

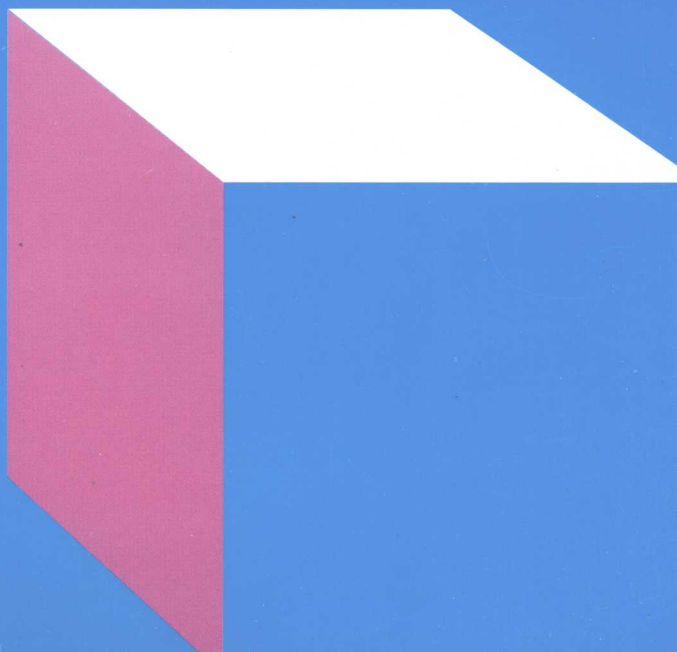
XINKEBIAOLUNCONG

第二辑

新课标 论丛

华东师范大学出版社

XINKEBIAO
LUNCONG



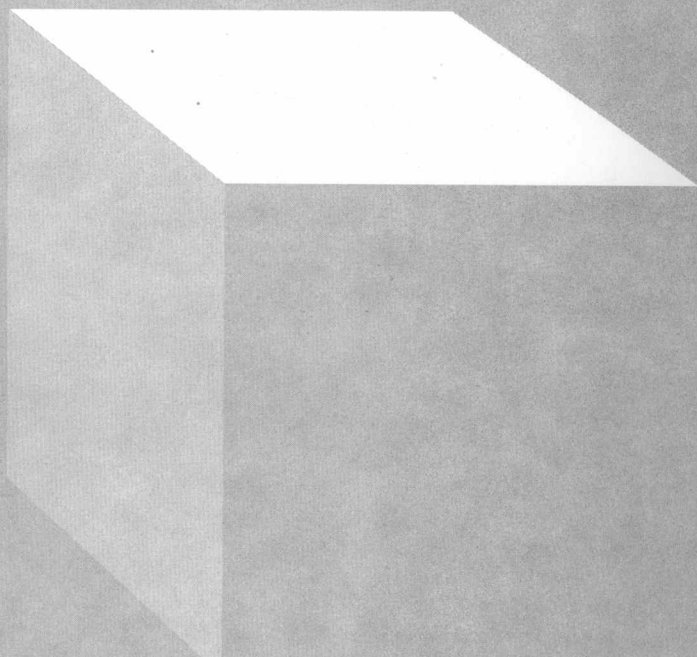
XINKEBIAOLUNCONG

第二辑

新课标 论丛

华东师范大学出版社

XINKEBIAO
LUNCONG



新课标论丛

(第二辑)

编者 本社
文字编辑 刘万红
封面设计 高山
版式设计 蒋克

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路3663号 邮编 200062
电 话 021-62450163 转各部 行政传真 021-62572105
网 址 www.ecnupress.com.cn www.hdsdbook.com.cn
市 场 部 传真 021-62860410 021-62602316
邮购零售 电话 021-62869887 021-54340188

印 刷 者 华东师范大学印刷厂
开 本 787×1092 16开
印 张 11.25
字 数 244千字
版 次 2008年2月第一版
印 次 2008年2月第一次
印 数 1100
书 号 ISBN 978-7-5617-5674-4/G·3316
定 价 16.00元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社市场部调换或电话 021-62865537 联系)

目 录

数 学 学 科

- 中学数学“课题学习”教学策略研究/1
- “整式的乘法”教材解读与教学实验/6
- 关于教学文化观念的开发/11
- 数学课堂教学中自主学习能力的培养/14
- 数学教学中如何培养学生的创新思维能力/17
- 如何培养学生的数学创新思维能力/21
- 中学数学合作学习的实践与思考/28
- 浅谈中学生数学应用能力的培养/31
- 初中数学课改新教材(华东师大版)的使用研究——练习题与习题的使用研究/37
- 开展合作学习,你准备好了吗? /45
- 浅谈数学课堂教学中的引入/52
- 信息技术与数学新课程的有机整合/58
- 试论分析和解决数学问题的能力要素及其培养途径/63
- 浅谈数感的培养/68
- 论新课标下“学困生”转化策略/73
- 课内有效兴趣技能训练的教学模式/79
- 初中数学新教材课堂有效性教学初探/84
- “身份证号码与学籍号”课题学习教学实践/89
- 浅谈数学课堂教学中学生自主学习能力的培养/93
- 设计开放型习题,培养学生的思维能力/97
- 浅谈抛物线顶点式的应用教学/100
- 中学数学创新教育探索/103
- 浅谈习题资源的开发/107
- 新课堂理念下的中学数学教学策略分析/111
- 面对新教材,探索新教法/116
- 浅谈解方程后的反思/121
- 新课程理念下的数学课堂教学/125

