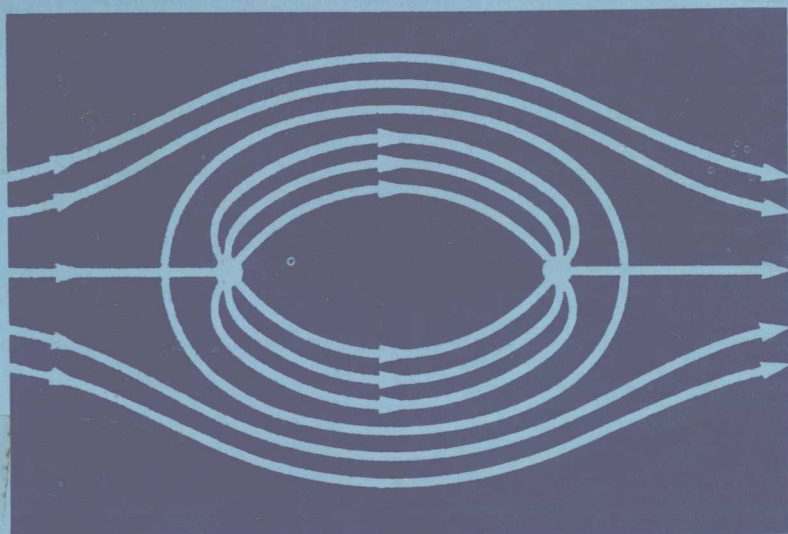


流体力学基础

杨景芳 编著



大连理工大学出版社

流体力学基础

杨景芳 编著

图书在版编目(CIP)数据

流体力学基础/杨景芳编著. —大连:大连理工大学出版社, 1994. 7

ISBN 7-5611-0936-9

I. 流… II. 杨… III. 流体力学-教材 IV. 035

中国版本图书馆 CIP 数据核字(94)第 09667 号

流体力学基础

Liuti Lixue Jichu

杨景芳 编著

* * *

大连理工大学出版社出版发行

(邮政编码 116024)

大连理工大学出版社激光照排中心排版

大连海事大学印刷厂印刷

* * *

开本: 850×1168 1/32 印张: 10 字数: 250 千字

1994 年 7 月第 1 版 1994 年 7 月第 1 次印刷

印数: 001—700 册

* * *

责任编辑: 水舟 责任校对: 子校

封面设计: 姜严军

* * *

ISBN 7-5611-0936-9

O · 122

定价: 7.50 元

前 言

本书是在校内讲义 1984 年版和 1988 年增订版基础上修改而成的。1984 年版是给土木、水利类各专业的本科生作为选修课教材的,目的是在水力学基础上学习流体力学的基本知识和基础理论,为毕业后工作打下较为坚实的流体力学的理论基础。1988 年增订版,增加了内容以后,除作为上述专业本科生的选修课教材外,又作为上述专业硕士研究生的必修课教材,只是本科生用时略去其中部分章节。本次修改出版仍坚持了这个宗旨。

作为流体力学教材,国内已有一些版本,但多为理科专业而编写。对于工程类专业学生而言,内容显得多而深,数学方法较难;另一些流体力学则多为机械类专业而编写,较多地结合专业。显然这类教材对于土木、水利类各专业的学生是不适宜的。而本书是针对土木、水利类各专业学生而编写的,力求简捷明了地讲述流体力学的基本概念、基本知识、基本理论及基本方法,应用的数学知识是高等数学、向量分析和复变函数的基本知识,未涉及张量。

全书内容包括:流体运动的基本概念,平面势流理论,旋涡运动的基本理论,微幅波理论,粘性流体运动的基本理论,紊流理论与扩散理论,边界层的基本理论。每章后均附习题及答案。书后附录总结性地介绍了向量分析知识和复变函数知识。考虑到应用本书的学生已学过水力学,因此流体静力学的内容未予编入。又考虑到土木、水利类专业遇到可压缩流体问题的机会很少,因此本书以不可压缩流体内容为主。

