Http://www.nwpup.com

精品课程 名师讲堂

●内容提要 ●问题解析 ●一题多解

大学物理学

——辅导讲案

任保文 编著

西北工业大学出版社

FUDAO JIANGAN

Http://www.nwpup.com

JINGPIN KECHENG MINGSHI JIANGTANG

精品课程·名师讲堂丛书

大学物理学辅导讲案

——概念解析与一题多解

任保文 编著

西北工业大学出版社

【内容简介】 本书包括工科物理教学大纲要求的基本内容，共分 8 个部分，每部分包括：内容提要——便于读者复习；问题解析——用于解惑答疑；一题多解——提供了较多的解题思路和方法。书后附有 4 套模拟试题，用以检验复习效果。本书是国内少见的一题多解类物理参考书。

本书可供工科各专业大学生学习及考研复习，教师备课参考。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学辅导讲案/任保文编著．—西安：西北工业大学出版社，2008.2

（精品课程·名师讲堂丛书）

ISBN 978-7-5612-2337-6

Ⅰ．大… Ⅱ．任… Ⅲ．物理学—高等学校—教学参考资料 Ⅳ．061

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 001990 号

出版发行：西北工业大学出版社
通信地址：西安市友谊西路 127 号 邮编：710072
电　　话：(029)88493844 88491757
网　　址：www.nwpup.com
印 刷 者：陕西丰源印务有限公司
开　　本：850 mm×1 168 mm 1/32
印　　张：9.125
字　　数：302 千字
版　　次：2008 年 2 月第 1 版 2008 年 2 月第 1 次印刷
定　　价：13.00 元

前　　言

大学物理是理工科大学的一门重要的基础课。学习和掌握一定的物理知识对学生后续课程的学习以及知识更新都是至关重要的。这也是当代大学生综合素质所要求的。

本书以国家高校工科物理教学大纲为基础，以提高学生的科学素质、思维方法、解题能力和掌握物理思想、概念、知识为目的，并不拘泥于某教材，而是从物理课程特点出发编写的，全书共 8 个部分，每部分均设计了三个板块：

（1）内容提要。列出了主要内容、基本概念及定理，并对核心内容及难点做了不同程度的解释。

（2）问题解析。精选了大学物理中一些基本问题，并进行了较为详尽的讨论。这些问题的内容涵盖了工科物理的基本思想、概念和方法；解析初学大学物理者常犯错误及较难理解的问题。在部分问题之后，还选编了针对性很强的思考题，以提供进一步的强化训练，检验复习效果，培养学生独立处理问题的能力。

（3）一解多解。编选工科大学物理中一些基本题、典型题、课程结业常考题、少量难题，均给出了较为详尽的多种解法。这些题涉及工科物理常见题的类型、初学大学物理者常犯错误及难以想到的技巧和方法。在部

分题目之后，有针对性地选编了若干思考题，作为练习，开拓学生思路，加强解题技巧与能力，以达到提高综合素质之目的。

书后，编写了两套物理课程结业水平的模拟题及两套综合模拟题，并附有参考答案，以供解后参考。

一些题的解法对学生掌握高等数学知识的要求较高，部分问题稍难，具体要求以教学大纲为准或以授课教师要求为准，读者可酌情处理。

感谢郑亚娥审阅了全书的初稿。

由于编者水平所限，不妥之处在所难免，恳请读者指正。

任保文
2007 年 12 月
于西安电子科技大学

目　录

第1部分 质点力学

1.1 内容提要

一、质点运动学

1. 质点

质点是忽略物体形状和大小的一种理想模型，可看成几何点加上质量的物体。

参考系：被选作参考的物体。

坐标系：参考系的数学抽象。

2. 质点的运动方程

位矢法：$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t)$，$\boldsymbol{r}$ 的末端点构成的集合为运动轨迹。

坐标法：$x = x(t)$，$y = y(t)$，$z = z(t)$

自然坐标法：$s = s(t)$

平面极坐标法：$r = r(t)$，$\theta = \theta(t)$

3. 质点的位移、速度、加速度

位移：$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t + \Delta t) - \boldsymbol{r}(t)$

速度：$\boldsymbol{v} = \lim \dfrac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{v}(t)$

