



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

# 精密机械设计基础

© 天津大学 裘祖荣 主编

 机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS

赠电子教案



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

# 精密机械设计基础

主 编 裘祖荣  
副主编 陶晓杰  
参 编 赵 英 王伯雄 黄其圣  
陈雍乐 刘京诚 董明利  
谢 驰 李永新 洪海涛  
主 审 张国雄 蒋秀珍



机械工业出版社

本书以基本的力学分析和零件的力学性能校核为起点,对精密机械及仪器仪表中常用机构和零、部件的工作原理,适用范围,结构,设计计算方法,工程材料选择和热处理,以及零件的几何精度设计的基础知识,均作了较为详细的阐述。

全书共分十五章,其中包括:绪论、结构设计中的静力学平衡,机械工程常用材料及钢的热处理;零件强度、刚度分析的基本知识,平面机构的结构分析,平面连杆机构,凸轮机构,齿轮传动,带传动,螺旋传动,轴、联轴器、离合器,支承,直线运动导轨,弹性元件,零件的联接,零件的精度设计与互换性。

本书被列为普通高等教育“十一五”国家级规划教材,是高等学校仪器仪表专业精密机械设计课程和仪器仪表机构设计的课程教材,亦可供有关专业师生和工程技术人员参考使用。

本书配有电子课件,欢迎选用本书作教材的老师索取,索取邮箱:

Edmond Yan@sina.com

Edmond Yan@hotmail.com

## 图书在版编目(CIP)数据

精密机械设计基础/裘祖荣主编. —北京:机械工业出版社, 2007.5

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

ISBN 978-7-111-21455-7

I. 精… II. 裘… III. 机械设计-高等学校-教材  
IV. TH122

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第065193号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

策划编辑:王小东 贡克勤

责任编辑:贡克勤 版式设计:霍永明 责任校对:陈延翔

封面设计:王伟光 责任印制:洪汉军

北京京丰印刷厂印刷

2007年8月第1版·第1次印刷

184mm×260mm·25.25印张·590千字

标准书号:ISBN 978-7-111-21455-7

定价:38.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

销售服务热线电话:(010) 68326294

购书热线电话:(010) 88379639 88379641 88379643

编辑热线电话:(010) 88379725

封面防伪标均为盗版

# 前 言

“精密机械设计基础”是仪器仪表类专业重要的技术基础课程，仪器科学与技术不断发展，对课程知识体系和人才知识结构都提出了新的要求。为了更好地适应仪器科学与技术类专业的教学要求，我们编写了这本教材，供各院校精密机械设计类课程使用。

考虑到仪器仪表类各专业不同的人才培养特色和仪器仪表类专业机械类课程总学时普遍减少的情况，编者根据多年的教学经验，对知识点进行了精心编排和必要的精简取舍，突出精密机械特色，期望在学时少的条件下，帮助学生掌握相对系统实用的精密机械设计知识。

本书简明扼要，以基本的力学分析和零件的力学性能校核为起点，将精密机械及仪器仪表中常用机构和零、部件的工作原理，适用范围，结构，设计计算方法，工程材料选择和热处理，以及零件的几何精度设计的知识点融会贯通。在内容编排上突出重点，相关的知识尽可能独立成章，既可以保持知识点的系统化，又方便教师按需取舍，适合不同专业背景的教学要求。

全书共分十五章，内容包括：绪论、结构设计中的静力学平衡，机械工程常用材料及钢的热处理，零件强度、刚度分析的基本知识，平面机构的结构分析，平面连杆机构，凸轮机构，齿轮传动，带传动，螺旋传动，轴、联轴器、离合器，支承，直线运动导轨，弹性元件，零件的联接，零件的精度设计与互换性。

参加本书编写的有天津大学裘祖荣（绪论、第十五章），赵英（第一、三、六、七章），清华大学王伯雄（第二，十章），合肥工业大学陶晓杰（第四章），黄其圣（第十二章），重庆大学陈雍乐、刘京诚（第五，十四章），北京机械工业学院董明利（第八章），四川大学谢驰（第九章），中国科学技术大学李永新（第十一章），上海交通大学洪海涛（第十三章）。

作为高等学校仪器仪表专业精密机械设计课程和仪器仪表机构设计的课程教材，本书被列为普通高等教育“十一五”国家级规划教材。编写过程中，得到了天津大学有关方面的大力支持，天津大学付鲁华为本教材做了大量的辅助工作，合肥工业大学张勇对本书第十二章做了部分修改工作，天津大学张国雄教授、哈尔滨工业大学蒋秀珍教授对本书做了细致的审阅，提出了许多建设性的意见，在此，编者一并表示衷心的感谢。

