

顶尖系列

自 主 学 习 先 锋

高中步步高

顶尖数学

必修3

人教A版

福建人民出版社

顶尖系列

自 主 学 习 先 锋

编写说明

高中步步高

顶尖数学

江苏工业学院图书馆
藏书章

必修3

人教A版

福建人民出版社

主 编

张鹏程 (福建师范大学数学与计算机科学学院中学数学教学研究室主任)

编写人员 (按姓名笔画排序)

方秦金 叶文榕 叶青柏 汤锦德 李新岳 陆集宁 陈 言 陈 腾
陈中峰 陈天雄 陈蓓璞 卓道章 林 风 林 婷 林元武 林嘉慧
姚承佳 柯跃海 赵祥枝 倪政翔 黄 雄 黎 强

顶尖数学 (必修3) (人教A版)

DINGJIAN SHUXUE

出 版: 福建人民出版社
地 址: 福州市东水路76号 邮政编码: 350001
电 话: 0591-87604366 (发行部) 87521386 (编辑室)
电子邮件: 211@fjpph.com
网 址: <http://www.fjpph.com>
发 行: 福建省新华书店
印 刷: 闽侯县青圃印刷厂
地 址: 闽侯县青口镇新桥外54号 邮政编码: 350119
开 本: 787毫米×1092毫米 1/16
印 张: 9.5
字 数: 237千字
版 次: 2007年1月第1版 2007年12月第2次印刷
书 号: ISBN 978-7-211-05478-7
定 价: 13.90元

本书如有印装质量问题,影响阅读,请直接向承印厂调换

版权所有,翻印必究

编写说明

“高中步步高”根据课程标准，配合各版本教材进行编写。丛书以课为训练单位，以单元为测试单位建构编写体系，符合教学规律，体现课改精神。丛书不仅关注学生夯实基础知识、基本技能，还关注学生学习的自主性、探究性、合作性；不仅关注培养学生学会学习、学会反思、学会自我激励，还关注培养学生学习过程中情感、态度和价值观的形成。

为了使本丛书在理念上与最新教改理念、精神相吻合，我们在本套丛书的编写过程中，坚持“三参与”原则，即颇有造诣的课程研究专家参与，深谙当前基础教育课程改革的教研员参与和具有丰富教学实践经验的一线特、高级教师参与，从而使本丛书在质量上得到充分保证。

“高中步步高”按章（或单元）进行编写，每一章（或单元）一般设：“学习目标”、“要点透析”、“方法指津”、“自我评估”、“探究应用”、“拓展视野”、“归纳整合”、“单元检测卷”等栏目。

“学习目标”是根据各章（或单元）应达到的目标提出具体要求。“要点透析”是以课程标准为基准，以相应版本的教材为落脚点，较详细地分析本章（或单元）内容的重点、难点。“方法指津”通过对精选的经典题目的解析和点拨，拓展学生的思路，提升发散思维能力，掌握科学的学习方法。“自我评估”在题目设计上，特别注重吸收全国各地出现的最新题型，同时注重知识的现代化，以激活学生已有的知识、经验和方法。题目既注重基础性，又强调自主性、参与性、实践性、合作性。“探究应用”特别注重吸收密切联系生产、生活实际的有趣题目，加强探究性习题的训练。“拓展视野”对本章（或单元）知识进行拓展，通过对一些典型的探究型、开放型的题目进行解析和点拨，使学生对章（或单元）内、学科内、学科间知识结构的关系得以把握和拓展。“归纳整合”以树形图、方框图或表格等形式对本章（或单元）知识进行梳理、归纳、整合，使学生对整章（或单元）知识间的逻辑关系有个清楚的认识。经过系统的训练后，通过“单元检测卷”与“模块检测卷”对所学内容进行评价与总结。由于不同学科及不同版本的教材各有特点，因此，上述栏目及其写法允许根据实际需要适当调整，灵活掌握。“检测卷”和“部分参考答案”一般做成活页的形式，以方便使用。

“高中步步高”实现了引导学生从预习到课外阅读全程自主学习的编写理念。我们在栏目设置上创设了科学的整合模式，将“知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观”三维目标层次地融入书中，激发学生的自主性，使学生的自主学习效果达到最优化，促进学生的全面发展。

本丛书在编写过程中引用了一些作者的作品，在此，对这些作者表示感谢，对一部分未署名的作品的作者表示歉意，并请与我们联系。由于编写时间仓促，书中难免存在不足之处，恳望读者不吝赐教，以便我们今后不断努力改进。