大连理工大学工程力学研究所赖国璋教授认真审阅了本书,并提出了许多宝贵意见;土木工程系测绘教研室王子茹副教授绘制了本书全部插图。对此一并表示衷心的感谢。

本书可作为土木、水利类各专业本科生的选修课教材,也可作为上述各专业硕士研究生的教材,同时还可以作为高等学校教师和工程技术人员的参考书。

由于编者水平所限,书中不当之处在所难免,敬请各位同行及使用此书的同志予以指正。

杨景芳

于大连理工大学

1994年5月

目 录

第一章 流体运动的基本概念	(1)
§ 1-1 描述流体运动的两种方法	(1)
§ 1-2 迹线与流线	(5)
§ 1-3 流体微团运动的基本形式及速度分解定理	(8)
§ 1-4 无涡流与有涡流的概念	(14)
§ 1-5 连续方程式	(15)
§ 1-6 理想流体运动的基本微分方程式	(18)
§ 1-7 理想流体动力学问题、初始条件及边界条件	(20)
§ 1-8 理想流体运动微分方程式的积分	(23)
习题一	(32)
第二章 平面势流理论	(37)
§ 2-1 势流与流速势函数	(37)
§ 2-2 平面流动与流函数	(40)
§ 2-3 复变函数的概念与复势	(43)
§ 2-4 简单平面流动的复势	(46)
§ 2-5 复势的叠加	(52)
§ 2-6 镜像法	(63)
§ 2-7 保角变换原理及许瓦兹变换	(67)
§ 2-8 勃拉提斯公式	(76)
§ 2-9 儒可夫斯基变换及带有速度环量的平板绕流	(81)
§ 2-10 平面势流的有限差分解法	(88)

§ 2-11 附加质量力与附加质量	(97)
§ 2-12 轴对称势流	(100)
习题二	(109)
第三章 旋涡运动的基本理论	(120)
§ 3-1 速度环量、涡线、涡管及涡(通)量	(120)
§ 3-2 速度环量与涡(通)量之间关系的斯托克斯定理	(122)
§ 3-3 速度环量不随时间变化的凯尔文定理	(125)
§ 3-4 涡管强度保持不变的亥姆霍兹定理	(127)
§ 3-5 直线涡内部和外部的速度和压强分布	(129)
§ 3-6 曲线涡束产生诱导速度的毕奥—沙伐尔定律	(133)
§ 3-7 直线涡束的相互作用	(136)
§ 3-8 速度不连续面与涡层	(139)
§ 3-9 直线上等间距排列的涡列	(141)
§ 3-10 卡门涡街	(145)
习题三	(150)
第四章 微幅波理论	(153)
§ 4-1 波浪及其分类	(153)
§ 4-2 微幅浅水推进波	(156)
§ 4-3 微幅深水推进波和长波	(162)
§ 4-4 微幅浅水立波	(167)
§ 4-5 波群速、波能及其输送、浅水变形	(172)
习题四	(181)
第五章 粘性流体运动的基本理论	(183)
§ 5-1 纳维埃—斯托克斯运动方程式	(183)
§ 5-2 无量纲的纳维埃—斯托克斯运动方程式	(191)
§ 5-3 二元平板间的层流运动	(193)
§ 5-4 圆管中的层流运动	(195)
§ 5-5 突然开始运动的平板上的流动	(198)

§ 5-6 斯托克斯流动	(202)
§ 5-7 奥辛流动	(208)
习题五	(209)
第六章 紊流理论与扩散理论	(212)
§ 6-1 雷诺方程式	(212)
§ 6-2 关于紊流附加切应力的假说	(216)
§ 6-3 圆管中的层流底层及紊流的分类	(218)
§ 6-4 水力光滑管紊流	(221)
§ 6-5 水力粗糙管紊流	(227)
§ 6-6 分子扩散的费克定律	(230)
§ 6-7 欧拉的紊流扩散方程式	(238)
§ 6-8 一元总流的纵向移流离散	(241)
习题六	(246)
第七章 边界层的基本理论	(248)
§ 7-1 边界层的基本概念	(248)
§ 7-2 边界层的运动微分方程式	(249)
§ 7-3 边界层中的各种厚度	(253)
§ 7-4 边界层的动量方程式和摩擦切应力	(255)
§ 7-5 光滑平板上的层流边界层	(258)
§ 7-6 光滑平板上的紊流边界层	(262)
§ 7-7 光滑平板上的混合边界层	(265)
§ 7-8 粗糙平板上的紊流边界层	(269)
§ 7-9 曲线上的边界层	(273)
§ 7-10 边界层的分离和形状阻力	(275)
习题七	(280)
参考文献	(283)
附录 A 向量分析知识	(285)
附录 B 复变函数知识	(294)

