s：

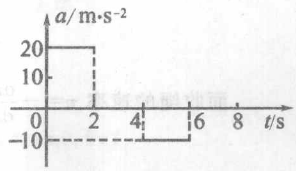
$$\because x=x''+v''_0t''+\frac{1}{2}a''t''^2$$

$x''_0=x_4=40\ \mathrm{m}$， $v''_0=v_4=20\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$

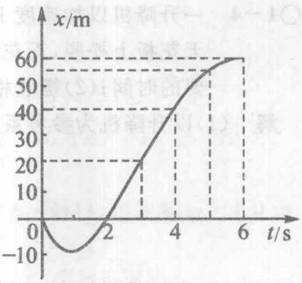
$a''=a_{4-6}=-10\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$， $t''=t-4\ \mathrm{s}$

$$\therefore x=40+20(t-4)+\frac{1}{2}\times(-10)\times(t-4)^2$$

$$=-5t^2+60t-120\ \mathrm{m}$$



(a)



(b)

解 1—2 图

并可求得 $x_6=60$ m. 为便于作图，用上述方法分别求出 $t=3$ s 时和 $t=5$ s 时质点的位置为 $x_3=20$ m，$x_5=55$ m.

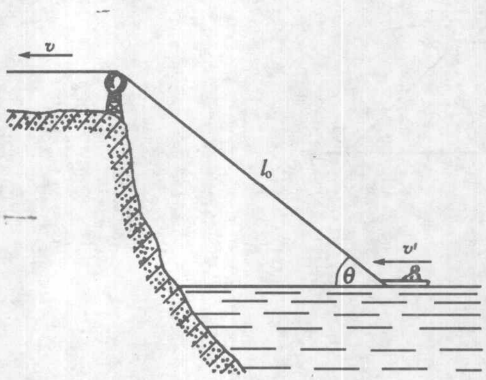
根据以上所求，作 $x-t$ 图如解 1—2 图(b)所示.

◎**1—3** 如题 1—3 图所示，湖中有一小船. 岸上有人用绳跨过定滑轮拉船靠岸. 设滑轮距水面高度为 h，滑轮到原船位置的绳长为 l_0，试求：当人以匀速 $\boldsymbol{v}$ 拉绳，船运动的速度 $\boldsymbol{v}'$ 为多少？

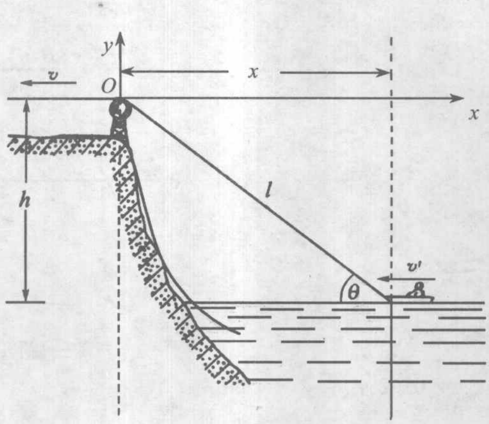
分析 寻找各物理量之间的运动关系，几何关系．

解 取如解 1—3 图所示的直角坐标系．船的运动方程为

$$\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+(-h)\boldsymbol{j}$$



题 1－3 图



解 1－3 图

船的运动速度为

$$v' = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \frac{dx(t)}{dt}\boldsymbol{i} = \frac{d}{dt}\sqrt{r^2 - h^2}\,\boldsymbol{i} = \left(1 - \frac{h^2}{r^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \frac{dr}{dt}\boldsymbol{i}$$

而收绳的速率 $v = -\frac{dr}{dt}$，且因 $r = l_0 - vt$，故

$$v' = -v\left[1 - \frac{h^2}{(l_0 - vt)^2}\right]^{-\frac{1}{2}}\boldsymbol{i}$$

○1－4　一升降机以加速度 1.22 m·s^{-2} 上升，当上升速度为 2.44 m·s^{-1} 时，有一螺丝自升降机的天花板上松脱，天花板与升降机的底面相距 2.74 m. 计算：(1)螺丝从天花板落到底面所需要的时间；(2)螺丝相对升降机外固定柱子的下降距离.

解　(1)以升降机为参考系，此时，螺丝相对它的加速度大小 $a' = g + a$，螺丝落至底面时，有

$$0 = h - \frac{1}{2}(g + a)t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g + a}} = 0.705 \text{ s}$$

(2)由于升降机在 t 时间内上升的高度为

$$h' = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

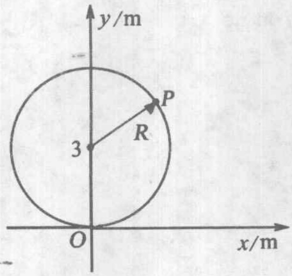
则 $d = h - h' = 0.716$ m

○1－5　一质点 P 沿半径 $R = 3.00$ m 的圆周作匀速率运动，运动一周所需时间为 20.0 s，设 $t = 0$ 时，质点位于 O 点. 按题 1－5 图中所示 Oxy 坐标系，求：(1)质点 P 在任意时刻的位矢；(2) 5 s 时的速度和加速度.