由于水平有限，书中不妥之处在所难免，编者衷心希望广大读者不吝赐教。

本书配有电子课件，欢迎选用本书作教材的老师索取，索取邮箱：

Edmond Yan@sina.com

Edmond Yan@hotmail.com

编 者

## 基本物理量符号

<p><math>A</math>——面积</p> <p><math>a</math>——中心距, 加速度, 系数</p> <p><math>B, b</math>——宽度</p> <p><math>C</math>——系数, 弹簧旋绕比</p> <p><math>c</math>——系数</p> <p><math>D, d</math>——直径</p> <p><math>E</math>——弹性模量, 能</p> <p><math>e</math>——偏心距</p> <p><math>F</math>——力, 载荷, 自由度</p> <p><math>F'</math>——刚度</p> <p><math>f</math>——频率, 摩擦系数, 系数</p> <p><math>G</math>——切变模量, 重力</p> <p><math>g</math>——重力加速度</p> <p><math>H</math>——高度</p> <p>HBW——布氏硬度</p> <p>HRC——洛氏硬度</p> <p>HV——维氏硬度</p> <p><math>h</math>——高度, 厚度</p> <p><math>J</math>——转动惯量, 截面惯性矩</p> <p><math>I_a</math>——截面惯性矩</p> <p><math>I_p</math>——极惯性矩</p> <p><math>i</math>——传动比</p> <p><math>K, k</math>——系数</p> <p><math>L</math>——长度, 寿命</p> <p><math>l</math>——长度, 距离</p> <p><math>M</math>——力矩</p> <p><math>M_b</math>——弯矩, 内弯矩</p> <p><math>M_o</math>——力系对点 <math>O</math> 的主矩</p> <p><math>m</math>——模数, 质量, 系数</p> <p><math>N</math>——循环次数, 正压力</p> <p><math>n</math>——转速</p> <p><math>P</math>——功率</p> <p><math>p</math>——压强, 齿距</p> <p><math>F_R</math>——约束反力, 半径, 锥距, 可靠度</p>	<p><math>r</math>——半径</p> <p><math>S</math>——安全系数</p> <p><math>[S]</math>——许用安全系数</p> <p><math>s</math>——齿厚, 弧长, 位移</p> <p><math>T</math>——转矩, 温度, 周期</p> <p><math>t</math>——摄氏温度, 时间</p> <p><math>V</math>——体积</p> <p><math>v</math>——速度</p> <p><math>W</math>——截面系数, 功</p> <p><math>x, y, z</math>——坐标轴符号</p> <p><math>Y, Z</math>——系数</p> <p><math>z</math>——齿数, 个数</p> <p><math>\alpha, \beta</math>——角度</p> <p><math>\gamma</math>——角度, 重度</p> <p><math>\delta</math>——角度, 厚度, 相对误差</p> <p><math>\Delta</math>——绝对误差</p> <p><math>\varepsilon</math>——应变, 重合度</p> <p><math>\eta</math>——效率</p> <p><math>\theta</math>——角度</p> <p><math>\lambda</math>——变形量, 挠度</p> <p><math>\mu</math>——泊松比, 粘度</p> <p><math>\rho</math>——摩擦角, 曲率半径</p> <p><math>\sigma</math>——正应力, 拉应力</p> <p><math>\sigma_b</math>——抗拉强度</p> <p><math>\sigma_s</math>——屈服点</p> <p><math>\sigma_{bb}</math>——抗弯强度</p> <p><math>\sigma_c</math>——临界应力</p> <p><math>\sigma_p</math>——比例极限</p> <p><math>\tau</math>——切应力, 角齿距</p> <p><math>\varphi</math>——角度</p> <p><math>\omega</math>——角速度</p> <p><math>x</math>——变位系数</p> <p><math>\psi</math>——系数, 角度</p>
--	--