第一章 流体运动的基本概念

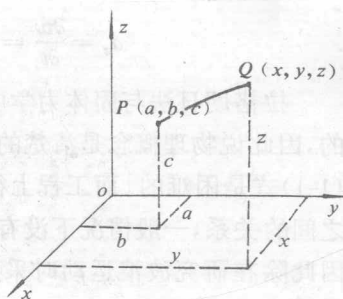
§ 1-1 描述流体运动的两种方法

在研究流体运动时,常采用下面两种方法:拉格朗日(Lagrange)法和欧拉(Euler)法。

一、拉格朗日法

拉格朗日法是从研究个别流体质点的运动规律(即流体质点的位移随时间的变化规律)出发,通过对每个流体质点运动规律的研究从而获得整个流体运动规律的一种方法。

各特定流体质点用初始坐标(a, b, c)加以区别。 (a, b, c) 称为拉格朗日参数。如理 1-1 图所示,假设在某瞬时 t_0 某流体质点的初始坐标为 $P(a, b, c)$,在时刻 t 该流体质点移动到点 $Q(x, y, z)$ 。对于不同的流体质点将有不同的初始坐标 (a, b, c) ,在 t 时刻将移动到与 $Q(x, y, z)$ 不同的位置处。这样就用流体质点的初始坐标 (a, b, c) 将所有的流体质点区分开了。



理 1-1 图

在任意时刻 t ,任意流体质点的运动坐标 x, y, z 由拉格朗日参数 a, b, c 及时间 t 确定,即

$$\left. \begin{aligned} x &= F_1(a, b, c; t) \\ y &= F_2(a, b, c; t) \\ z &= F_3(a, b, c; t) \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

在(1-1)式中,令 a, b, c 为常数, t 为变数,则可以得出某个指定的流体质点在任意时刻的位置。如果令 t 为常数, a, b, c 为变数,就可以得到某一瞬时不同流体质点在空间上的分布情况。

任一流体质点的速度 V 在 x, y, z 轴的分量为

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial F_1(a, b, c; t)}{\partial t} \\ v &= \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial F_2(a, b, c; t)}{\partial t} \\ w &= \frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial F_3(a, b, c; t)}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

而加速度为

$$\left. \begin{aligned} a_x &= \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 F_1(a, b, c; t)}{\partial t^2} \\ a_y &= \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 F_2(a, b, c; t)}{\partial t^2} \\ a_z &= \frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 F_3(a, b, c; t)}{\partial t^2} \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

拉格朗日法与固体力学中研究质点和质点系运动的方法是相同的,因此说物理概念是清楚的。但是对于许许多多的流体质点要写出(1-1)式是困难的。而工程上往往只要求了解流动空间中各运动要素之间的关系,一般情况下没有必要弄清楚每个流体质点的运动情况。因此除在研究波浪运动时采用拉格朗日法外,均采用下面介绍的欧拉法。

二、欧拉法

它是通过研究不同的流体质点通过固定空间点的运动来获得整个流动空间内流体的运动规律。它包含两个内容:其一是分析在某个空间点处流体质点的运动要素随时间的变化,其二是分析从一个空间点转移到另外一空间点时流体质点的运动要素的变化。这就是说,欧拉法不去研究个别流体质点运动的全过程,而是研究流场中各点

的运动要素的变化。打个比方,为了了解一条河流的水位和流速的变化情况。常沿河设置若干个水文站,每个水文站可以记录下所在位置处的水位和流速随时间的变化。汇集所有水文站在每个时刻记录下的水位和流速,就可以了解到整个河流中水位和流速的变化情况。