加速度：$\boldsymbol{a} = \lim\limits_{\Delta t\to 0} \dfrac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$

4. 位矢 $\boldsymbol{r}$、位移 $\Delta\boldsymbol{r}$、速度 $\boldsymbol{v}$、加速度 $\boldsymbol{a}$ 在直角坐标系中的表示

位矢：$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$，$r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

$\cos\alpha = \dfrac{x}{r}$，$\cos\beta = \dfrac{y}{r}$，$\cos\gamma = \dfrac{z}{r}$，$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$

位移：$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t + \Delta t) - \boldsymbol{r}(t) = \Delta x\boldsymbol{i} + \Delta y\boldsymbol{j} + \Delta z\boldsymbol{k}$

速度：$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k}$

加速度：$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k}=$

$a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k}$

一维直线运动 $x=f(t)$，　速度 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}$，　加速度 $a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$

5. 自然系中的速度和加速度

速度：$\boldsymbol{v}=v\boldsymbol{\tau}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}$

自然坐标系$(\boldsymbol{\tau},\boldsymbol{n})$：$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}}{\mathrm{d}\theta}=\boldsymbol{n}$，　$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{n}}{\mathrm{d}\theta}=-\boldsymbol{\tau}$，　$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\theta}=\rho$

切向加速度和法向加速度：$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(v\boldsymbol{\tau})=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}+v\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}+\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{n}$

$\boldsymbol{a}=a_\tau\boldsymbol{\tau}+a_n\boldsymbol{n}$，　$a_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2s}{\mathrm{d}t^2}$，　$a_n=\frac{v^2}{\rho}$，其中 $\rho=\frac{[1+(y')^2]^{\frac{3}{2}}}{|y''|}$

$a=\sqrt{a_\tau^2+a_n^2}=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{v^2}{\rho}\right)^2}$，　$\rho=\frac{v^2}{\sqrt{a^2-a_\tau^2}}$（惠更斯公式）

6. 圆周运动的角量表示

角坐标：$\theta=\theta(t)$，　$s=R\theta$，　$s=s(t)$，　$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(R\theta)=R\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$

角速度：$\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$

加速度：$\beta=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$，　$a_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=R\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=r\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}=R\beta$，　$a_n=\frac{v^2}{R}=\omega^2R$

7. 常见的几种运动

匀加速圆周运动	匀加速直线运动
$\omega=\omega_0+\beta t$	$v=v_0+at$
$\theta-\theta_0=\omega_0t+\frac{1}{2}\beta t^2$	$x-x_0=v_0t+\frac{1}{2}at^2$
$\omega^2-\omega_0^2=2\beta(\theta-\theta_0)$	$v^2-v_0^2=2a(x-x_0)$

8. 相对运动

S' 相对于 S 作平动：$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}'+\boldsymbol{r}_0$

位移：$\Delta \boldsymbol{r} = \Delta \boldsymbol{r}' + \Delta \boldsymbol{r}_0$，$\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}'}{\mathrm{d}t} + \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}_0}{\mathrm{d}t}$

绝对速度等于相对速度加牵连速度：$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}' + \boldsymbol{v}_0$ 或 $\boldsymbol{v}_{B对A} = \boldsymbol{v}_B - \boldsymbol{v}_A$

绝对加速度等于相对加速度加牵连加速度，即

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}' + \boldsymbol{a}_0 \quad 或 \quad \boldsymbol{a}_{B对A} = \boldsymbol{a}_B - \boldsymbol{a}_A$$

研究物体的运动要注意描述的瞬时性、相对性、矢量性和绝对性。

二、牛顿运动定律

9. 牛顿运动定律

(1) 牛顿第一定律：任何质点都保持静止或匀速直线运动状态，直到其他物体对它作用的力迫使它改变这种状态为止。(孤立质点保持静止或匀速直线运动状态。)

孤立质点相对其静止或作匀速直线运动的参考系为惯性参考系。

牛顿第二定律：质点所获得的加速度的大小，与它所受作用力的大小成正比，与它的质量成反比；加速度的方向与所受作用力的方向相同，即 $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$。