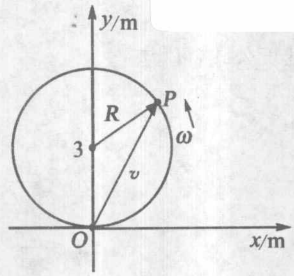
解　(1)设质点绕圆周逆时针转动，$t = 0$ 时，位于 O 点，取 O 点为原点，按解 1－5 图中所示 Oxy 坐标系，质点的运动方程为

$$\begin{cases} x = R\sin\omega t \\ y = R(1 - \cos\omega t) \end{cases}$$

其中



题 1—5 图



解 1—5 图

$$R=3.00\ \text{m},\qquad \omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{20.0}=0.1\pi\ \text{s}^{-1}$$

于是有

$$\begin{aligned}\boldsymbol{r}&=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}\\&=R\sin\omega t\boldsymbol{i}+R(1-\cos\omega t)\boldsymbol{j}\\&=3.0\sin(0.1\pi t)\boldsymbol{i}+3.0(1-\cos 0.1\pi t)\boldsymbol{j}\ \text{m}\end{aligned}$$

(2)由 $\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}$ 可得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{v}(t=5\ \text{s})&=R\omega\cos\omega t\boldsymbol{i}+R\omega\sin\omega t\boldsymbol{j}\big|_{t=5\text{s}}\\&=3.0\times0.1\pi\times\cos0.5\pi\boldsymbol{i}+3.0\times0.1\pi\times\sin0.5\pi\boldsymbol{j}\\&=0+0.3\pi\boldsymbol{j}=0.3\pi\boldsymbol{j}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\end{aligned}$$

由

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=-R\omega^2\sin\omega t\boldsymbol{i}+R\omega^2\cos\omega t\boldsymbol{j}$$

可得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}(t=5\text{s})&=-3.0\times(0.1\pi)^2\sin0.5\pi\boldsymbol{i}+3.0\times(0.1\pi)^2\times\cos0.5\pi\boldsymbol{j}\\&=-0.03\pi^2\boldsymbol{i}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}\end{aligned}$$

○1—6 一质点自原点开始沿抛物线 $2y=x^2$ 运动，它在 Ox 轴上的分速度为一恒量，其值为 $v_x=4.0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$，求质点位于 $x=2.0$ m 的速度和加速度.

解 速度公式为

$$\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}$$

其中

$$v_x=4.0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

由题可知

$$y=\frac{1}{2}x^2$$

所以

$$v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=x\cdot v_x$$

当 $x=2.0$ m 时

$$v_y=2.0\times4.0=8.0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

可得

$$v=v_x i+v_y j=4.0i+8.0j\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

由加速度公式,可得

$$a=a_x i+a_y j$$

其中

$$a_x=\frac{dv_x}{dt}=0$$

$$a_y=\frac{dv_y}{dt}=\frac{dx}{dt}\cdot v_x=v_x^2=16\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

可得

$$a=a_x i+a_y j=16j\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

○1－7　质点在 Oxy 平面内运动,其运动方程为

$$r=(2.00\ \mathrm{m\cdot s^{-1}})ti+[19.0\ \mathrm{m}-(2.00\ \mathrm{m\cdot s^{-2}})t^2]j$$

求:(1)质点的轨迹方程;(2)在 $t_1=1.00$ s 到 $t_2=2.00$ s 时间内的平均速度;(3) $t_1=1.00$ s 时的速度及切向和法向加速度.

解　(1)由运动方程

$$r=2ti+(19-2t^2)j\ \mathrm{m}$$

可知

$$\begin{cases}x=2t\ \mathrm{m}\\ y=19-2t^2\ \mathrm{m}\end{cases}$$

将 $t=\frac{1}{2}x$ 代入到 y 中,可得质点的轨迹方程

$$y=19-2\left(\frac{x}{2}\right)^2=19-\frac{1}{2}x^2$$

(2)

$$r_1=2i+(19-2\times1^2)j=2i+17j\ \mathrm{m}$$

$$r_2=4i+(19-2\times2^2)j=4i+11j\ \mathrm{m}$$

$$\Delta r=r_2-r_1=\Delta xi+\Delta yj=2i-6j\ \mathrm{m}$$

$$\Delta t=2-1=1\ \mathrm{s}$$

$$v=\frac{\Delta r}{\Delta t}=2i-6j\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