因为不同空间点由不同的流体质点占据,同一空间点不同时刻由不同质点占据,所以,流场中各运动要素是位置坐标 (x, y, z) 和时间 t 的函数。

假设某流体质点在任意时刻 t 通过空间点 $P(x, y, z)$ 时的速度分量为

$$\left. \begin{aligned} u &= f_1(x, y, z; t) \\ v &= f_2(x, y, z; t) \\ w &= f_3(x, y, z; t) \end{aligned} \right\} \quad (1-4)$$

dt 时间后该流体质点到达点 $Q(x+udt, y+vdt, z+wdt; t+dt)$, 这时的速度分量应该用新的位置坐标代入(1-4)式而得到。 dt 时间内速度的变化为

$$\begin{aligned} du &= u(x+udt, y+vdt, z+wdt; t+dt) \\ &\quad - u(x, y, z; t) \\ &= \frac{\partial u}{\partial t} dt + u \frac{\partial u}{\partial x} dt + v \frac{\partial u}{\partial y} dt + w \frac{\partial u}{\partial z} dt \\ dv &= v(x+udt, y+vdt, z+wdt; t+dt) \\ &\quad - v(x, y, z; t) \\ &= \frac{\partial v}{\partial t} dt + u \frac{\partial v}{\partial x} dt + v \frac{\partial v}{\partial y} dt + w \frac{\partial v}{\partial z} dt \\ dw &= w(x+udt, y+vdt, z+wdt; t+dt) \\ &\quad - w(x, y, z; t) \\ &= \frac{\partial w}{\partial t} dt + u \frac{\partial w}{\partial x} dt + v \frac{\partial w}{\partial y} dt + w \frac{\partial w}{\partial z} dt \end{aligned} \quad (1-5)$$

式中: $udt=dx, vdt=dy, wdt=dz$ 。

因此单位时间内速度的变化,即 x, y, z 方向的加速度分别为

$$\left. \begin{aligned} \frac{du}{dt} &= \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{dv}{dt} &= \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{dw}{dt} &= \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

一般在流体力学中常用随体导数 D/Dt 代替 d/dt , 即

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z} \quad (1-7)$$

右边第 1 项表示空间某点处流体质点在 dt 时间内速度在 x, y, z 方向的变化率, 称为时间加速度, 或者叫做局部加速度。其后各项表示同一瞬间在相距 dx, dy, dz 的两空间点处流体质点的速度变化率, 称为位移加速度, 或者叫做地点加速度。

若引入微分算子

$$\nabla = i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \quad (1-8)$$

并注意到速度向量 $V = iu + jv + kw$, 运用向量点积公式, 则得加速度 a 的向量表示式为

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + (V \cdot \nabla)V \quad (1-9)$$

〔例 1-1〕 已知某流体的速度场为

$$V = (6xy + 5xt)i - 3y^2j + (7xy^2 - 5xt)k$$

试求: 流体在点 $(2, 1, 4)$ 及时间 $t=3$ 时的速度及加速度。

解: 在点 $(2, 1, 4)$ 及 $t=3$ 时的速度为

$$\begin{aligned} V &= (6 \times 2 \times 1 + 5 \times 2 \times 3)i - 3 \times 1^2j \\ &\quad + (7 \times 2 \times 1^2 - 5 \times 4 \times 3)k \\ &= 42i - 3j - 46k \end{aligned}$$

由上式可知: $u=42, v=-3, w=-46$ 。

$$a = \frac{DV}{Dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + u \frac{\partial V}{\partial x} + v \frac{\partial V}{\partial y} + w \frac{\partial V}{\partial z}$$

其中: $\frac{\partial V}{\partial t} = 5xi - 5zk, \frac{\partial V}{\partial x} = (6y + 5t)i + 7y^2k$

$$\frac{\partial V}{\partial y} = 6xi - 6yj + 14xyk, \frac{\partial V}{\partial z} = -5tk$$

故
$$\begin{aligned} a &= (10i - 20k) + 42[(6 + 15)i + 7k] \\ &\quad - 3[12i - 6j + 28k] - 46[-15k] \\ &= 856i + 18j + 880k \end{aligned}$$

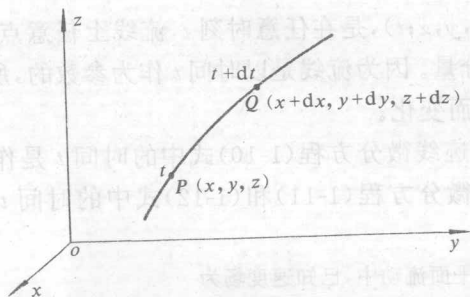
即, $a_x = 856, a_y = 18, a_z = 880$ 。

§ 1-2 迹线与流线

一、迹线

特定位置 (x, y, z) 处某流体质点随时间推移所走的轨迹叫做迹线。如理 1-2 图所示, 曲线 AB 为一迹线, 在 t 时刻该质点位于点 P (x, y, z) 处。经过 dt 时段后该质点移动到点 Q $(x+dx, y+dy, z+dz)$ 处, 其中 $dx = udt, dy = vdt, dz = wdt$, 因此迹线方程为

$$\frac{dx}{u(x, y, z; t)} = \frac{dy}{v(x, y, z; t)} = \frac{dz}{w(x, y, z; t)} = dt \quad (1-10)$$