(2) 牛顿第二定律一方面给出了惯性质量和力的操作性定义；另一方面又是建立质点动力学微分方程的基础。

说明：质量是物体惯性大小的量度。经典力学中质点的质量是常量，与位置、速度及加速度皆无关，是个基本假设。请勿混淆其与相对论中的差别，勿忘记经典力学这个大前提，否则常常出错。

直角坐标系：$F_x = ma_x = m\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}$，$F_y = ma_y = m\dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}$，$F_z = ma_z = m\dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}$

自然坐标系：$F_\tau = ma_\tau = m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$，$F_n = ma_n = m\dfrac{v^2}{\rho}$

平面极坐标系：$r = r(t)$，$\theta = \theta(t)$，$\boldsymbol{r} = r(t)\boldsymbol{r}_0$，$\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}_0}{\mathrm{d}\theta} = \boldsymbol{\theta}_0$，$\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}_0}{\mathrm{d}\theta} = -\boldsymbol{r}_0$

$$F_r = ma_r = m\left[\frac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}t^2} - \left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right)^2 r\right]$$

$$F_\theta = ma_\theta = m\left(r\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} + 2\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right)$$

(3) 牛顿第三定律：$\boldsymbol{F}_1 = -\boldsymbol{F}_2$，两个质点间的作用力和反作用力总是同时成对出现，大小相等，方向相反，作用在同一条直线上。

注：牛顿第三定律对参考系没有特殊要求，对场力近似成立。

10. **力的独立作用原理**

如果一个质点同时受多个力的作用，这些力各自产生的动力学效果不受其他力的存在的影响。

注：牛顿三定律及力的独立作用原理是经典力学的基本假设。

11. **国际单位制和量纲**

国际单位制(SI)

长度	质量	时间	电流强度	热力学温度	物质的量	发光强度
米(m)	千克(kg)	秒(s)	安[培](A)	开[尔文](K)	摩[尔](mol)	坎[德拉](cd)

量纲：基本量的组合式。长度为 L，质量为 M，时间为 T，速度为 LT^{-1}。

12. **几种常见的力**

万有引力定律：任何两质点间都存在相互作用引力，方向沿两质点连线，大小为 $f = G\dfrac{Mm}{r^2}$，其中 m，M 为引力质量，与惯性质量相等；万有引力常量 $G = 6.67\times10^{-11}\ \mathrm{m^3\cdot kg^{-1}\cdot s^{-2}}$，$m$ 受的力为 $\boldsymbol{f} = -G\dfrac{Mm}{r^3}\boldsymbol{r}$。

经典力学中其他常见的力：重力、弹簧弹性力、柔软绳的张力、刚性线或面的支撑力、刚性线或面的摩擦力、洛伦兹力、质点在流体中受的阻尼力等。

13. **惯性系和非惯性系**

牛顿运动定律成立的参考系叫惯性系，不成立的参考系叫非惯性系。相对于惯性系作匀速直线运动的参考系是惯性系。

平动非惯性系中质点动力学方程为

$$\boldsymbol{F} + \boldsymbol{f} = m\boldsymbol{a}'$$

其中 $\boldsymbol{f} = -m\boldsymbol{a}_0$ 为惯性力，是虚拟的一种力，没有施力物体，也没有反作用力，不满足牛顿第三定律。

匀角速度转动参照系中质点动力学方程为

$$\boldsymbol{F} + 2m\,\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{f} = m\,\boldsymbol{a}' \quad \text{(科里奥利定理)}$$

其中 $\boldsymbol{f} = -m\boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{r})$ 是惯性离心力；$\boldsymbol{f}_c = 2m\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{\omega}$ 是科里奥利力。

14. **应用牛顿定律解题的一般步骤**

选取研究对象，分析受力情况，画出受力图，选取坐标系，列方程求解，讨论。

注：正确选用适当的坐标系及恰当的变量是很重要的，这关系到求解问题的繁简以至成败，而且又没有简单的规则可遵循，所以读者在学习理论及解题的过程中，对这个问题要给予足够的重视。