目 录

科学学科

- 培养问题意识 促进科学探索/130
- 学生科学概念学习中的认知障碍及应对策略/133
- 科学课堂上的争论/137
- 创造展示平台 提升实践能力/143
- 注重探究 培养思维/148

体育与健康学科

- 体育教学中实施探究式学习的实践与思考/150
- 对新课程改革中教师角色与教学行为变化认识与思考/156

历史学科

- 课堂因“歌唱”而生动/161
- 莫让历史课堂失“本色”/163
- 新课标,新思路,新方法/167
- 无心插柳柳成荫/171

中学数学“课题学习”教学策略研究

福建省晋江市陈埭民族中学 王洛阳

[摘要] 教学中应讲究“课题学习”的教学策略,实现有效教学。本文认为数学教材是数学课程资源的核心,教师应认真研读教材,开发及有机整合课程资源;数学教学是数学活动的教学,要对学生进行课题学习的学法指导。本文以课题学习《图形的镶嵌》为例指出教师应采用有效的教法,创设问题情境,激发学生兴趣;师生关系和谐互动,共同欣赏,进行有效的课题学习探索活动,让学生在课题学习过程异质合作、自主探索、合作交流和比较,检验自己的观点和实验结果的准确性和有效性。课堂中教师对学生的表现应及时评价。

[关键词] 中学数学 课题学习 教学策略

“课题学习”是以小课题的研究为形式的中学数学研究性学习方式,既是知识的阶段总结和拓展,又成为改善学生学习的一种重要方法,其实质是一种解决问题的活动。华东师大版义务教育课程标准实验教材《数学》里选取的“课题学习”,能引导学生进行探索与实践,都设计了几个探索活动内容,需要学生进行感受问题情景,建立数学模型,进行体验、动手制作,课外收集资料,自我设计进行求解,从而对问题进行解释和应用。因此,教学中应讲究“课题学习”的教学策略,实现“课题学习”的有效教学。

1. 认真研读教科书,开发和有机整合课程资源,确立“课题学习”的教学目标

1.1 数学教材是数学课程资源的核心,应认真研读教材,分析教材的地位和作用

在实施新课程中,要开发好课程资源,充分发挥课程资源的作用,教师应认识到数学教材是数学课程资源的核心,认真研读教材,在课标的框架内创造性地使用教材,大胆地对教材内容进行取舍、重组、优化,把教材的内容“个性化”,使之适宜自己的教学风格和学生的学习;在教学中注意发挥人力资源的作用,使学生通过课题学习获得一些数学研究方法,加深理解和巩固所学的数学知识。备课时应从知识结构看课题学习是对哪些知识点的小结和延续;引导学生能对知识系统地总结,使学生的思维得以拓展,并对数学知识的应用进行体验。在课题的探究活动中,要体现数学思想方法,数学人文和数学应用意识,为培养学生创新意识和能力提供一个发展的平台。

1.2 根据《数学课程标准》中要求的教学中应体现三个维度的整合要求、实验教材的教育理念及班级学生的具体情况,促使学生全面发展,确定教学目标

对知识目标的实现应巩固和体验数学知识间的内在联系,在课题学习过程中使学生掌握问题的解决方法,并懂得解释和说明,加深理解相关的数学知识。

对能力目标的实现应提高学生研究和解决实际问题的能力,丰富自己的研究策略和经验;培养学生收集处理信息和合作探究的学习能力;培养学生探索和总结数学问题的能力。通过对数据的描述和分析,了解数据在现实生活中的作用,从而了解数学的应用价值。

对情感目标的实现应注意通过观察、归纳、实验、合作探究的学习过程,使学生体验获得数学知识的成功和喜悦;通过获得成功的体验和克服困难的经历,增进应用数学的自信心。让学生欣赏丰富多彩的图案,体验数学美,提高审美情趣,激发学习兴趣。通过实践活动,学会与人合作,与人交流,培养良好的个性品质和实践能力。

依据课题学习的几个探索活动内容、《数学课程标准》中基本理念的要求,做到教学广度、深度及容量适中,从“课题学习”在教材中所处的地位和作用来说明教学重点;依据学生课题学习的能力、教学目标的要求来确定难点。

1.3 课题学习要对课程资源进行开发及有机整合

在课题学习中,要开发和利用各种教学资源和工具,利用数码相机、多媒体教室、实物投影仪、网络资源、学生自制学具、教学课件,学生进行数学社会实践,利用数码相机拍摄生活中用平面图形铺满地面的实例。