# 目 录

前言		
基本物理量符号		
绪论	1	
第一节 精密机械设计课程 的地位和作用	1	
第二节 精密机械设计的基本任务 和要求	1	
第三节 精密机械设计的目标和 一般方法	3	
第一章 结构设计中的静力学平衡	5	
第一节 刚体的概念	5	
第二节 力的性质	5	
第三节 平面一般力系的简化	12	
第四节 零件受力分析与受力图	18	
第五节 平面一般力系的平衡	20	
第六节 摩擦	24	
思考题及习题	26	
第二章 机械工程常用材料及钢的热处理	28	
第一节 概述	28	
第二节 金属材料的力学性能	28	
第三节 常用的工程材料	31	
第四节 钢的热处理	34	
第五节 表面精饰	38	
第六节 精密仪器材料选用原则	40	
思考题及习题	41	
第三章 零件强度、刚度分析 的基本知识	43	
第一节 概述	43	
第二节 直杆轴向拉伸与压缩	44	
第三节 剪切	47	
第四节 圆轴扭转	49	
第五节 梁的平面弯曲	53	
第六节 复杂变形的强度计算	61	
思考题及习题	64	
第四章 平面机构的结构分析	67	
第一节 概述	67	
第二节 运动副及其分类	67	
第三节 平面机构的运动简图	69	
第四节 平面机构的自由度	71	
第五节 平面机构的组成原理 和结构分析	75	
思考题及习题	79	
第五章 平面连杆机构	81	
第一节 概述	81	
第二节 平面四杆机构的分类	81	
第三节 平面四杆机构曲柄存在的条件 和几个基本概念	84	
第四节 平面四杆机构的设计	87	
思考题及习题	101	
第六章 凸轮机构	103	
第一节 概述	103	
第二节 从动件常用运动规律	104	
第三节 图解法设计平面凸轮轮廓	106	
第四节 解析法设计平面凸轮轮廓	109	
第五节 凸轮机构基本尺寸的确定	110	
思考题及习题	113	
第七章 齿轮传动	114	
第一节 概述	114	
第二节 齿廓啮合基本定律	114	
第三节 渐开线齿廓曲线	116	
第四节 渐开线齿轮各部分的名称、 符号和几何尺寸的计算	118	
第五节 渐开线直齿圆柱齿轮传动	122	
第六节 渐开线齿廓的切削原理、根切 和最少齿数	126	
第七节 变位齿轮	129	
第八节 斜齿圆柱齿轮传动	132	
第九节 齿轮传动的失效形式和材料	136	
第十节 圆柱齿轮传动的强度计算	138	
第十一节 锥齿轮传动	151	

第十二节 蜗杆传动 .....	155	第一节 概述 .....	274
第十三节 轮系 .....	160	第二节 滑动摩擦导轨 .....	275
第十四节 齿轮传动链的设计 .....	166	第三节 滚动摩擦导轨 .....	284
思考题及习题 .....	173	第四节 其他类型的导轨简介 .....	289
<b>第八章 带传动</b> .....	176	思考题及习题 .....	292
第一节 概述 .....	176	<b>第十三章 弹性元件</b> .....	293
第二节 带传动的计算基础 .....	176	第一节 概述 .....	293
第三节 同步带传动 .....	180	第二节 弹性元件的基本特性 .....	296
第四节 其他带传动简介 .....	190	第三节 螺旋弹簧 .....	299
思考题及习题 .....	191	第四节 游丝 .....	307
<b>第九章 螺旋传动</b> .....	192	第五节 片簧 .....	311
第一节 概述 .....	192	第六节 热双金属弹簧 .....	312
第二节 滑动螺旋传动 .....	192	第七节 其他弹性元件简介 .....	314
第三节 滚珠螺旋传动 .....	208	思考题及习题 .....	319
思考题及习题 .....	212	<b>第十四章 零件的联接</b> .....	320
<b>第十章 轴、联轴器、离合器</b> .....	213	第一节 联接的分类与要求 .....	320
第一节 概述 .....	213	第二节 可拆联接 .....	320
第二节 轴 .....	214	第三节 不可拆连接 .....	329
第三节 联轴器 .....	223	第四节 光学零件的连接 .....	335
第四节 离合器 .....	233	思考题及习题 .....	338
思考题及习题 .....	235	<b>第十五章 零件的精度设计与</b>	
<b>第十一章 支承</b> .....	237	<b>互换性</b> .....	339
第一节 概述 .....	237	第一节 概述 .....	339
第二节 滑动摩擦支承 .....	237	第二节 尺寸精度设计 .....	343
第三节 滚动摩擦支承 .....	243	第三节 形状与位置精度设计 .....	359
第四节 弹性摩擦支承 .....	266	第四节 表面粗糙度 .....	372
第五节 流体摩擦支承及其他		第五节 零、部件典型结构的公差	
形式的支承 .....	267	与配合标准简介 .....	377
第六节 精密轴系 .....	268	思考题及习题 .....	390
思考题及习题 .....	273	<b>参考文献</b> .....	393
<b>第十二章 直线运动导轨</b> .....	274		



# 绪 论

## 第一节 精密机械设计课程的地位和作用

机械是机器和机构的总称。在日常生活中，我们接触到许多机器，如复印机，打印机，洗衣机，各种机床，汽车等。这些不同类型的机器，具有不同的形式、构造和用途。不同的机器，就其组成来分析，都是由各种机构组合而成的。常见的机构有连杆机构、凸轮机构、齿轮机构等。机构是由构件组成的，构件可以是单一的零件，也可以是由几个零件组合成的部件，所以构件是机构中的“运动单元”，而零件是机器的“制造单元”。