15. **牛顿运动定律的适用范围**

宏观、低速(v与光速c之比趋于零)运动的物体,以及牛顿三定律为基础的动力学理论和牛顿的万有引力定律等。

三、功与动能定理

16. **功的定义及计算**

元功:$dA = \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} = F\cos\theta ds$,$d\boldsymbol{r}$为力作用点的位移或物体的位移。

$$功:A = \int dA = \int_{a(L)}^{b} \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} = \int_{a(L)}^{b} F_x dx + F_y dy + F_z dz =$$

$$\sum_i \int_{a(L)}^{b} \boldsymbol{F}_i \cdot d\boldsymbol{r}_i = \sum_i A_i$$

对弧长的积分:$A = \int_{a(L)}^{b} \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} = \int_{a(L)}^{b} F\cos\theta ds$

对坐标的积分:$A = \int_{a(L)}^{b} F_x dx + F_y dy + F_z dz$

滑动摩擦力的功:$A = \int_{a(L)}^{b} \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} = \int_{a(L)}^{b} \mu mg(-1)ds = -\mu mgs$

功率:$P = \frac{dA}{dt} = \frac{\boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}}{dt} = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{v}$

17. **几种常见力的功**

重力的功:$A = \int_{a(L)}^{b} \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} = \int_{z_1}^{z_2} F_z dz = \int_{z_1}^{z_2} -mg dz = -mg(z_2 - z_1)$

$$万有引力的功:A = \int_{a(L)}^{b} \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} = \int_{a(L)}^{b} -G\frac{mM\boldsymbol{r}}{\boldsymbol{r}^2}\frac{\boldsymbol{r}}{r} \cdot d\boldsymbol{r} = \int_{r_a}^{r_b} -G\frac{mM}{r^2} dr =$$

$$GmM\left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\right)$$

弹性力的功:$A = \int_{a(L)}^{b} \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} = \int_{x_a}^{x_b} -kx dx = -\frac{1}{2}k(x_b^2 - x_a^2)$

注:重力、万有引力、弹性力做功与质点走过的路径无关;摩擦力的功与路径有关。弹簧的弹性力做功与路径也无关,这是因为有心力做功与路径无关,而弹簧的弹性力是有心力,所以弹簧的弹性力做功与路径无关。

18. **动能定理**

质点的动能:$E_k = \frac{1}{2}mv^2$

质点动能定理:$dE_k = dA$ 或 $\Delta E_k = A$

质点系动能：$E_k = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2$

质点系动能定理：$dE_k = dA^{外} + dA^{内}$ 或 $\Delta E_k = A^{外} + A^{内}$

注：动能定理适用于惯性系，内力和$\sum_i \boldsymbol{f}_i = \boldsymbol{0}$，但$\sum_i \boldsymbol{f}_i \cdot d\boldsymbol{r}_i \neq 0$，对质点系合力做功无意义，只能先计算每个力的功，然后对功求和。虽说功和动能都是与参考系有关的量，但各种惯性系中动能定理的形式不变，即满足相对性原理。如考虑惯性力做功，则非惯性系中动能定理的形式亦不变，质心系中惯性力做功为零，动能定理的形式亦不变，即 $dE_{kr} = dA_r^{外} + dA_r^{内}$。

19. **应用动能定理解题的一般步骤**

选取研究对象；分析受力及各力做的功；取坐标系及始末状态；列方程求解；讨论结果。

20. **保守力场**

保守力：做功与路径无关的力，即$\oint_L \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} = 0$。

对保守力场可引入势能，其定义为 $E_p(M) = \int_M^R \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$。势能 $E_p(M)$ 是质点与保守力场共同具有的，$E_p(M) = \int_R^R \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} = 0$，$R$参考点就是零势能点，势能只具有相对意义。

同一质点在保守力场中任意两点上势能的差值与参考点的选择无关。

$$E_p(M) - E_p(N) = \int_M^R \boldsymbol{M} \cdot d\boldsymbol{r} - \int_N^R \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} = \int_M^R \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} + \int_R^N \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} = \int_M^N \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$$

重力 $\boldsymbol{F} = -mg\boldsymbol{k}$ 的势能为

$$E_p(M) = \int_M^R \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} = \int_z^0 -mg\,dz = mgz$$