例如,在《图形的镶嵌》学习中,学生可进行数学社会实践,用数码相机拍摄生活中用平面图形铺满地面的实例。用数码相机,以4人异质合作学习小组为单位,到同学(或亲朋好友)家里调查各种形状地板图案;并将拍摄到的图片实例上传到校园网的《老师数学课堂》论坛中的《图形的镶嵌学习》栏,供上课使用和学生间的交流,培养学生搜集和整理信息的能力。数学老师可用flash制作任意一种四边形铺满地板的课件。从网上下载美丽的镶嵌图案供课堂使用;布置学生自制学具,用纸片制作7块全等的任意四边形,并把对应相等的角记上相同的颜色以供实验。充分对课程资源进行开发及有机整合。

2. 数学教学是数学活动的教学,要对学生进行课题学习的学法指导

《数学课程课标》指出:数学教学是数学活动的教学,是师生之间、学生之间交往互动与共同发展过程。教师进行学法指导,鼓励学生自主探索与合作交流,尊重学生的个性差异,满足学生多样化的学习需要。

教师在学情分析时应注意初中学生对身边事物已有一定观察力,能将简单的物体抽象成几何图形,有一定的抽象思维能力。他们的好奇心强,想象力丰富,思维活跃,乐意去亲身经历,用心灵去感受,与同伴交流看法。

2.1 教师应在课堂中建立和谐民主的师生关系,指导学生进行学习心理调节

心理调节对学法指导有着特殊意义,是对学生非智力因素的培养,其中包括学习数学的兴趣和习惯,以及获得成功或失败表现出来的情感。教师应在课堂中建立和谐民主的师生关系,激发学生兴趣,引导全体学生参与课题的学习和探索,体验数学探究的成功和失败;教师对不同层次的学生予以不同肯定和评价、表扬和鼓励,让学生感受到学习数学和应用数学的成功和喜悦。结合所教年级学生心理特点,把培养学生良好的数学学习习惯寓于生动的课堂学习中。

2· 中学数学“课题学习”教学策略研究

2.2 学生在课题学习中采用自主探究→合作交流→问题解决→互相评价的小组学习方式,进行异质合作小组学习

“组间同质,组内异质”,班级分为若干个学习小组,每组设一名组长,每小组设一名小组长。学生在小组中从事学习活动,借助学生之间的互动,能有效促进学生之间的共同进步。课题学习中通过学生成功的体验和克服困难的经历,会让探究活动很好地开展。学生从直接经验入手去拓展新知识,使不同层次学生能力得到发展;把间接经验转化为自己的知识能力和素养;学生在自主学习和探究中对新知识进一步归纳,强化、迁移、构建出新知识体系,内化为自己的素质;课堂中心在于学生通过驱动自己的学习动机积极主动地建构知识。此时,多元智力理论和建构主义理论在这里得以应用。

3. 教师应采用有效的教法,使学生形成自己对数学知识的理解和有效的学习策略

3.1 依据标准要求,选择有效的教学方法

《数学课程标准》中指出:“有效的数学学习过程不能单纯地依赖模仿与记忆,教师应引导学生好好地从事观察、实验、猜测、验证与交流等数学活动,从而使学生形成自己对数学知识的理解和有效的学习策略。”多元智力理论和建构主义理论对促进学生发展的课堂教学具有重要的指导意义。

例如,在进行《图形的镶嵌》课题学习中,本人在教学中根据这样的原则和所需完成的教学目标,采用下面教学方法:

① 建立问题情境→学习目标→自主探究和合作交流相结合→应用扩展→评价的模式进行教学,组织学生经历数学问题的解决和数学知识的应用过程。

② 异质合作学习小组自主学习与合作探究相结合的方法。鼓励学生独立思考,相互交流和评价,帮助学生积累数学活动经验,学会探索、合作和学习。

③ 采用“特殊→一般”、“具体→抽象”的方法,有利于学生主动建构知识,突出重点,突破难点。

3.2 灵活教法及促进学生发展的实效性

教师通过课题探索活动设疑,指明探究方向,充分发挥学生主体作用。瑞士心理学家皮亚杰认为,智慧自动作发端。教学中充分让学生动手动脑,采用灵活教法,使学生不同感官接受信息,建构知识,从而达到有效学习的目的,促使学生三个维度的整合发展和数学素养的提高。通过灵活教法,异质合作,评价激励贯穿于教学活动各个环节,最终成为促进学生发展的实效性。

3.3 各种教学手段的合理选择及有效运用

教师为优化课堂教学效果,可运用多媒体、学具、板书、课件、实物展示等教学手段,突出重点,突破难点。苏霍姆林斯基说:“所有才智方面的工作都要依赖兴趣。”教学内容、教学方法及教学手段的整合,激发了学生的学习兴趣。通过教学评价激发学生主体参与,让学生在课堂学习中体验学习的成功。