随着数学、电子学、自动控制、计算机等现代科学技术的进步和发展，人类综合应用了各方面的知识和技术，不断创造出各种新型的精密机械及其产品。这些机械产品的机构更精巧，动作更准确，零件精度更高，而且往往是机、光、电、算一体化，极大地扩大了精密机械的应用范围，也为精密机械学科的发展开辟了更加广阔的途径。仪器仪表作为信息获取、变送传输、数据处理和执行控制等多种功能的高级工具，也已经从早期单一的机械式的和光学机械式仪器仪表，发展成为以机光电一体化和智能化为基本特征的现代仪器仪表。在此发展过程中，虽然机械系统的某些功能在许多情况下被其他技术系统的功能所扩展或代替，但任何一项高新技术的研究成果和产品，都是多种学科技术相互渗透、综合应用的结果。先进的技术系统，欲成为具有实用价值的现代仪器仪表产品，都不可能完全脱离精密机械系统与结构而存在。精密机械系统与结构仍是现代仪器仪表的基础和重要组成部分。大量技术实践证明，精密机械系统与结构的质量直接影响仪器仪表的性能指标、工作可靠性和稳定性。精密机械系统与结构与现代仪器仪表的总体性能质量之所以息息相关，其根本原因就在于精密机械系统与结构在现代仪器仪表中仍有其不可替代的功能和作用。

目前，精密机械已经广泛地应用于国民经济和国防工业的许多部门，如各种科学仪器，自动化仪器仪表，精密加工机床，医疗仪器设备，计算机及其外围设备；仿生技术中的机械臂、机器人；宇航技术中的火箭、卫星以及测控伺服系统中的动力传递和精密传动等。而且，随着生产和科学技术的发展，对精密机械及其产品无论在质量、数量和品种上，都不断地提出了更新、更高的要求。

## 第二节 精密机械设计的基本任务和要求

一台精密仪器设备，从提出任务到投入正常使用，一般要经过研究、设计、制造和运

行考核等各个阶段。精密机械设计作为仪器仪表类专业的学科基础课,主要研究精密机械中常用机构和常用的零、部件。从机构分析、功能、精度和性能等诸方面来研究这些机构和零、部件的工作原理、特点、应用范围、选型、材料、精度以及一般设计计算的原则和方法。

现代仪器仪表及其精密机械系统,无论是新产品的创新研究设计或已有产品的改进变型设计,都应满足技术性能指标与经济性指标两个方面的基本要求。虽然这些要求常常会随着精密机械系统与结构在仪器仪表中的功能和使用环境条件的不同而有所侧重。但作为精密机械设计的基本要求,应该包括以下方面:

1) 以机械运动学原理作为机械结构设计的理论依据,保证精密机械系统与结构中每一构件都能获得仪器仪表功能所要求的相对运动或相对固定关系。满足精密机械系统要求的运动规律和运动范围。

2) 满足仪器仪表功能和技术指标所要求的精度指标,保证所组成的精密机械系统机构在加工、安装和使用过程中所产生的机构位置误差与位移运动误差在指定的范围之内。

3) 尽量减少精密机械系统机构的运动惯量、摩擦及其他机械阻抗,提高机构的效率,满足机构的灵敏性要求,实现机构的必要的动态响应速度。

4) 控制运动副必需的、均匀的最小间隙和工作表面质量,减少零件工作表面的几何形状和相对位置误差,保证精密机械系统运转速度的平稳性。

5) 虽然与一般机械相比,仪器仪表中精密机械系统与结构传递的能量较小,但每个构件仍应在要求的使用期限内具有必要的工作能力。即要保证任何一个机械构件,在工作时具有足够的强度和刚度。

6) 考虑仪器仪表的工作环境和条件(如温度、湿度、腐蚀、冲击等),采取必要的选材方案和实验结论,保证仪器在可能遇到的各种环境条件下都能稳定地工作。

7) 运用人机工程学原则,在实现仪器仪表规定功能的前提下,充分考虑人的操作习惯,实现安全、舒适、简便、无误的操作。

8) 研究仪器仪表功能与成本的最佳匹配,在满足仪器仪表技术性能要求的前提下,充分贯彻标准化、系列化、通用化等原则,实现经济地进行生产。使设计出的仪器仪表技术性能好,适应市场需求,成本低,在市场竞争中获得较高的经济效益。

作为精密机械设计的基础课程,本课程的基本任务是:

1) 使学生基本掌握精密仪器仪表中通用机构的结构分析、运动分析、动力分析及其设计方法。

2) 使学生掌握通用零、部件的工作原理、特点、选型及其计算方法,培养学生能运用所学基础理论知识,解决精密机械零、部件的设计问题。

3) 培养学生具有设计精密机械传动和仪器机械结构的能力,以及对某些典型零、部件的精度分析,并提出改进措施。

4) 使学生了解常用机构和零、部件的试验方法;初步具有某些零、部件的性能测试和结构分析能力。

5) 使学生了解零件的材料与热处理方法、精度设计和互换性方面的基本知识,并能在工程设计中正确选用。

### 第三节 精密机械设计的目标和一般方法

精密机械系统结构的设计过程大体上有三种类型：开发性设计，即利用新原理、新技术设计新产品；适应性设计，即保留原有产品的原理及方案不变，为适应市场需要，只对某些零件或部件进行重新设计；变参数设计，即保留原产品的功能、原理方案和结构，仅改变零部件的尺寸或结构布局形成系列产品。一般情况下，无论哪种设计类型，都应该达到或保持以下两个功能：首先是组成具有确定运动规律的运动系统，在进行运动和能量传递、转换，完成仪器仪表功能所要求的各种动作的同时，与仪器仪表技术系统中的传感、控制、驱动等其他元器件共同实现信息的传递、转换、以及指示工作状态和工作结果。其次是构成仪器仪表的基体、运动机构的机架和运动支承、导向系统，实现仪器仪表中光学、电子、机械等各种元器件及机构零部件的刚性或弹性联接、调整和固定，使各元器件获得所要求的确定而稳定的相对位置，为保证各元器件发挥其应有的工作性能提供条件。

以新产品开发设计为例，精密机械系统机构的设计一般分为4个阶段：

(1) 调查决策阶段 在设计精密机械系统时，需进行必要的调查研究，了解用户的意见和要求，市场供应情况和前景，收集有关的技术资料及新技术、新工艺、新材料的应用情况。在此基础上，拟定新产品开发计划书。在设计开始阶段，应充分发挥创造性，构思方案应多样化，以便经过反复分析比较后，从中选出最佳方案。决策是非常关键的一步，直接影响设计工作和产品的成败。

(2) 研究设计阶段 此阶段一般分为两步进行。第一步主要为功能设计研究，称为前期开发，任务是解决技术中的关键问题。为此，需要对新产品进行实验研究和技术分析，验证原理的可行性和发现的问题，写出总结报告、总布局图和外形图等等。第二步为新产品的技术设计，称为后期开发，绘出总装配图、部件装配图、零件工作图，各种系统图（传动系统、液压系统、电路系统、光路系统等）以及详细的计算说明书、使用说明和验收规程等各种技术文件。以上各部分内容往往需要相互配合，设计工作也常需多次修改，逐步逼近，以便设计出技术先进可靠、经济合理、造型美观的新产品。在技术设计中，需进行大量的结构设计工作。为保证设计质量，对不同的设计阶段还应该进行必要的仿真检查、验收。

(3) 试制阶段 样机试制完成后，应进行样机试验，并做出全面的技术经济评估，以决定设计方案是否可用或需要修改。即使可用的方案，一般也需要做适当修改，使设计达到最佳化。需要修改的方案，应检查数学、物理模型是否符合实际，必要时，改进模型后进行试验，甚至重新设计。

(4) 投产销售阶段 样机试验成功后，对于批量生产的产品，尚需进行工艺、工装方面的生产设计。经小批量试制、用户试用、改进定型后，即可投入正式生产、销售和售后服务工作。要重视售后服务工作，从市场反馈信息中发现产品的薄弱环节，这对于进一步完善产品设计，提高产品可靠度，萌生新的设计构思，开发新产品都有积极的意义。

精密机械设计基础是一门理论和实践密切结合的设计性课程，因此，在教学环节中，除进行理论讲授外，尚安排有习题课（讨论课）、实验课、实物教学及课程设计等实践性

教学环节。这对于全面培养学生的分析问题和解决问题的能力，以及工程设计能力，是至关重要的。

在进行精密机械设计的过程中，完成同一工作任务，往往可以选用不同类型的机构和零件、部件。例如，传递两平行轴之间的运动，可以用带传动，齿轮传动等等；此外，同一零部件，使用场合不同，受力状况不同，其设计原则和方法也不尽相同。因此，在学习和工程设计的实践中，必须树立辩证观点，理论联系实际，学会具体问题具体分析的方法，在熟知和掌握各种机构和零、部件基本理论和基本知识的基础上，根据具体使用条件，合理地进行选型及采用正确的设计计算方法。

# 第一章 结构设计中的静力学平衡

## 第一节 刚体的概念

力是物体间的相互机械作用，它能使物体的运动状态发生变化，同时还会使物体的形状发生变化，即发生变形。

所谓刚体是在受力情况下保持形状和大小不变的物体。它是一个理想化了的力学模型。

在正常情况下，物体受力都会产生变形，但由于工程上用的机械零件或构件都有足够抵抗变形的能力，在所允许力的作用下产生的变形是微小的，这种微小的变形对研究物体的平衡问题不起主要作用，常常可以忽略不计。这样就可以把物体看成不变形的刚体。