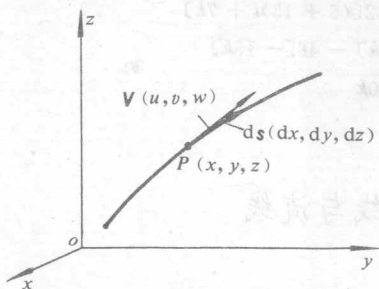


理 1-2 图

二、流线

在某一指定时刻, 通过某一空间点在流场内画一条瞬时曲线, 如

此时曲线上每个流体质点的速度向量都在该点与曲线相切,则此曲线称为流线。它是采用欧拉法研究流体质点运动要素的基础。



理 1-3 图

因为流线是由速度场所决定的,所以流线的微分方程式也由速度场写出。如理 1-3 图所示,速度场中 P 点的速度为 $V = ui + vj + wk$ 。在 P 点处的元弧向量为 $ds = dx i + dy j + dz k$ 。根据流线定义,向量 V 应该与向量 ds 方向一致。根据二向量方向一致的条件,其方向系数应当成比例,即对于直角

坐标:

$$\frac{u(x, y, z; t)}{dx} = \frac{v(x, y, z; t)}{dy} = \frac{w(x, y, z; t)}{dz} \quad (1-11)$$

对于圆柱坐标:

$$\frac{V_r(r, \theta, z; t)}{dr} = \frac{V_\theta(r, \theta, z; t)}{r d\theta} = \frac{V_z(r, \theta, z; t)}{dz} \quad (1-12)$$

式中:例如 $u(x, y, z; t)$, 是在任意时刻 t , 流线上任意点 (x, y, z) 处 x 轴方向的速度分量。因为流线是以时间 t 作为参数的, 所以非恒定流时, 流线随时间而变化。