4. 教学过程中创设问题情境,激发学生兴趣;师生关系和谐互动,共同欣赏,进行有益的课题学习探索活动

4.1 努力为学生营造一个生动具体的学习情境,激发学生兴趣,让学生尽快投入到课题学习探索活动中来

例如,在进行《图形的镶嵌》课题学习中,本人先在屏幕展示拍摄的多种地板图案。让学生知道观察我们周围的事物,会发现许多用各种材料铺砌而成的美丽图案,这些图案真美呀!像这样用形状相同或不同平面的封闭图形,把一块地面无缝隙,又不重叠地全部覆盖,在几何学里,叫做平面镶嵌。接着导入活动主题:生活中有各种各样的平面图形铺满地面的实例,前几天各小组已把数学社会实践中调查收集到的图案按学习组上传到《王老师数学课堂》论坛中的《图形的镶嵌》学习栏中,让我们逐个欣赏一下,看谁收集得多。请4位学习组的组长上台展示他们所在各小组收集的图案,请2名同学统计在黑板的表格上。(4位学习组长分别上台用媒体展示)(黑板上的统计表)

小 组	用一种图形铺满地面的几何图形名称	图形种类合计	搜集的图片数
第一组			
第二组			
第三组			
第四组			
王老师			

引导大家从刚才收集的图案和统计表上发现什么异同之处,学生观察后回答:用一种图形铺满地板的有正三角形、正方形、正六边形和矩形;创设问题让学生探索问题:想一想,为什么用一种正多边形铺满地面时只有正三角形、正方形和正六边形三种?请各小组进行讨论,并把想法写在练习本上,并分组讨论。

4.2 教学中进行异质分组合作,探究讨论,让学生在课题学习过程中自主探索、合作交流和比较,检验自己的观点和实验结果的准确性和有效性

新课标强调“不同的人数学上得到不同的发展”,“要关注学生的个体差异,有效地实施有差异的教学”,教师应让不同层次的学生充分讨论并展现自己的想法,并随时参与小组讨论,小组形成共同意见,把答案写在练习本上。往往学生在探索中能把感性认识上升到理性认识,从而得出解决问题的结论。

例如《图形的镶嵌》课题学习探索活动(3)的学习:我们知道用一种正方形或矩形能铺满地板,那用任意一种四边形能铺满地板吗?学习中进行实验操作,请各位同学将准备好的同一种全等的任意四边形拿出来,试一试,拼一拼,如果能铺满地板,说说你的想法,为什么会这样?同时,教师让一个小组的同学到实物投影仪的展示台上拼一拼。此时,教师注意的是学生探索过程,在一个小组里,共同异质合作的4名学生,他们通过大胆的操作和想象,在探究活动中感受和体验数学知识的形成过程,说出问题解决的理理由,使多边形这章的知识予以拓展;在学生探究中,程度不同的同学被他人指导和帮助下,也达到学习的目的,他们的意

见在组内交流,学生将自己的理由说出来,试图证明自己结论的正确性,这个过程非常有意义。若上台现场展示的学生拼不出来,老师也不要着急,更不能轻易让学生放弃,而应予以指导和提示,帮助他到达成功的彼岸。

5. 课堂中教师对学生的表现应及时评价

有效的学习不再是单纯的模仿和记忆,而是一个主动实验,积极思考,涌跃交流的过程和富有个性的过程,在实验、交流和知识的建构中重点得以突出,难点得到了突破。教师应及时评价学生的过程表现。

例如《图形的镶嵌》课题学习探索活动(4)的学习,让学生享受数学的美。课前同学们已设计一幅用平面图形铺满地板的美丽图案,请同学们拿出来,比一比,看看谁设计更有新意。此时请学生向大家介绍自己的作品,各小组推选一名同学代表用实物投影仪在班级交流自己设计的作品,交流感受数学美的情感,使他们在数学活动中获得深刻的数学体验的同时真正地理解和掌握数学知识、思想和方法,成为数学学习的主人。在交流过程中,教师予以激励性点评;教师也把自己设计的一幅图拿出来和大家共同交流,这样在课堂中建立和谐平等的师生关系,浓厚民主气氛,在自评、互评中学生互相评价、互相交流、互相协作,懂得反思自己,赞赏他人,这本身就是一种学习。

学生的探究结果和展现的成果各异,丰富多彩,教师对学生的成果应予以充分肯定和评价,让学生感受数学实践的成功,提高学生审美情趣。教师也可展示自己的研究成果,师生关系和谐互动,共同欣赏,构建和谐民主的课堂气氛。

课题学习中还应注意让各学习小组填写课堂自我评价表,把学生设计的作品收入学生个人的成长记录袋中,形成课题学习的成果,各组推荐的课题学习过程材料和成果,由教师选择部分上网,作为数学实践成果,供大家交流和欣赏。分层布置课题学习作业,指导大家写课题学习报告,可自拟小标题或按课本的提法,体验、收获和感想可分散到各点或最后总结。

课题学习是学生针对自己的生活 and 知识体验,探讨一些具有挑战性的小课题,让学生在生活和已学的知识中进行猜想、建模、收集、验证、处理信息,并得到问题的解决方法,学生们共同完成一个课题学习的研究体验过程就是学生们一起成长的过程。在课题学习教学中,教师的教学方式应服务于学生的学习过程,让不同层次的学生都能感受到学习数学的成功和喜悦。

参考文献:

- [1] 钟启泉、崔允淳、张华主编,《基础教育课程改革纲要(试行)解读》[M]. 华东师范大学出版社,2001年8月第1版.
- [2] 刘兼、孙晓天主编,《数学课程标准解读》[M]. 北京师范大学出版社,2002年5月第1版.
- [3] 王洛阳,《中学数学异质合作教学研究》[J].《中学数学杂志》(双月刊),2004年6月.