(3)由速度公式

$$v(t)=\frac{dr}{dt}=\frac{dx}{dt}i+\frac{dy}{dt}j=2i-4tj\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

可得 $t_1=1.00$ s 时

$$v(t)|_{t=1\mathrm{s}}=2i-4j\ \mathrm{m/s}$$

由加速度公式有

$$a=\frac{dv}{dt}=-4j\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

而

$$a=a_n+a_t,\quad a^2=a_n^2+a_t^2$$

其中

$$a_t=\frac{dv}{dt}e_t,\quad v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{4+16t^2}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

计算可得

$$\boldsymbol{a}_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\mathbf{e}_t=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\sqrt{4+16t^2})\mathbf{e}_t=16t(4+16t^2)^{-\frac{1}{2}}\mathbf{e}_t\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$t_1=1.00$ s 时

$$\boldsymbol{a}_t(t=1\ \mathrm{s})=3.58\mathbf{e}_t\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

$$\boldsymbol{a}_n=\sqrt{a^2-a_t^2}\,\mathbf{e}_n=\sqrt{4^2-3.58^2}\,\mathbf{e}_n=1.79\mathbf{e}_n\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

○1－8 质点的运动方程为 $x=(-10\ \mathrm{m\cdot s^{-1}})t+(30\ \mathrm{m\cdot s^{-2}})t^2$ 和 $y=(15\ \mathrm{m\cdot s^{-1}})t-(20\ \mathrm{m\cdot s^{-2}})t^2$，试求：(1)初速度的大小和方向；(2)加速度的大小和方向.

解 (1)由 $x=-10t+30t^2$ m，$y=15t-20t^2$ m 可得

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}=(-10t+30t^2)\boldsymbol{i}+(15t-20t^2)\boldsymbol{j}\ \mathrm{m}$$

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=(-10+60t)\boldsymbol{i}+(15-40t)\boldsymbol{j}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$t=0$ 时

$$\boldsymbol{v}_0=-10\boldsymbol{i}+15\boldsymbol{j}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$\boldsymbol{v}_0$的大小

$$v_0=\sqrt{v_{0x}^2+v_{0y}^2}=\sqrt{(-10)^2+15^2}$$
$$=\sqrt{325}=18.03\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$\boldsymbol{v}_0$与 x 轴夹角

$$\alpha=180^\circ+\arctan\left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}}\right)=180^\circ+\arctan\left(\frac{15}{-10}\right)=123^\circ41'$$

(2)$\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=60\boldsymbol{i}-40\boldsymbol{j}\mathrm{m\cdot s^{-2}}$

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2}=\sqrt{60^2+(-40)^2}=\sqrt{5200}=72.1\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

$\boldsymbol{a}$与 x 轴夹角

$$\beta=\arctan\left(\frac{a_y}{a_x}\right)=\arctan\left(\frac{-40}{60}\right)$$
$$=-33^\circ41'\quad(\text{或 }326^\circ19')$$

○1－9 一质点具有恒定加速度 $\boldsymbol{a}=(6\ \mathrm{m\cdot s^{-2}})\boldsymbol{i}+(4\ \mathrm{m\cdot s^{-2}})\boldsymbol{j}$，在 $t=0$ 时，其速度为零，位置矢量 $\boldsymbol{r}_0=10\ \mathrm{m}\boldsymbol{i}$. 求：(1)在任意时刻的速度和位置矢量；(2)质点在 Oxy 平面上的轨迹方程，并画出轨迹的示意图.

解 (1)$\boldsymbol{a}=6\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$， $t=0$ s， $v_0=0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$， $\boldsymbol{r}_0=10\boldsymbol{i}$ m

∵
$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$$

∴
$$\mathrm{d}\boldsymbol{v}=\boldsymbol{a}\mathrm{d}t$$

两边同时积分：

$$\boldsymbol{v}=\int_0^v \mathrm{d}\boldsymbol{v}=\int_0^t \boldsymbol{a}\mathrm{d}t=\int_0^t(6\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j})\mathrm{d}t$$
$$=6t\boldsymbol{i}+4t\boldsymbol{j}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

又∵
$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$$

∴
$$\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\boldsymbol{v}\,\mathrm{d}t$$

两边同时积分：

$$\int_{r_0}^{r} \mathrm{d}\boldsymbol{r}=\int_0^t \boldsymbol{v}\,\mathrm{d}t=\int_0^t (6t\,\boldsymbol{i}+4t\boldsymbol{j})\mathrm{d}t$$

可得

$$\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_0=3t^2\boldsymbol{i}+2t^2\boldsymbol{j}\ \mathrm{m}$$