目录

CONTENTS

第一章 算法初步 /1	2.2.2 用样本的数字特征估计总体的数字特征/78
1.1 算法与程序框图/1	2.3 变量间的相关关系/88
1.1.1 算法的概念/1	2.3.1 变量之间的相关关系/89
1.1.2 程序框图与算法的基本逻辑结构/4	2.3.2 两个变量的线性相关/90
1.2 基本算法语句/11	归纳整合/100
1.2.1 输入语句、输出语句和赋值语句/12	单元评估/102
1.2.2 条件语句/15	第三章 概率 /105
1.2.3 循环语句/19	3.1 随机事件的概率/105
1.2.4 基本算法语句习题课/24	3.1.1 随机事件的概率/106
1.3 算法案例/27	3.1.2 概率的意义/109
1.3.1 辗转相除法与更相减损术/28	3.1.3 概率的基本性质/112
1.3.2 秦九韶算法/31	3.2 古典概型/116
1.3.3 排序/35	3.2.1 古典概型/116
1.3.4 进位制/38	3.2.2 (整数值)随机数(random numbers)的产生/120
归纳整合/40	3.3 几何概型/124
单元评估/42	3.3.1 几何概型/124
第二章 统计 /46	3.3.2 均匀随机数的产生/127
2.1 随机抽样/46	归纳整合/130
2.1.1 简单随机抽样/46	单元评估/131
2.1.2 系统抽样/52	模块评估 /134
2.1.3 分层抽样/54	部分参考答案 /139
2.2 用样本估计总体/61	
2.2.1 用样本的频率分布估计总体分布/62	

第一章 算法初步

1.1 算法与程序框图

学习目标

1. 了解算法的含义，体会算法的思想；能够用自然语言叙述算法；掌握正确算法应满足的条件.
2. 掌握程序框图的概念；会用通用的图形符号表示算法，掌握算法的三个基本逻辑结构；掌握画程序框图的基本规则，能正确画出程序框图.
3. 通过模仿、操作、探索，经历通过设计程序框图表达解决问题的过程；学会灵活、正确地画程序框图.

要点透析

1. 理解算法概念. 如，做四则运算要先乘除后加减，从里往外脱括号，竖式笔算等都是算法. 广义地说，算法就是做某一件事的步骤或程序.
2. 算法的特点.
 - (1) 有穷性：一个算法的步骤序列是有限的，它应在有限步操作之后停止，而不能是无限的.
 - (2) 确定性：算法中的每一步应该是确定的，并能有效地执行且得到确定的结果，而不应当是模棱两可的.
 - (3) 可行性：算法中的每一步操作都必须是可执行的，也就是说算法中的每一步都能通过手工和机器在有限时间内完成.
3. 程序框图. 算法可以用自然语言来描述，但为了使算法的程序或步骤表达得更为直观，我们更经常用图形方式来表示它.
4. 一个程序框图包括以下几个部分：表示相应操作的程序框；带箭头的流程线；程序框外必要的文字说明.
5. 算法的三种基本逻辑结构：顺序结构、条件结构和循环结构.

1.1.1 算法的概念

方法指津

例 1 有蓝和黑两个墨水瓶，但现在却把蓝墨水错装在了黑墨水瓶中，黑墨水错装在了蓝墨水瓶中，要求将其互换，请你设计算法解决这一问题.

算法分析 根据生活经验,设计下面的步骤:

第一步:先找一空瓶,将蓝墨水倒入空瓶.

第二步:将黑墨水倒入黑墨水瓶中.

第三步:将蓝墨水倒入蓝墨水瓶中.

评注 本例是一个生活中的算法.严格来说,这种广义的算法不是数学的研究对象,我们研究的是数学问题求解的方法和步骤,这里我们强调要求出数值结果.在数学中,主要研究计算机能实现的算法,即按照某种机械程序步骤一定可以得到结果的解决问题的程序.

例 2 已知 $f(x) = x^3 - 7$, 设计一个程序或步骤求 $f(f(5))$.

算法分析 根据 $f(f(x))$ 的意义,设计下面的步骤:

第一步:先求 $f(5)$ 的值 a .

第二步:再求 $f(a)$ 的值,即为 $f(f(5))$ 的值.

评注 本例使用自然语言叙述算法,即算法是解决某一类问题的程序或步骤.本例还有别的求法,这体现算法的特点之一即不唯一性:求解某一个问题的解法不一定是唯一的,对于一个问题可以有不同的算法.当然,算法是有好坏之分的,计算次数是评价的标准.