请注意:在迹线微分方程(1-10)式中的时间 t 是作为自变量出现的,而在流线微分方程(1-11)和(1-12)式中的时间 t 是作为参数或常数出现的。

〔例 1-2〕 在平面流动中,已知速度场为

$$\begin{cases} u = at \\ v = b \end{cases} \quad (a, b \text{ 为常数})$$

试求:迹线和流线方程式,并描出图形。

解:(1) 迹线方程式及其图形

迹线的微分方程式为

$$\frac{dx}{at} = \frac{dy}{b} = dt$$

以 t 作为变数积分, 得

$$\begin{cases} x = \frac{a}{2}t^2 + x_0 \\ y = bt + y_0 \end{cases}$$

式中 (x_0, y_0) 为 $t=0$ 时流体质点的位置坐标。上式是以 t 作为参数的迹线方程式。若消去 t , 则得

$$x = \frac{a}{2b^2}(y - y_0)^2 + x_0$$

即为抛物线方程。取 $a=b=1, t=0$ 时, 在 $(0,0)$,

$(0,1), (1,0), (1,1), (2,0), (2,1)$ 点流体质点的迹线如例 1-2a 图所示。

(2) 流线方程式及其图形

流线的微分方程式为

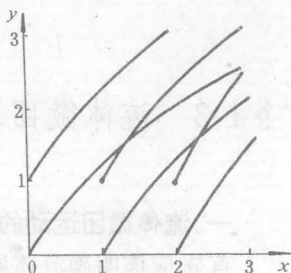
$$\frac{dx}{at} = \frac{dy}{b}$$

将式中 t 作为常数积分, 得

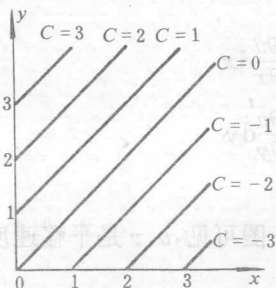
$$y = \frac{b}{at}x + C$$

式中积分常数 C 由某具体时刻的位置坐标确定。

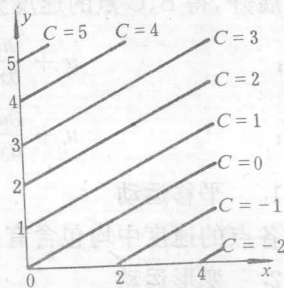
如令 $a=b=1, t=1, 2$ 时, 则得流线图如例 1-2b 图所示。



例 1-2a 图



(a) $t=1$



(b) $t=2$

例 1-2b 图

§ 1-3 流体微团运动的基本形式及速度分解定理

一、流体微团运动的基本形式

首先应该明确流体质点与流体微团的区别。流体质点是可以忽略线性尺度效应(伸缩、变形和转动)的流体最小单元,而流体微团是由流体质点组成的具有线性尺度效应的微小流体团。

为了将流体的运动加以分类和建立应力与应变之间的关系,有必要研究流体微团的运动形式。由理论力学可知,刚体有平移和旋转两种运动形式。而流体运动则不同,由于流体微团在流场中各点的速度不同,但又要保持流体本身的连续性,因此流体微团除有平移和旋转运动外,还有变形运动。下面将分析流体微团的三种运动形式。

为简明计,这里只研究如理 1-4 图所示的平面运动中的流体微团。设在 t 时刻流体微团为矩形 $ABDC$,经过 dt 时段后它移动到新的位置并变形为 $A'B'D'C'$ 。又设 t 时刻角点 A 的速度为 u, v ,根据泰勒级数展开,得 B, C 点的速度分别为

$$B \text{ 点: } \quad u + \frac{\partial u}{\partial x}dx, \quad v + \frac{\partial v}{\partial x}dx$$

$$C \text{ 点: } \quad u + \frac{\partial u}{\partial y}dy, \quad v + \frac{\partial v}{\partial y}dy$$

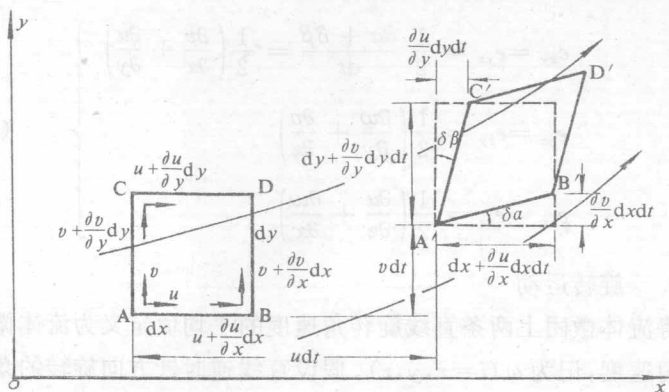
1. 平移运动

各点的速度中均包含有 u, v ,由理 1-4 图可见, u, v 是平移速度。

2. 变形运动

(1) 线变形

以 AB 边为例,因为角点 B 沿 x 方向的速度比角点 A 快(或慢) $(\partial u / \partial x)dx$,所以经过 dt 时段后, AB 边在 x 方向的伸长(或缩短)量



理 1-4 图

为 $(\partial u / \partial x) dx \cdot dt$ 。单位时间单位长度的线变形称为线变形速度，并记为 $e_{ii} (i=x, y, z)$ ，则

$$\left. \begin{aligned} e_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} dx \cdot dt / (dx \cdot dt) = \frac{\partial u}{\partial x} \\ \text{同理} \quad e_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} \\ e_{zz} &= \frac{\partial w}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (1-13)$$

(2) 剪切变形

将平面上角变形速度之半定义为流体微团的剪切变形速度，记为 $e_{ij} (i, j=x, y, z, \text{但 } i \neq j)$ 。由理 1-4 图可知，A 点的角度变化为

$$\angle CAB - \angle C'A'B' = \delta\alpha + \delta\beta$$

$$\text{而} \quad \delta\alpha = \frac{\partial v}{\partial x} dx \cdot dt / (dx + \frac{\partial u}{\partial x} dx \cdot dt) \approx \frac{\partial v}{\partial x} dt \quad (1)$$

$$\delta\beta = \frac{\partial u}{\partial y} dy \cdot dt / (dy + \frac{\partial v}{\partial y} dy \cdot dt) \approx \frac{\partial u}{\partial y} dt \quad (2)$$

$$\text{所以} \quad \delta\alpha + \delta\beta = \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) dt$$