∴

$$\boldsymbol{r}=(10+3t^2)\boldsymbol{i}+2t^2\boldsymbol{j}\ \mathrm{m}$$

(2)由 $\boldsymbol{r}=(10+3t^2)\boldsymbol{i}+2t^2\boldsymbol{j}$ m，可知

$$x=10+3t^2,\quad y=2t^2$$

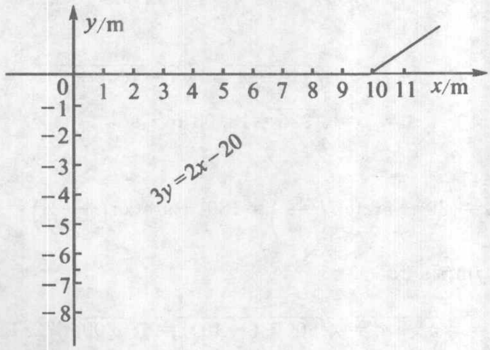
联立消去 t，可得

$$y=\frac{2}{3}(x-10)$$

即

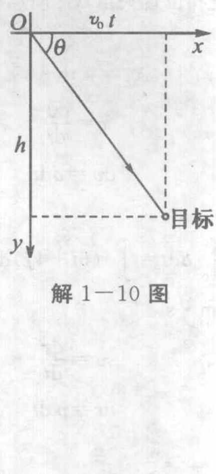
$$3y=2x-20\ \mathrm{m}$$

轨迹如解 1－9 图所示.



解 1－9 图

○**1－10** 飞机以 100 m·s^{-1}的速度沿水平直线飞行，在离地面高为 100 m 时，驾驶员要把物品空投到前方某一地面目标处，问：(1)此时目标在飞机下方前多远？(2)投放物品时，驾驶员看目标的视线和水平线成何角度？(3)物品投出 2.00 s 后，它的法向加速度和切向加速度各为多少？



解 1－10 图

解 如解 1－10 图所示，

(1)由 $x=v_0 t, y=\frac{1}{2}gt^2=h$

得

$$t=\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$x=v_0t=v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}=100\times\sqrt{\frac{2\times100}{9.8}}=452\ \text{m}$$

(2) $$\theta=\arctan\left(\frac{h}{x}\right)=\arctan\left(\frac{100}{452}\right)=12.5°$$

(3)物品运动时加速度为 $a=g$，由

$$v_x=v_0,\quad v_y=gt$$

可得

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{v_0^2+g^2\cdot t^2}=\sqrt{100^2+9.8^2t^2}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

∴ $$a_t=\frac{dv}{dt}=\frac{d}{dt}\sqrt{100^2+9.8^2t^2}=\frac{9.8^2t}{\sqrt{100^2+9.8^2t^2}}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

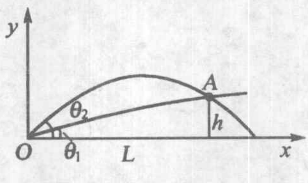
$t=2.0$ s 时

$$a_t=\frac{9.8^2\times2}{\sqrt{10000+9.8^2\times4}}=1.88\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

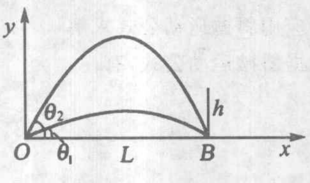
$$a_n=\sqrt{a^2-a_t^2}=\sqrt{9.8^2-1.88^2}=9.62\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

1－11 一足球运动员在正对球门前 25.0 m 处以 20.0 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 的初速率罚任意球，已知球门高为3.44 m，若要在垂直于球门的竖直平面内将足球直接踢进球门，问他应与地面成什么角度的范围内踢出足球？(足球可视为质点)

分析 寻找几何关系式，利用斜抛公式求解．



解 1－11 图(a)



解 1－11 图(b)

解 若运动员将足球踢进球门，他应与地面所成角度范围如图解 1－11 所示. 满足 $0\leqslant y\leqslant3.44$ m，故 θ_1 的取值范围是解 1－11 图(a)中 θ_1 到解 1－11 图(b)中 θ_1 之间，θ_2 的取值范围是解 1－11 图(b)中 θ_2 到解 1－11 图(a)中 θ_2 之间.

对于解 1－11 图(a)，有

$$x=v_0t\cos\theta$$

$$y=v_0t\sin\theta-\frac{1}{2}gt^2$$

消去 t，得

$$y=x\text{tg}\,\theta-\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2 \qquad ①$$

命中 A 点的条件为：$x=L$ 时，$y=h$，所以

$$h=L\text{tg}\,\theta-\frac{g}{2v_0^2}\sec^2\theta L^2$$