万有引力 $\boldsymbol{F} = -\frac{Gm_1m_2}{r^3}\boldsymbol{r}$ 的势能。求 m_2 在 m_1 的引力场中的势能。设 m_2 和 m_1 相距为 r，则 $E_p(r) = \int_r^\infty \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} = -\frac{Gm_1m_2}{r}$。$m_2$ 在 m_1 的引力场中的势能等于 m_1 在 m_2 的引力场中的势能，也等于 m_1 和 m_2 共同具有的引力势能。以 ∞ 为参考点时，引力势能才是这一表达式。

弹性力 $\boldsymbol{F} = -kx\boldsymbol{i}$ 的势能 $E_p(x) = \int_M^R \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r} = \int_x^0 -kx\,dx = \frac{1}{2}kx^2$。以弹簧

原长为参考，弹簧的弹性力势能为 $E_p(x)=\frac{1}{2}kx^2$。

势能等于每一种势能的代数和，不同的保守力场参考点不必相同。

21. **保守力与势能的关系**

保守力做功等于势能增量的负值：$A=-\Delta E_p$

力等于势能梯度的负值：$\boldsymbol{F}=-\nabla E_p=-\left(\frac{\partial E_p}{\partial x}\boldsymbol{i}+\frac{\partial E_p}{\partial y}\boldsymbol{j}+\frac{\partial E_p}{\partial z}\boldsymbol{k}\right)$

或
$$F_l=\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{l}^0=-\frac{\partial E_p}{\partial l}$$

22. **功能原理**

功能原理的微分形式：$\mathrm{d}A^{外}+\mathrm{d}A^{非保内}=\mathrm{d}E$

功能原理的积分形式：$A^{外}+A^{非保内}=E_2-E_1=\Delta E=\Delta(E_k+E_p)$

23. **机械能守恒定律**

如果仅有保守内力做功，$\mathrm{d}A^{外}\equiv\mathrm{d}A^{非保内}\equiv 0, E=C$ 机械能守恒定律。

注：功能原理和机械能守恒定律适用于惯性系。所谓某个物理量守恒是指这个物理量的数值始终保持不变，仅仅是始末状态相等不叫守恒。

能量守恒定律：能量不能消失，也不能创造，只能从一种形式转化为另一种形式。对孤立系统，各种形式的能量可以互相转化，但它们的总和是一个常量。

四、动量及动量定理

24. **动量定理**

质点的动量：$\boldsymbol{p}=m\boldsymbol{v}$

质点动量定理：$\mathrm{d}\boldsymbol{p}=\boldsymbol{F}\mathrm{d}t$ 或 $\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{F}\mathrm{d}t=\boldsymbol{p}_2-\boldsymbol{p}_1$

冲量：$\boldsymbol{I}=\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{F}\mathrm{d}t$，$\boldsymbol{F}\mathrm{d}t$ 为合外力的元冲量。

力的平均值：$\overline{\boldsymbol{F}}=\frac{\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{F}\mathrm{d}t}{t_2-t_1}$

冲量：$\boldsymbol{I}=\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{F}\mathrm{d}t=\overline{\boldsymbol{F}}(t_2-t_1)=\overline{\boldsymbol{F}}\Delta t$，$\boldsymbol{I}$ 与 $\overline{\boldsymbol{F}}$ 同方向，有

$$\Delta\boldsymbol{p}=\boldsymbol{I}=\overline{\boldsymbol{F}}\Delta t,\quad 即\ \overline{\boldsymbol{F}}=\frac{\Delta\boldsymbol{p}}{\Delta t}$$

质点系的动量：$\boldsymbol{p}=\sum_i\boldsymbol{p}_i=\sum_i m_i\boldsymbol{v}_i$

质点系受到的合外力：$\boldsymbol{F} = \sum_i \boldsymbol{F}_i$，　合内力 $\sum_i \boldsymbol{f}_i = 0$

质点系动量定理：$\mathrm{d}\boldsymbol{p} = \boldsymbol{F}\mathrm{d}t$　或　$\Delta\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}_2 - \boldsymbol{p}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{F}\mathrm{d}t$