例 3 用二分法设计一个求方程 $2^x + x = 0$ 的近似根的算法(所求近似根与精确解的差的绝对值不超过 0.005).

算法分析 设计步骤如下:

第一步:令 $f(x) = 2^x + x$. 因为 $f(-1) < 0$, $f(0) > 0$, 所以设 $x_1 = -1$, $x_2 = 0$.

第二步:令 $m = \frac{x_1 + x_2}{2}$, 判断 $f(m)$ 是否为 0. 若是,则 m 为所求; 若否,则继续判断 $f(x_1) \cdot f(m)$ 大于 0 还是小于 0.

第三步:若 $f(x_1) \cdot f(m) > 0$, 则令 $x_1 = m$; 否则,令 $x_2 = m$.

第四步:判断 $|x_1 - x_2| < 0.005$ 是否成立? 若是,则 x_1, x_2 之间的任意值均为满足条件的近似根; 若否,则返回第二步.

自我评估

- 算法的有穷性是指 ().
 - 算法输出结果是有限的
 - 算法中每个步骤都是可执行的
 - 算法的步骤必须有限
 - 算法中输入的值有限
- 下列关于算法的说法中,正确的是 ().
 - 算法是某个问题的解决过程
 - 算法执行后可以不产生确定的结果
 - 解决某类问题的算法不是唯一的
 - 算法可以无限操作下去不停止
- 看下面四段话,其中不是解决问题的算法的是 ().
 - 从福州到平潭岛旅游,先坐汽车,再坐轮船抵达
 - 解一元一次方程的步骤是去分母、去括号、移项、合并同类项、化未知数的系数为 1
 - 方程 $x^2 - 1 = 0$ 有两个实根
 - 求 $1 + 2 + 3 + 4 + 5$ 的值,先计算 $1 + 2 = 3$,再由 $3 + 3 = 6$, $6 + 4 = 10$, $10 + 5 = 15$ 得到最终结果为 15

4. 求方程 $x^3 - 2^x = 0$ 的一个近似根, 要先将它近似地放在某两个连续整数之间, 下面正确的是 ().

A. 在 1 和 2 之间

B. 在 2 和 3 之间

C. 在 3 和 4 之间

D. 在 4 和 5 之间

5. 求三边长分别为 4, 5, 6 的三角形的面积的步骤:

第一步: 计算半周长 $p = \frac{4+5+6}{2}$;

第二步: _____.

6. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x & (x > 0), \\ 1 & (x \leq 0), \end{cases}$ 求 $f(f(-1))$ 的算法是:

第一步: _____;

第二步: _____.

7. 设计解一元一次方程 $ax + b = 0$ ($a \neq 0$) 的算法.

8. 设计解方程 $x^2 + bx + c = 0$ 的算法.

9. 设计交换两个变量 A 和 B 的值的算法.



探究应用

10. 写出每天早上从你起床到离开家上学校这段时间的生活算法.

1.1.2 程序框图与算法的基本逻辑结构

程序框图概念和顺序结构



方法指津

例 1 设计一个计算 $1+2+3+4+5$ 的值的算法, 并画出程序框图.

算法分析 利用公式 $1+2+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}$.