“整式的乘法”教材解读与教学实验

泉州实验中学 肖建辉

本章的导题及其导图都扮演着整章先行者的角色。通过矩形及其条块分割产生的面积关系,也就是整体与部分的关系,呈现出显明的几何特征。

如图1,同时建立了相应的代数模式,即多项式与多项式的乘法:

$$(m+n)(a+b) = ma + mb + na + nb.$$

这是一种典型的形数结合,并几乎贯穿于整章始终。

例如,导题的长方形林区增长及加宽;乘法公式中的两数和乘以它们的差,两数和的平方,以及两数差的平方;教材中例题的正方形草坪南北向加长及东西向缩短;练习题中的裁挂历画包课本,正方形桌子铺盖较大的正方形桌布;习题中的用若干张边长为 a 的正方形硬纸卡片拼出新的正方形,长方形玻璃裁掉两边后铺盖办公桌台面,正方形空地四周修筑围坝,中间修建喷泉水池,或四角均留出小正方形修建花坛,其余种草坪;复习题中的正方形边长的增减对应面积的增减,长方形长的增减对应宽的减增,面积保持不变;直至章后的课题学习,用一些正方形与长方形的硬纸片拼成的图形面积来解释有关的代数恒等式。

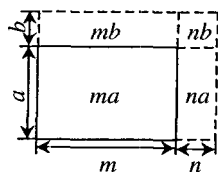


图1

其中,两数差的平方的几何意义可以由图2给出如下三种不同方式的解释。

$(a-b)^2$ 可视为由大正方形面积 a^2 , 减去两个较长的长方形面积 $2ab$, 这样就重复减掉小正方形面积 b^2 一次, 所以应补回 b^2 一次, 形成

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

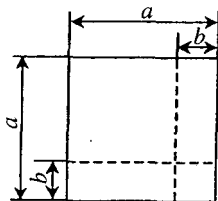


图2

在教学实践中,学生更多地提出或更容易接受以下两种不重叠方式的解释,但都需要分步整理,才能得到预期的结果。

$$(a-b)^2 = a^2 - ab - (a-b)b = a^2 - 2ab + b^2.$$

或者

$$(a-b)^2 = a^2 - 2(a-b)b - b^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

另外,就两数和乘以它们的差的乘法公式,蔡宝莹同学还提出了一个非同寻常、也非常漂亮的几何模型,如图3。小正方形居中,四边围绕着四个全等的等腰梯形。这样就构成了:

$$4 \cdot \frac{1}{2}(a+b) \cdot \frac{1}{2}(a-b) = a^2 - b^2,$$

亦即, $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 。

受此启发,还可以把小正方形置于一边的中间,则围绕三边的是一个等腰梯形和两个全

等的直角梯形,如图4。这样就构成了:

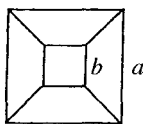


图3

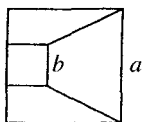


图4

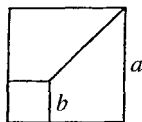


图5

$$\frac{1}{2}(a+b)(a-b) + 2 \cdot \frac{1}{2}(a+b) \cdot \frac{1}{2}(a-b) = a^2 - b^2,$$

亦即, $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 。

而把小正方形置于大正方形的一角上,就更经典、更优越、更漂亮了,靠在两边上的是两个全等的直角梯形,如图5。此时的代数模式较为简洁:

$$2 \cdot \frac{1}{2}(a+b)(a-b) = a^2 - b^2,$$

即, $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 。

本章的引介反映了几个典型的递进关系和辩证关系。

例如,幂可视为单项式的“基本单位”,单项式又可视为多项式的“基本单位”,这样,幂→单项式→多项式→整式,就是一个幂的概念的外延不断增加的过程,是一种典型的递进关系。

因此,第1节先引介幂的运算,第2节再引介整式的乘法。

幂可视为一种二元数,由底数和指数两部分构成。由于幂的定义来自于同数的连乘积,是在乘法基础上建立起来的一种记数法定义,因此可以认为指数的地位较底数的地位高。于是,在第1节幂的运算中的同底数幂的乘法、幂的乘方,以及积的乘方的引介过程中,均采用逐步地由数字到字母,通过小数实验,由特殊到一般,探求和发现规律,是一种典型的递进关系:数字底数和数字指数→字母底数和数字指数→字母底数和字母指数。

整式的乘法的引介过程更是一种典型的递进关系:单项式与单项式相乘→单项式与多项式相乘→多项式与多项式相乘。

导题中的长方形林区,原长 m 米,宽 a 米,则面积构式 ma 就可视为单项式与单项式相乘。如果仅增长了 n 米,则面积构式为 $(m+n)a$,或仅加宽了 b 米,面积构式为 $m(a+b)$,均可视作单项式与多项式相乘。而现在既增长了 n 米,又加宽了 b 米,则林区的面积构式 $(m+n)(a+b)$,就可视为多项式与多项式相乘。同样形成了递进关系。