因此，在结构设计中，通过力的平衡求解零件（或构件）所受的外力时，可以把它们看作刚体；当研究构件零件（或构件）受力变形及应力分析时，应将受力对象看作弹性体。

## 第二节 力的性质

### 一、力的基本概念

力是物体间的相互机械作用，描述力的作用需要三个基本要素：①力的作用点，即力的作用位置；②力的作用方向；③力的大小。

力的作用点即物体直接承受力的那一点，通过力的作用点，沿力的作用方向的一条直线，称为该力的作用线。

在国际单位制中，以“牛顿”作为力的单位，记作  $N$ 。

力的三要素可以用一个矢量表示出来，矢量的起点或终点表示力的作用点，矢量的方向和箭头的指向表示力的方向，矢量的长度按照选定的比例尺代表力的大小，如图 1-1 所示。推动小车的力用矢量  $AB$  表示，它的终点  $B$  为力的作用点，它的方向是水平向右，它的长度代表  $80N$ （比例尺为每格代表  $10N$ ）。矢量可用黑体字母（例如  $F$ ）表示。

对刚体而言，力可以沿其作用线任意滑动，而不改变其作用效果，即力的作用线上任一点都可以作为力的作用点，这一性质被称为力的可传性。

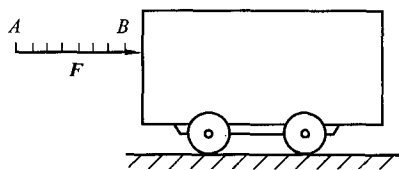


图 1-1 力的矢量表示法

## 二、力系的概念

一个物体常常受到几个力的作用。力学中将同时作用在同一物体上的许多力称为力系。

各力作用线在同一平面内的力系称为平面力系，不在同一平面内的力系称为空间力系。

各力作用线相交于一点的力系称为汇交力系或共点力系，各力作用线相互平行的力系称为平行力系。

作用于物体上的力系如果用另一个力系来代替而效果相同，则称这两个力系为等效力系。

如果物体在某一力系作用下，其运动状态不变，则此力系称为平衡力系。显然将平衡力系加到静止的物体上时，物体仍将保持静止。

## 三、二力杆平衡

如果一个刚体受两个力  $F_1$  和  $F_2$  的作用，如图 1-2a 所示，那么在什么条件下，这个刚体能够平衡呢？实践证明，当这两个力  $F_1$  和  $F_2$  大小相等、方向相反、作用线在同一条直线上时，受力刚体就处于平衡状态， $F_1$  与  $F_2$  称为一对平衡力，这是最简单的平衡力系。

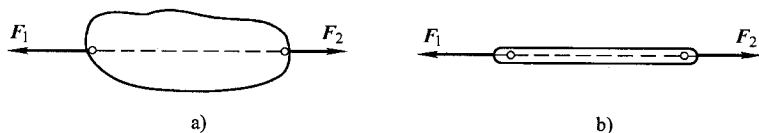


图 1-2 二力平衡状态

由此可得到一个基本结论：作用于同一刚体上的两个力，使刚体处于平衡状态的必要和充分条件是：这两个力的大小相等、方向相反、沿同一作用线作用（简称等值、反向、共线）。这个结论称为二力平衡定律。

我们把仅受二力作用而处于平衡状态的物体称为二力体。如果物体是杆件（见图 1-2b），则称为二力杆。根据二力平衡条件，二力杆上二平衡力作用点的连线就是力的作用线，在工程上有些杆件自重很轻，往往可以略去不计，当它只受二力作用而保持平衡时，可看作二力杆。二力杆可以是直杆，也可是弯杆。

## 四、三力平衡汇交定理

若刚体在三个力作用下处于平衡，且其中二力的作用线相交于一点，则第三个力的作用线必须通过同一点（见图 1-3a）。

**证明** 设三个力  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  分别作用在刚体上  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三点，使刚体处于平衡，其中力  $F_1$  与  $F_2$  的作用线交于  $O$  点。

根据力的可传性原理，将力  $F_1$ 、 $F_2$  沿作用线移到它们的交点  $O$ ，并按力的平行四边形公理合成为一个合力  $F_R$ 。由于三个力  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  是成平衡的，因此  $F_3$  应与  $F_1$ 、 $F_2$

的合力  $F_R$  平衡。根据二力平衡的条件，力  $F_3$  必定与  $F_R$  共线，所以  $F_3$  必须通过  $F_1$  与  $F_2$  的交点  $O$  (见图 1-3b)。