程序框图

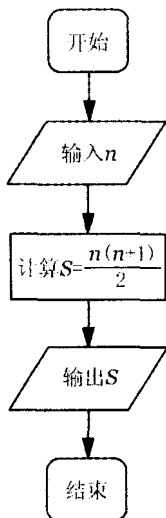


图 1-1

例2 已知 $f(x)=x^3-7$ ，画出求 $f(f(a))$ 的函数值的程序框图。

算法分析 本题可以先计算 $f(a)$ 的值，然后将 $f(a)$ 当作自变量再次计算函数值。

程序框图

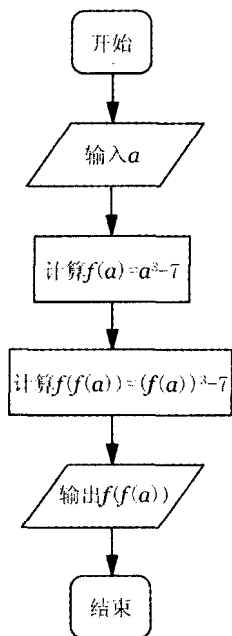


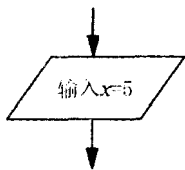
图 1-2

自我评估

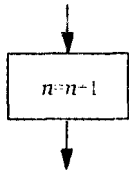
- 下列对流程图中起止框叙述正确的是 ().
 - 每个流程图都必须有开始框，但可以没有结束框
 - 每个流程图都必须有结束框，但可以没有开始框
 - 每个流程图可以有，也可以没有起止框
 - 每个流程图都必须有开始框，且必须有结束框
- 下列说法中错误的是 ().
 - 输入框只能放在开始框后
 - 输出框只能放在结束框前
 - 输入框和输出框可以在流程图任何需要输入和输出的地方
 - 输入框只能放在开始框后第一步
- 关于判断框的叙述，错误的是 ().
 - 判断框只有一个进入点
 - 判断框不能有多多个进入点
 - 判断框只有一个退出点
 - 判断框可以有多个退出点

4. 如图 1-3, 下列程序框画法正确的是 ().

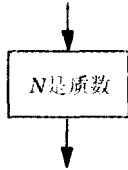
A.



B.



C.



D.

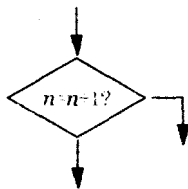


图 1-3

5. 在用直尺和圆规二等分一线段的流程图中算法的逻辑结构是_____.

6. 关于顺序结构, 有下列说法:

- ①最基本、最简单的算法结构;
- ②框与框之间是依次进行处理的;
- ③除输入、输出框之外, 中间过程都为处理框;
- ④可以从一个框图跳到另一个框图.

其中正确的是_____.

7. 已知圆的半径为 r , 画出求圆的面积的程序框图.

8. 画出计算 $f(x)=2x+1$ 的函数值的程序框图.

9. 写出交换两个变量 A 和 B 的值, 并输出交换前后的值的算法, 画出程序框图.

探究应用

10. 已知函数 $f(x)=2^x$, 画出求 $f(f(-1))$ 的程序框图.

条件结构和循环结构



方法指津

例 1 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x & (x > 0) \\ 1 & (x \leq 0) \end{cases}$, 画出求 $f(f(-1))$ 的程序框图.

算法分析 先求 $f(-1)$ 的值 a , 再求 $f(a)$ 的值. 因为函数是分段函数, 故必须对自变量所属区间加以判断, 故采用条件结构. 另外要计算两次函数值, 且格式相同, 所以用循环结构.

程序框图

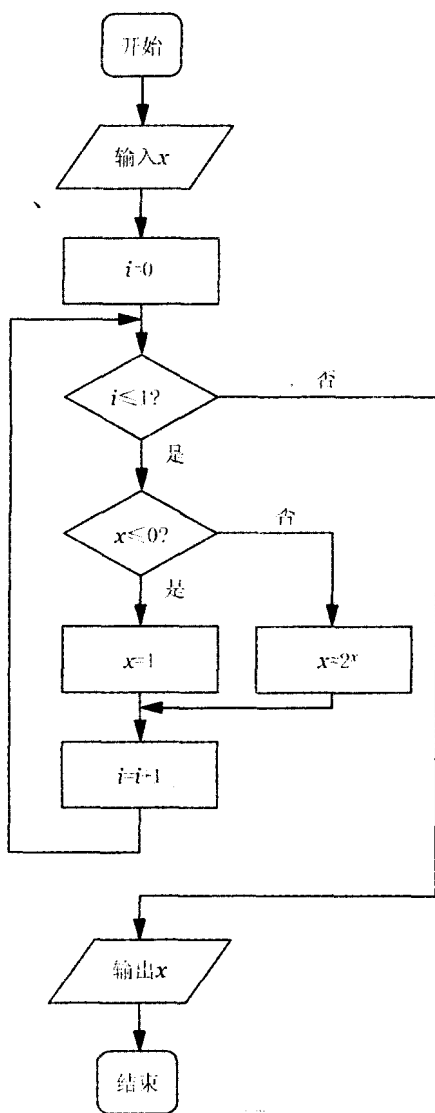


图 1-4

例2 画出求方程 $ax+b=0$ 的根的程序框图.

算法分析 判断 a 是否为 0, 否则, 移项, 化 x 的系数为 1.