注：动量定理只适用于惯性系，对于非惯性系要考虑惯性力的冲量。

25. **动量守恒定律**

动量守恒定律：质点系受到的合外力 $\boldsymbol{F} = \sum_i \boldsymbol{F}_i = \boldsymbol{0}$，动量守恒 $\sum_i m_i \boldsymbol{v}_i = \boldsymbol{C}$。如果 $\boldsymbol{F} \neq \boldsymbol{0}$，$\boldsymbol{F}$ 在 $\boldsymbol{l}$ 方向的投影为零，则在该方向上动量守恒，$\sum_i m_i \boldsymbol{v}_{il} = C$；或外力 $\boldsymbol{F}$ 方向恒定，则在垂直于 $\boldsymbol{F}$ 方向上的动量守恒。此条件相对较松，因而更常用。

说明：动量守恒是指系统动量始终保持不变。只是始末时刻动量相等，动量不守恒。动量守恒的条件是 $\boldsymbol{F}_{外} \equiv \boldsymbol{0}$，不是 $\boldsymbol{I} = \boldsymbol{0}$。$\boldsymbol{F}_{外} \equiv \boldsymbol{0}$ 是惯性系中动量守恒的充要条件，内力只能改变个别质点的动量，在微观世界仍然成立，只适用于惯性系。内力远大于外力且持续时间较短的过程，如爆炸、强烈碰撞过程，虽然有外力，也可近似使用动量守恒定律来处理。

26. **质心及质心运动定理**

质心是质点系质量中心的简称。

质心 c 的位矢：$\boldsymbol{r}_c = \dfrac{\sum_i m_i \boldsymbol{r}_i}{\sum_i m_i}$　或　$\boldsymbol{r}_c = \dfrac{\int \boldsymbol{r}\mathrm{d}m}{\int \mathrm{d}m}$

质心速度：$\boldsymbol{v}_c = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}_c}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\sum_i m_i \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}_i}{\mathrm{d}t}}{\sum_i m_i} = \dfrac{\sum m_i \boldsymbol{v}_i}{\sum m_i}$

系统动量：$\boldsymbol{p} = \sum_i m_i \boldsymbol{v}_i = (\sum_i m_i)\boldsymbol{v}_c = m\boldsymbol{v}_c$

系统动能：$E_k = \sum_i \dfrac{1}{2} m_i v_i^2 = \dfrac{1}{2} m v_c^2 + \sum_i \dfrac{1}{2} m_{ir} v_{ir}^2 \neq \dfrac{1}{2} m v_c^2$

质心运动定理：惯性系中 $\boldsymbol{F}_{外} = m\boldsymbol{a}_c$，其中 m 是系统总质量。

26. **两体碰撞**

碰撞中动量总是守恒的。

恢复系数：$e = \dfrac{|(\boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1)\cdot\boldsymbol{n}|}{|(\boldsymbol{v}_{10} - \boldsymbol{v}_{20})\cdot\boldsymbol{n}|}$，其中 $\boldsymbol{n}$ 为接触面的法向。$e = 1$ 为弹性；$e = 0$ 为非弹性；$0 < e < 1$ 非完全弹性。有摩擦力时切线方向由冲量定理确定。

27. **变质量系统的运动**

密舍尔斯基方程：$\boldsymbol{F}_{外} = \dfrac{\mathrm{d}(m\boldsymbol{v})}{\mathrm{d}t} - \boldsymbol{u}\dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$

注：若 $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{0}$，则$\dfrac{\mathrm{d}(m\boldsymbol{v})}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{F}_{外}$；若 $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{v}$，则 $m\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{F}_{外} = m(t)\boldsymbol{a}$。这与牛顿第二定律 $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$ 形式相同而本质不同。$\boldsymbol{F}_{外} = m\boldsymbol{a}_{c}$ 亦然。这是个容易出错的情况，请勿混淆！

1.2 问题解析

问题1-1 质点在Δt时间内沿曲线从A点运动到B点，试画出：(1) A,B两处质点的位矢；它与坐标原点的选择有关吗？(2) 质点在Δt时间内的$\Delta\boldsymbol{r}$,Δr,Δs。它们与坐标原点的选择有关吗？

答 (1) A 处的位矢为$\overrightarrow{OA}$，即 $\boldsymbol{r}(t)$；B 处的位矢为$\overrightarrow{OB}$，即 $\boldsymbol{r}(t+\Delta t)$。