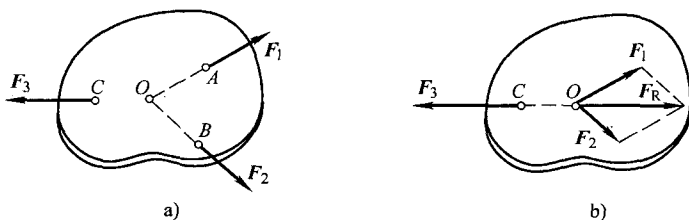


图 1-3 三力平衡汇交

**例 1-1** 如图 1-4a 所示的钢架，在  $C$  点作用一水平力  $F$ ，尺寸如图。试求支座  $A$  和  $B$  处的约束反力。钢架的重量略去不计。

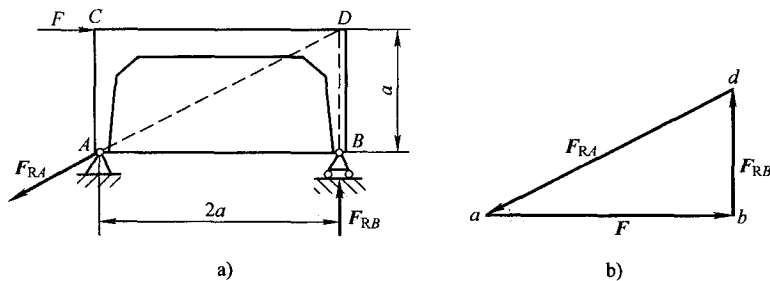


图 1-4 例 1-1 图

**解** 1) 取钢架为研究对象，画受力图 (见图 1-4a)。

由于钢架在  $C$  点受到向右的水平力  $F$  作用，且活动铰链支座  $B$  的反力  $F_{RB}$  通过铰链中心并垂直于支承面垂直向上，由三力平衡汇交定理可知，固定铰链支座  $A$  的约束反力  $F_{RA}$  的作用线必定通过  $F$  与  $F_{RB}$  两力的作用线交点  $D$ 。

2) 做封闭的力三角形 (见图 1-4b)。

在图 1-4a 中，可求得

$$AD = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = a\sqrt{5}$$

因为三角形  $ABD$  相似于三角形  $abd$ ，其对应边应成比例，故有

$$\frac{F}{2a} = \frac{F_{RA}}{a\sqrt{5}} = \frac{F_{RB}}{a}$$

解得

$$F_{RA} = F \frac{a\sqrt{5}}{2a} = \frac{\sqrt{5}}{2}F$$

$$F_{RB} = F \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}F$$

## 五、作用与反作用定律

力是物体间的相互作用，当甲物体给乙物体一个作用力时，乙物体也同时给甲物体一个反作用力。大量实验证明，两个物体间的作用力与反作用力，总是大小相等、方向相反、作用于同一条直线上。

作用力反作用力是一对矛盾，总是同时存在，互为依存条件，没有作用力就不存在反作用力。

必须指出，作用力与反作用力是分别作用在两个不同物体上的力，它不同于一对平衡力，二力平衡是指作用在同一物体上的两个力的平衡。

## 六、力的合成的图解法

### 1. 二力合成（平行四边形定律）

如果在刚体上作用着两个力，其作用线相交于一点，他们作用的效果可用另一个力的

作用效果来代替，这个力即原来那两个力的合力。由于力是矢量，两力合成就不是简单地算术相加，而是按平行四边形法则合成，即用这两个汇交力为邻边作一平行四边形。

其对角线就是这两个汇交力的合力（包括大小和方向），如图 1-5a 所示。矢量  $OA$  和  $OB$  分别代表两个已知力  $F_1$  与  $F_2$ ，相交于  $O$  点，以  $OA$  和  $OB$  为邻边作平行四边形  $OACB$ ，其对角线  $OC$  即代表  $F_1$  和  $F_2$  的合力  $F_R$ ，其方位由  $OC$  与  $OA$  的夹角  $\alpha$  表示， $OC$  即代表合力作用线的位置。

实际上不必将平行四边形全部画出，只画出三角形  $OAC$  或三角形  $OBC$  即可（见图 1-5b）。作图步骤是先按比例画出  $F_1$  的矢量（用  $OA$  表示），然后再过  $A$  点按比例尺画出  $F_2$  的矢量（即  $AC$ ），于是从  $O$  到  $C$  的封闭边就是合力  $F_R$ 。三角形  $OAC$  称为力三角形，这种求合力的方法叫做力三角形法则。

此外求二汇交力的合力也可以应用余弦定理计算：

$$\text{合力大小为} \quad F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\theta} \quad (1-1)$$

$$\text{合力方位为} \quad \alpha = \arctan \frac{F_2 \sin\theta}{F_1 + F_2 \cos\theta} \quad (1-2)$$

当  $\theta=0^\circ$  时，则  $F_R$  最大；当  $\theta=180^\circ$  时，则  $F_R$  最小；当  $\theta=90^\circ$  时，则  $F_1$  与  $F_2$  两力作用线互相垂直，上述公式可写成