程序框图

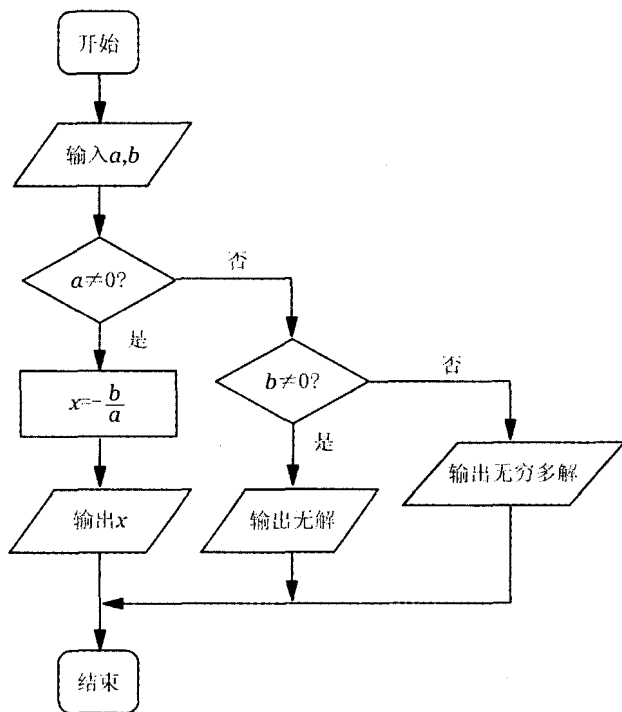


图 1-5

自我评估

- 算法的三种基本结构是 ().
 A. 顺序结构、模块结构、条件结构
 B. 顺序结构、循环结构、模块结构
 C. 顺序结构、条件结构、循环结构
 D. 模块结构、条件结构、循环结构
- 在算法中, 需要重复执行同一操作的结构是 ().
 A. 顺序结构 B. 循环结构
 C. 选择结构 D. 分支结构
- 下列算法中含有选择结构的是 ().
 A. 求点到直线的距离
 B. 已知梯形两底及高求梯形面积
 C. 解一元二次方程
 D. 求两个数的积
- 在如图 1-6 所示的算法流程图中, 输出 S 的值为 ().
 A. 9 B. 12 C. 15 D. 18

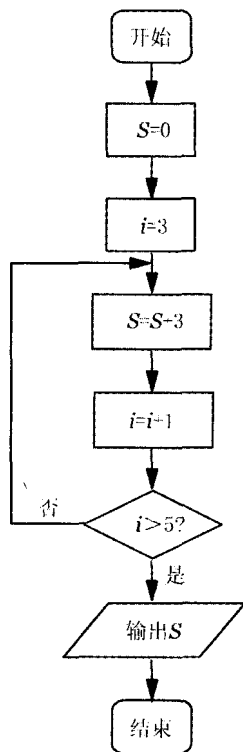


图 1-6

5. 如图 1-7, 把求 $S=1+2+3+\dots+100$ 的值的程序框图补充完整:

- ① _____ ;
 ② _____ .

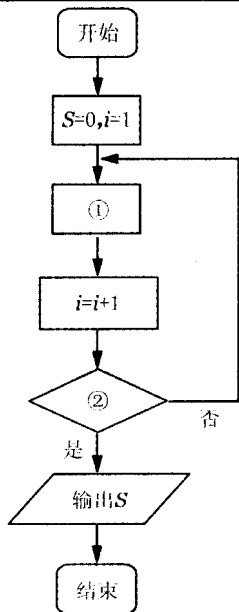


图 1-7

6. 问题“笼子中关有一群鸡、兔，有腿一百，头四十五，求有几只鸡”，在求解的程序框图（图 1-8）判断框中的应补充的内容是：_____。

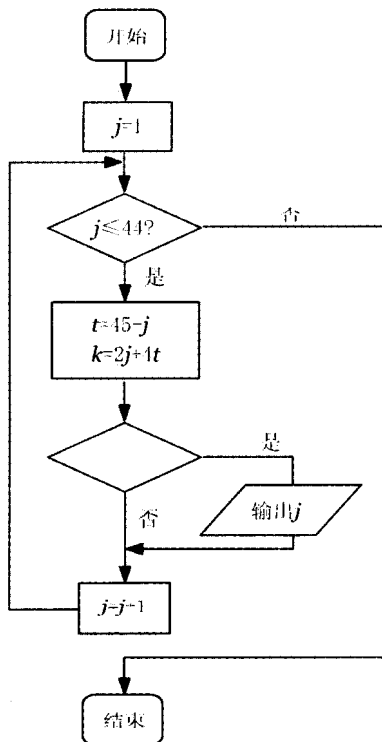


图 1-8

7. 画出解方程 $x^2+bx+c=0$ 的程序框图.