另外,由幂的运算到整式的乘法,既可视为幂的概念的外延增加,因此运算域扩大,又可视为特殊到一般的关系。而由整式的乘法到乘法公式,则是由一般到特殊的关系。最后,多项式的乘法与因式分解的关系,作为运算是互逆的关系,作为算式则是乘法与加法的关系。

由同底数幂的乘法到幂的乘方,既是一般到特殊的关系,又是二级运算与三级运算的关系。而由幂的乘方到积的乘方,又可视为特殊到一般的关系。

例如,由同底数幂的乘法法则

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad (m, n \text{ 为正整数})$$

取 $m=n$,得特例 $a^m \cdot a^m = a^{2m}$ 。又由于 $a^m \cdot a^m = (a^m)^2$,因此, $(a^m)^2 = a^{2m}$ 。进而可得幂的

乘方法则

$$(a^m)^n = a^{mn} (m, n \text{ 为正整数})$$

由积的乘方法则

$$(ab)^n = a^n b^n (n \text{ 为正整数})$$

取 $a=b$, 得特例 $(a^2)^n = (a^n)^2 = a^{2n}$ 。此亦为幂的乘方法则的特例。

还有几处是个别与一般的关系。例如,一般地, $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$, 但当 $ab=0$ 时, $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ 。一般地, $(a-b)^2 \neq a^2 - b^2$, 但当 $a=b$ 或 $b=0$ 时, $(a-b)^2 = a^2 - b^2$ 。

又如,对练习题中判断下列计算是否正确。

$$(1) a \cdot a^2 = a^2; \quad (2) a + a^2 = a^3; \quad (3) a^3 \cdot a^3 = a^9; \quad (4) a^3 + a^3 = a^6。$$

陈飏同学提出,当 $a=1$ 时, (1)、(3) 成立。许洋洋同学提出,当 $a=0$ 时, (1)、(2)、(3)、(4) 都成立。

联想与类比是数学学习甚至是数学创造的一种优秀思维品质,是一种最基本的数学思维方式,通过这种思维方式的传播和教学,在本章教学实践中,同学们提出了丰富的、典型的、漂亮的猜想或后续学习的内容。

例如,由同底数幂的乘法法则:

同底数幂相乘,底数不变,指数相加:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} (m, n \text{ 为正整数}),$$

苏伟艺、骆斯航、庄江湧等同学提出,如果把“相乘”改为“相除”,那么相应地,把“相加”改为“相减”,就可以得出

同底数幂相除,底数不变,指数相减:

$$a^m \div a^n = a^{m-n}。$$

高磊、蔡荣莹同学则提出,如果把“相乘”升级为“乘方”,那么相应地,把“相加”升级为“相乘”,这样就形成了:

幂的乘方,底数不变,指数相乘:

$$(a^m)^n = a^{mn} (m, n \text{ 为正整数})。$$

更有甚者,赖婉琳同学还联想到小学知识,找出“对联”:

同分母分数相加,分母不变,分子相加:

$$\frac{b}{a} + \frac{c}{a} = \frac{b+c}{a}。$$

又如,由积的乘方法则:

积的乘方等于各因数乘方的积:

$$(ab)^n = a^n b^n (n \text{ 为正整数}),$$

高磊、许永岫等同学提出,把积改为商,就成了:

商的乘方等于各因数乘方的商:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} (n \text{ 为正整数})$$

再如,例题中边长为 a 米的正方形草坪,南北向加长 2 米,东西向缩短 2 米,改造后的长方形草坪的面积是:

8·“整式的乘法”教材解读与教学实验

$$(a+2)(a-2)=a^2-4(\text{平方米}).$$

可见改造后的长方形草坪的面积较原来的正方形草坪的面积缩小了4平方米。由此探索出:

$$\begin{aligned} a^2 &> a^2 - 1 = (a+1)(a-1) \\ &> a^2 - 4 = (a+2)(a-2) \\ &> a^2 - 9 = (a+3)(a-3). \end{aligned}$$

并得出,两因式的和一定时,这两因式相差越大,其积越小;只有当这两因式相等时,其积最大。进而得出,周长一定时,正方形的面积大于长方形的面积;圆的面积大于正方形的面积。

陈飏同学还提出,周长一定时,圆的面积大椭圆的面积。丁培育同学则提出,圆的半径都一样是 r ,圆的面积是 πr^2 。椭圆没有一样长的半径,但有最长的和最短的,分别设为 a 和 b ,那么椭圆的面积会不会是 πab ?

另外,陈骏松同学针对幂的乘方法则中指数均为正整数的限制,提出,如果指数不是正整数,比如, 2^{-2} , $2^{0.5}$,分别是什么?