$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

$$\alpha = \arctan \frac{F_2}{F_1} \text{ 或 } \cos\alpha = \frac{F_1}{F_R}$$

### 2. 力的分解

力可以合成，也可以分解。将一个力分解为相交的两个（或两个以上）分力的过程，称为力的分解。分解与合成不同，两个（或两个以上）力的合成只有一个合力，而一个

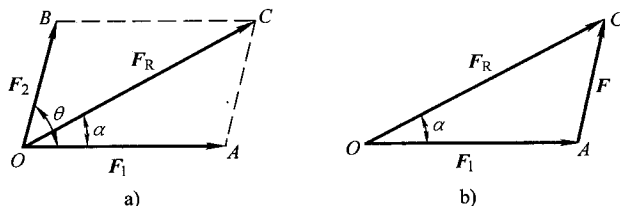


图 1-5 力平行四边形定律  
a) 力的合成 b) 力三角形法则



力如果没有其他条件限制, 根据平行四边形定律, 可有多种分解方法。可以分解为大小、方向都不同的两个 (或两个以上) 分力。

工程上常将一个力分解为方向已知的互相垂直的两个或三个分力。如图 1-6 所示, 一对直齿轮传动,  $O_1$  为主动轮,  $O_2$  为从动轮。 $O_1$  轮作用在  $O_2$  轮上的法向压力为  $F_n$ , 分解时常将  $F_n$  分解为两个互相垂直的分力, 一个是圆周力  $F_i$ , 使  $O_2$  轮转动, 另一个是径向力  $F_r$ , 压向  $O_2$  轮的中心。这两个分力分别为

$$\left. \begin{aligned} F_i &= F_n \cos \alpha \\ F_r &= F_n \sin \alpha \end{aligned} \right\}$$

### 3. 平面汇交力系的合成

对于两个以上的平面共点力的合成, 可连续应用力三角形法则。如图 1-7a 所示, 作用于物体上的四个力  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$ 、 $F_4$  汇交于  $O$  点。利用三角形法则 (即利用平行四边形法则), 可先求出其中两个力 (例如  $F_1$  与  $F_2$ ) 的合力  $F_{R1}$ , 再求出  $F_{R1}$  与  $F_3$  的合力  $F_{R2}$ , 最后求出  $F_{R2}$  与  $F_4$  的合力  $F_R$ , 如图 1-7b 所示, 从图中可看出, 在求力系合力过程中, 事实上无需画出  $F_{R1}$  和  $F_{R2}$  所得结果, 最后的合力与合成的先后顺序无关。

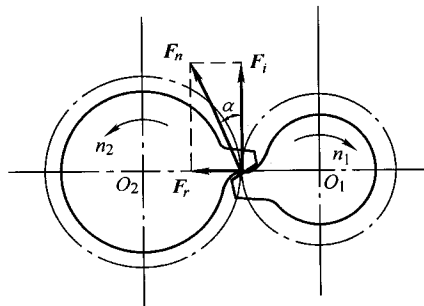


图 1-6 力的分解

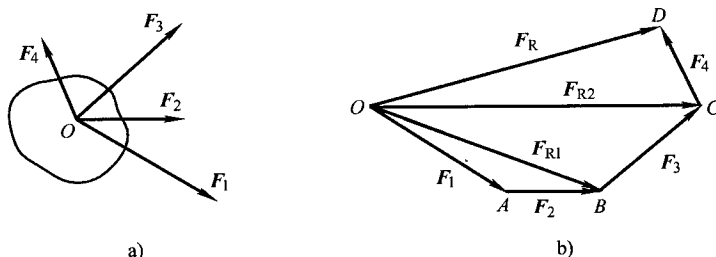


图 1-7 平面共点力的合成

上述连续应用三角形法则所得的多边形  $OABCD$ , 称为力多边形, 封闭边  $OD$  即为合力  $F_R$ 。合力  $F_R$  的作用点即原力系的汇交点。依次类推, 即可求出许多平面共点力的总合力。

## 七、平面汇交力系合成的解析法

上面所介绍的解算平面汇交力系问题的几何法虽然比较简易, 但精度比较低。下面介绍应用更广泛的解析法。解析法是以力在坐标轴上的投影为基础的, 为此, 先介绍一下力在坐标轴上投影的概念及合力投影定理。

### 1. 力在坐标轴上的投影

设力  $F$  作用于物体  $A$  点, 从矢量  $F$  的两端  $A$  和  $B$  分别向同平面内直角坐标系的两轴引垂线, 得垂足  $a_1$ 、 $b_1$  和  $a_2$ 、 $b_2$  (见图 1-8a), 则线段  $a_1b_1$  称为  $F$  在  $x$  轴上的投影, 用  $F_x$  表示; 线段  $a_2b_2$  称为力  $F$  在  $y$  轴上的投影, 用  $F_y$  表示。力在轴上的投影是代数量, 其