8. 已知函数 $y = \begin{cases} -x+1 & (x>2), \\ 0 & (x=2), \\ x+3 & (x<2), \end{cases}$ 写出求该函数值的算法, 并画出程序框图.

9. 画出求 $\sqrt{3+\sqrt{3+\sqrt{3+\cdots+\sqrt{3}}}}$ (共有 8 个 3) 值的程序框图.

探究应用

10. 在音乐唱片超市里, 每张唱片售价 25 元. 顾客如果购买 5 张以上 (含 5 张) 唱片, 则按照九折收费; 如果购买 10 张以上 (含 10 张) 唱片, 则按照八五折收费. 请设计一个完成计费工作的算法, 并画出程序框图.

1.2 基本算法语句

学习目标

1. 正确理解输入语句、输出语句、赋值语句的结构，会应用这三种语句编写程序，并能初步操作、模仿。
2. 正确理解条件语句的概念，并掌握其结构，会应用条件语句编写程序。
3. 正确理解循环语句的概念，并掌握其结构，会应用循环语句编写程序。
4. 通过模仿、操作、探索，经历通过编写程序解决问题的过程，让学生充分地感知、体验应用计算机解决数学问题的方法，提高学生学习的兴趣。

要点透析

1. 编写一个程序的步骤：首先用自然语言描述问题的一个算法，然后把自然语言转化为程序框图，最后把程序框图转化为程序语句。

2. 输入语句、输出语句和赋值语句的区别：输入语句是外部直接给程序中的变量赋值；输出语句是程序运行的结果输出到外部，先计算表达式，得到结果后输出；赋值语句是程序内部运行时给变量赋值，先计算右边的表达式，得到的值赋给左边的变量。

3. 赋值语句的作用是将表达式所代表的值赋给变量；赋值语句中的“=”称作赋值号，与数学中的等号的意义不完全一样。赋值号的左右两边不能对换，它将赋值号右边的表达式的值赋给赋值号左边的变量；赋值语句左边只能是变量名字，而不是表达式，右边表达式可以是一个数据、常量或算式；对于一个变量可以多次赋值。

4. 条件语句的一般格式是：

```
IF 条件 THEN
```

```
    语句体 1
```

```
ELSE
```

```
    语句体 2
```

```
END IF
```

当计算机执行上述语句时，首先对 IF 后的条件进行判断，如果条件符合，就执行 THEN 后的语句体 1，否则执行 ELSE 后的语句体 2。

书写时一个条件语句中的 IF 与 END IF 要对齐。如果是条件语句的嵌套，注意 END IF 是和最接近 IF 的匹配，要一层套一层，不能交叉。

5. 当型循环与直到型循环的区别：

- (1) 当型循环先判断后执行，直到型循环先执行后判断；
- (2) 当型循环用 WHILE 语句，直到型循环用 UNTIL 语句；
- (3) 对同一算法来说，当型循环和直到型循环的条件互为反条件。

1.2.1 输入语句、输出语句和赋值语句



方法指津

例1 已知 $f(x) = x^3 - 7$, 设计一个程序或步骤求 $f(f(5))$.

算法分析 根据 $f(f(x))$ 的意义, 设计下面的步骤:

第一步: 输入 x 的值, 求 $f(x)$ 的值.

第二步: 将 $f(x)$ 的值赋给 x .

第三步: 再求 $f(x)$ 的值.

程序框图

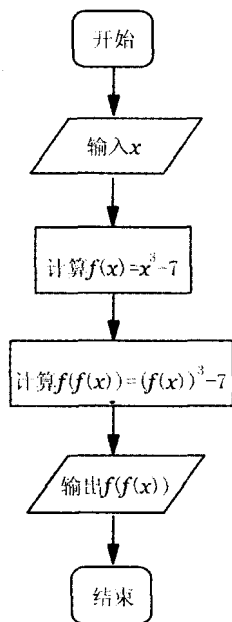


图 1-9

程序

```

INPUT "x="; x
y=x³-7
x=y
y=x³-7
PRINT y
END
  
```

赋值语句, 此时 x 的值等于 y 的值

评注 1. 编程的一般步骤: 先写出算法, 画出框图, 再进行编程. 要养成良好的习惯, 有助于数学逻辑思维的形成.

2. 注意语句的一般格式.

3. 输入、输出语句中提示内容与变量之间用分号“;”隔开, 若多个变量, 变量与变量之间用逗号“,”隔开.

4. 赋值语句中的“=”称作赋值号, 与数学中的等号的意义不同. 赋值号的左右两边不