在本章的教学实践中,还注意数学模式的辨识教学和分配律的应用教学。

导题中的多项式与多项式相乘:

$$(m+n)(a+b)=ma+mb+na+nb.$$

左边可视为积式,和之积;右边可视为和式,积之和。从左边到右边可视为化积为和,且不论从几何的角度还是以代数的角度都可以看作是化整为零。上式左边还可以变式为: $(m-n)(a+b)$, $(m+n)(a-b)$, $(m-n)(a-b)$, $(m+n)(a+b-c)$, $(a+b)(a+b)$, $(a+b)(a-b)$,等等。

对两数和乘以它们的差公式:

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2.$$

陈凯燕同学提出,上式倒过来也成立(这非同寻常!).蔡荣莹同学提出,上式中的 a 和 b 可以是明确的数字,也可以是单项式或多项式。颜冰影同学则对上式左边提出变式: $(a+b)(a+b)$, $(a-b)(a-b)$ 。

另外,上式左边的两个因式 $(a+b)$ 与 $(a-b)$,"一加一减","一正一负",同号与反号,是一种对偶关系。这种观点对后续学习及数学美感非常有益。如令上式左边为常数 c ,改写为 $a^2-b^2=c$,成了准双曲线的解析式。如果改令右边为常数 c ,而对左边令 $x=a+b$, $y=a-b$,即 $xy=c$,则成了反比例函数的解析式,其图像是双曲线。

两数和的平方公式:

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

展开式的写法具有对称性,与两数和的乘方的展开式的写法一致,其系数排列构成贾宪三角(教科书编作为阅读材料)。但与其读法顺序不一致。若按其读法"两数和的平方,等于它们的平方和加上它们乘积的2倍"的顺序写应是:

$$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab.$$

此与三数和的平方的展开式的习惯写法恰是一致:

$$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc.$$

同底数幂的乘法公式:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} (m, n \text{ 为正整数})$$

体现了化积为和的现象,具有化二级运算为一级运算的功能。

同理,幂的乘方公式:

$$(a^m)^n = a^{mn} (m, n \text{ 为正整数})$$

体现了化乘方为乘积的现象,具有化三级运算为二级运算的功能。

而积的乘方公式:

$$(ab)^n = a^n b^n (n \text{ 为正整数})$$

则体现了指数对底数因数的分配现象,即乘方对乘法具分配律,亦即三级运算对二级运算具有分配律的功能,是乘法对加法分配律的自然升级,这是分配律的正迁移。同时注意分配律的负迁移,如一般地, $(a+b)^n \neq a^n + b^n$, $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$, $(a-b)^2 \neq a^2 - b^2$, 等等,说明三级运算跨运算级对一级运算不具分配律。

另外,导题中的多项式与多项式相乘,如果撇开几何意义或几何解释,视其中的一个多项式为一个整体,那么就完全可以代数的方式进行整体分配:

$$(m+n)(a+b) = m(a+b) + n(a+b),$$

$$\text{或 } (m+n)(a+b) = (m+n)a + (m+n)b。$$

而单项式与多项式相乘,更是乘法对加法分配律的直接应用。

提公因式法实际上是乘法对加法分配律的逆向应用。

在两数和乘以它们的差公式:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

中,若把 a 代换以 $a+b$,并反向应用,则

$$(a+b)^2 - b^2 = (a+b+b)(a+b-b) = a^2 + 2ab。$$

移项即得 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 。

由此揭示了两数和乘以它们的差公式与两数和的平方公式之间的内在联系。

教科书编排下列等式要求从左边到右边,从右边到左边两个方向进行比照,同样要有模式辨识的观点。

$$ma + mb + mc = m(a + b + c);$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b);$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2。$$

上述左边到右边可视为和差化积,而从右边到左边则可视作积化和差。对此,高山青同学提出,从左边到右边,是低级运算转化为高级运算,意义何在?这实际上是提出了因式分解的必要性或意义何在。

上述左边到右边,可视为运算得以简化。如第一个等式左边要做三次乘法两次加法,而右边是做两次加法一次乘法,运算程度降低。因式分解不仅具有简化运算的功能,而且具有简化表式的功能,是为约简做准备的,因此还具有约简的功能,常应用于分式的约分、数的整除,以及解方程、解不等式,等等。

关于数学文化观念的开发

吉林省长春市 52 中学 陈 冰

数学本身就是一种文化。由于“数学是研究模式的科学”,数学所研究的对象并非是物质世界中的真实存在,而是人类抽象思维的产物。美国著名文化学者怀特(L·White)指出:“数学真理既是人所发现的,又是人所创造的,它们是人类头脑的产物,但它们是被每个在数学文化内成长起来的个人所遇到或发现的。”首先,数学是一种特殊的文化形态,是人类文化的主要组成部分。著名美国数学史学家可莱因指出:“数学一直是形成现代文化的主要力量,同时一直是这种文化极其重要的因素。”在人类文化的发展过程中,数学与宗教、哲学、自然科学有着千丝万缕的联系。其次,数学是一种文化精神,它可以进入人的观念系统影响人们的世界观和人生观。