如图 1-1 所示，很显然位矢定义点不同，位矢就不同，所以位矢与坐标原点（选为位矢的定义点）有关。

(2) 位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 是 $\boldsymbol{r}(t+\Delta t)$ 与 $\boldsymbol{r}(t)$ 两位矢之差，即 $\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t+\Delta t) - \boldsymbol{r}(t)$。而 Δr 是位矢大小之差，即 $\Delta r = |\boldsymbol{r}(t+\Delta t)| - |\boldsymbol{r}(t)|$。一般地 $\Delta r \neq |\Delta\boldsymbol{r}|$，即矢量增量的大小不等于矢量大小的增量。$\Delta s$ 是质点由 A 点到 B 点所走过的路程，总大于零，或者表示自然坐标的增量，是否大于零与自然坐标正向的选择有关，如图1-1 所示。$\Delta\boldsymbol{r}$,Δs 与坐标系的原点选择无关，而 Δr 与原点选择有关。

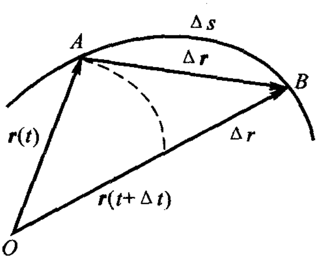

图 1-1

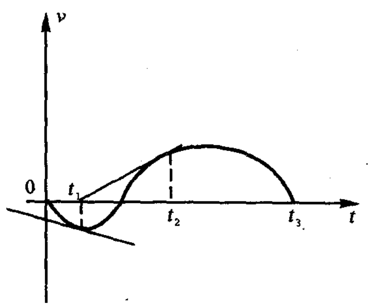

图 1-2

问题1-2 质点沿x轴作直线运动，其速度v与时间的关系如图1-2所示。

(1)t_1 时刻曲线的切线的斜率代表什么?

(2)t_1 到 t_2 曲线的割线的斜率代表什么?

(3)t 从 0 到 t_3,质点的位移可由什么表示?

(4)t 从 0 到 t_3,质点的路程可用什么表示?

答 (1) 表示 t_1 时刻的瞬时加速度 a。

(2) 表示 t_1 到 t_2 时刻质点的平均加速度 $\bar{a}$。

(3) 位移可表示为$\int_0^{t_3} v\mathrm{d}t = \int \mathrm{d}x = x(t_3) - x(0)$,也可用速度图线与 t 轴间面积的代数和来表示。

(4) 路程可表示为$\int_0^{t_3} |v|\,\mathrm{d}t = \int |\mathrm{d}x|$,也可用速度图线与 t 轴间面积的算术和来表示。

问题 1-3 一个质点作如图 1-3 所示的斜抛运动,忽略空气阻力。试问:

(1) $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ 是否变化?

(2) $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$ 是否变化?

(3) 法向加速度 a_n 是否变化?

(4) 图 1-3 所示轨道曲率半径何处最大?何处最小?其数值是多少?

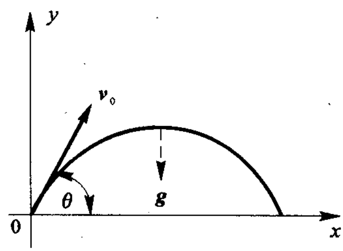

图 1-3

答 (1) 变化。$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ 是质点作曲线运动时的切向加速度分量,在斜抛运动中$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -g\sin\alpha$,其中 α 是 $\boldsymbol{g}$ 与法向的夹角,或速度 $\boldsymbol{v}$ 与 x 轴(水平) 之间的夹角。在轨道上不同点上角 α 不同,所以切向加速度变化。

(2) 不变。质点作斜抛运动时加速度$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{g}$ 是一个常矢量。

(3) 变化。法向加速度是质点加速度在轨道上各点沿法向的分量,即 $a_n = g\cos\alpha$,由于 α 角的变化,因此法向加速度大小也是变化的。

(4) 由法向加速度 $a_n = \frac{v^2}{\rho} = g\cos\alpha$ 及水平方向速度 $v\cos\alpha = v_0\cos\theta$ 得,$\rho = \frac{v_0^2\cos^2\theta}{g\cos^3\alpha}$。在轨迹的起点和落点 $\alpha = \theta$ 处曲率半径最大,其数值是 $\rho = \frac{v_0^2}{g\cos\theta}$。在最