《标准》的“基本理念”中指出:“数学是人们生活、劳动和学习必不可少的工具,能够帮助人们处理数据,进行计算、推理和证明,数学模型可以有效地描述自然现象和社会现象;数学为其他科学提供了语言、思想和方法,是一切重大技术发展的基础;数学在提高人的推理能力、抽象能力、想象力和创造力等方面有着独特的作用;数学是人类的一种文化,它的内容、思想、方法和语言是现代文明的重要组成部分。”在普通高中《数学课程标准》中尤其强调了数学文化的教育理念,设置了“数学文化”的课程板块,并强调要在各个模块的教学中都要体现和渗透数学文化。提出的数学文化教育的要求是:“通过在高中阶段数学文化的学习,学生将初步了解数学科学与人类社会发展之间的相互作用,体会科学的科学价值、应用价值、人文价值,开阔视野,寻求数学进步的历史轨迹,激发对于数学创新原动力的认识,受到优秀文化的熏陶,领会数学的美学价值,从而提高自身的文化素养和创新意识。”

在数学教学的课堂上,不应该只是充斥着“定理、公式、习题……”,而应像语文课那样,通过“作者介绍、背景分析”,使学生了解数学知识的来龙去脉以及赖以生长的“土壤”,以丰富学生对数学知识的感性体验;应像历史课那样,讲一段“数学故事、数学家逸事”,使数学知识折射出人的意志和智慧而富有“人性化”,使学生在感动、开心之中更好地理解掌握数学知识;应像音乐、美术课那样,通过“数学作品”的解读,让学生感知数学的和谐、欣赏数学的美。总之,数学课堂上应该有一些“非数学”的内容,应该充满诗情画意!

我们可以从数学文化观念出发,从科学教育、人文教育、应用教育与美学教育四个角度来开发能体现数学教育价值的课程资源。

1. 科学教育

(1) 数学教材内容的拓展。教材是学生学习数学的重要依据,虽然它主要是逻辑加工的产物,淡化了“数学文化”的色彩,但它毕竟是扎根于数学文化长河之中的,只要我们对教

材相关内容进行适当的加工、拓展和补充,使它们返璞归真,就可重新焕发出文化的活力。例如,在解题教学中,除了必要的形式化训练外,通过整理和反思,主要应让学生感受其中所蕴含的数学思想和方法。任何题目,其解答方法都是某种数学思想方法的产物,并且,越是简单的题目,学生越容易体会到相应的思想方法。

(2) 数学名题。数学是一门古老而又常新的学科,问题是促进数学发展的源泉和动力。从古到今,有着及其丰富有趣的数学问题,它们由于构思巧妙,孕育着深刻而丰富的数学思想方法,犹如颗颗珍珠闪烁着人类智慧的光辉。例如,“哥尼斯堡七桥问题”、《孙子算经》中的“物不知数”问题等。在内容选取上既要注意趣味性,又要控制难度、符合学生的接受水平,避免引入过多的专业术语。

(3) 科学中的数学。“冥冥之中最深处,宇宙有一个伟大的、统一的而简单的设计图,这是一个数学设计图。”从哥白尼“日心说”的提出、牛顿万有引力定律的发现,到爱因斯坦相对论的创立,再到生命科学遗传密码的破解,数学在其中都发挥了非常重要的作用,它为自然科学、社会科学和人文科学提供了合理而有效的理论框架和思维方法。这部分内容主要体现数学的理论性和思想性,因为所涉及的专业知识较多,最好与相关学科的教师相互协作,设计成专题向学生介绍,内容要深入浅出、通俗易懂,只要学生能领会其中所应用的数学思想即可。例如,“军事与数学”、“电视与图像压缩”、“CT扫描与拉东变换”、“天气预报中的数学”等,在学生面前,其知识内容不宜过多展开,只需从结构上进行简单的介绍,只要学生能体会到“高科技实际上是数学技术”就已经达到教育的目的了。

2. 应用教育

(1) 身边的数学。要以学生的生活环境为背景,选取那些与人们的行为活动直接相关的问题,例如,“汉字中的‘几何变换’”、“数学成绩与近视眼镜片度数的关系”、“银行存款与购买保险哪个收益更高”等。所选取的实例应是学生力所能及的,具有可操作性。通过这些问题的探究,使学生感受到“数学就在身边”,数学可使人们更加合理地做出判断和选择。

(2) 其他学科中的数学。在学生的知识结构中,最熟悉的莫过于各门功课中的知识,如果能在除数学之外的其他学科中(尤其是文科类学科中)看到数学的身影,那他们的数学意识就会得到有力的强化。另外,这种“跨学科综合”也是当今基础教育课程改革的新特点,对学生能力发展的新要求。相关内容,可与其他学科的教师相互协作、共同设计。

3. 人文教育

(1) 数学家生平:主要介绍数学家艰辛的劳动过程,展示他们执着追求真理的精神风采,呈现他们那高尚的人格品质。如果还能够介绍一些数学家们所说过的名句格言与后人对他们的精神评价,可使所选内容更具感染力。

(2) 对数学的发展产生重大影响的历史事件:例如“《几何原本》与人类理性”、“微积分与极限思想”、“电子计算机与数学技术”等等。通过这些专题的介绍和学习,使学生体会到数学在人类社会进步中的重要作用以及社会发展对数学发展的积极影响。

(3) 中国数学发展史中的优秀成果:中国是四大文明古国之一,在数学发展史上,我国