

教育部高职高专规划教材辅导用书

高等数学(下) 学习辅导

MATHS

主编 胡金德
陈 魁



中国财政经济出版社

教育部高职高专规划教材辅导用书

高等数学(下)学习辅导

胡金德 陈魁 编著

中国财政经济出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

高等数学 (下) 学习辅导/胡金德, 陈魁编著. —北京: 中国财政经济出版社, 2008. 1

教育部高职高专规划教材辅导用书

ISBN 978 - 7 - 5005 - 9973 - 9

I. 高… II. ①胡…②陈… III. 高等数学 - 高等学校: 技术学校 - 教学参考资料 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 078700 号

中国财政经济出版社出版

URL: <http://www.cfeph.cn>

E-mail: jiaoyu@cfeph.cn

(版权所有 翻印必究)

社址: 北京市海淀区阜成路甲 28 号 邮政编码: 100036

发行电话: 88190616 88190655 (传真)

三河市新世纪印务有限公司印刷 各地新华书店经销

787 × 960 毫米 16 开 20.25 印张 333 000 字

2008 年 1 月第 1 版 2008 年 1 月河北第 1 次印刷

定价: 24.00 元

ISBN 978 - 7 - 5005 - 9973 - 9/0 · 0062

(图书出现印装问题, 本社负责调换)

前 言

本书是主教材“高等数学（下）”的教学辅助用书，内容安排与主教材对应。第一篇线性代数和第二篇概率论与数理统计分别由胡金德教授、陈魁教授编写。根据高职高专的实际需要，内容安排以习题为主，与教材紧密配合。各章的内容都有以下几个部分：内容提要、学习要求和重点难点、典型例题分析、同步练习题、自我测验题以及这两类习题的解答。认真学习这本辅助用书，对掌握主教材的内容、提高能力会有很大的帮助。

编 者

2007 年 2 月于清华园

目

录

第一篇 线性代数

第1章 行列式	(3)
一、内容提要	(3)
二、学习要求和重点难点	(5)
三、典型例题分析	(5)
四、同步练习题	(14)
五、自我测验题	(16)
六、参考解答	(17)
(一) 同步练习题解答	(17)
(二) 自我测验题解答	(20)
第2章 矩阵	(24)
一、内容提要	(24)
二、学习要求和重点难点	(28)
三、典型例题分析	(29)
四、同步练习题	(40)
五、自我测验题	(42)
六、参考解答	(43)
(一) 同步练习题解答	(43)
(二) 自我测验题解答	(49)
第3章 向量	(55)
一、内容提要	(55)
二、学习要求和重点难点	(58)
三、典型例题分析	(58)

四、同步练习题	(66)
五、自我测验题	(68)
六、参考解答	(70)
(一) 同步练习题解答	(70)
(二) 自我测验题解答	(74)
第4章 线性方程组	(80)
一、内容提要	(80)
二、学习要求和重点难点	(82)
三、典型例题分析	(83)
四、同步练习题	(90)
五、自我测验题	(92)
六、参考解答	(93)
(一) 同步练习题解答	(93)
(二) 自我测验题解答	(98)
* 第5章 特征值、特征向量	(102)
一、内容提要	(102)
二、学习要求和重点难点	(104)
三、典型例题分析	(105)
四、同步练习题	(112)
五、自我测验题	(113)
六、参考解答	(114)
(一) 同步练习题解答	(114)
(二) 自我测验题解答	(120)
* 第6章 二次型	(126)
一、内容提要	(126)
二、学习要求和重点难点	(128)
三、典型例题分析	(128)
四、同步练习题	(137)
五、自我测验题	(138)
六、参考解答	(139)
(一) 同步练习题解答	(139)
(二) 自我测验题解答	(144)

第二篇 概率论与数理统计

第7章 随机事件及其概率	(151)
一、内容提要	(151)
二、学习要求和重点难点	(155)
三、典型例题分析	(155)
四、同步练习题	(169)
五、自我测验题	(171)
六、参考解答	(173)
(一) 同步练习题解答	(173)
(二) 自我测验题解答	(177)
第8章 随机变量及其分布	(182)
一、内容提要	(182)
二、学习要求和重点难点	(188)
三、典型例题分析	(189)
四、同步练习题	(214)
五、自我测验题	(217)
六、参考解答	(219)
(一) 同步练习题解答	(219)
(二) 自我测验题解答	(232)
第9章 随机变量的数字特征	(236)
一、内容提要	(236)
二、学习要求和重点难点	(239)
三、典型例题分析	(240)
四、同步练习题	(247)
五、自我测验题	(251)
六、参考解答	(252)
(一) 同步练习题解答	(252)
(二) 自我测验题解答	(258)
* 第10章 大数定律和中心极限定理	(261)
一、内容提要	(261)

二、学习要求和重点难点	(263)
三、典型例题分析	(264)
四、同步练习题	(269)
五、同步练习题参考解答	(269)
第 11 章 数理统计的基本概念	(274)
一、内容提要	(274)
二、学习要求和重点难点	(279)
三、典型例题分析	(279)
四、同步练习题	(282)
五、同步练习题参考解答	(283)
第 12 章 参数估计	(285)
一、内容提要	(285)
二、学习要求和重点难点	(287)
三、典型例题分析	(287)
四、同步练习题	(292)
五、自我测验题	(293)
六、参考解答	(294)
(一) 同步练习题解答	(294)
(二) 自我测验题解答	(297)
第 13 章 假设检验	(300)
一、内容提要	(300)
二、学习要求和重点难点	(304)
三、典型例题分析	(305)
四、同步练习题	(309)
五、自我测验题	(309)
六、参考解答	(310)
(一) 同步练习题解答	(310)
(二) 自我测验题解答	(314)

第一篇 线性代数

第1章

行列式

一、内容提要

1. 行列式的定义

$$D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12},$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13},$$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32},$$

$$D_n = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + \cdots + a_{1n}A_{1n},$$

其中 A_{1j} 是元素 a_{1j} 的代数余子式,

$$A_{ij} = (-1)^{1+j}M_{1j},$$

M_{1j} 是元素 a_{1j} 的余子式, 是 D_n 中划去 a_{1j} 所在的第 1 行和第 j 列元素后得到的 $n-1$ 阶行列式.

2. 行列式的性质

- (1) 行列式中行、列互换, 其值不变, 即 $D = D^T$.
- (2) 行列式的值等于任一行(列)元素与其对应的代数余子式的乘积的和.
- (3) 行列式中任一行(列)元素与另一行(列)元素对应代数余子式乘积之和为零.
- (4) 行列式中某行(列)元素全为零, 则行列式的值为零.
- (5) 行列式中若某行(列)元素有公因子 $k(k \neq 0)$, 可提出到行列式符号的外面.
- (6) 行列式某行(列)的元素均是两个元素之和, 则该行列式可以分成两个行列式的和.
- (7) 交换行列式的任意两行(列), 行列式的值改变符号.
- (8) 行列式中某两行(列)元素对应成比例(或相等), 则该行列式的值为零.
- (9) 用常数乘行列式中某一行(列)的各元素, 然后加到另一行(列)的对应元素上, 行列式的值不变.

3. 克莱姆法则

非齐次线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots, \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n. \end{cases} \quad (1.1)$$

当其系数行列式

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} \neq 0$$

时, 则(1.1)有惟一解, 且其解为

$$x_1 = \frac{D_1}{D}, \quad x_2 = \frac{D_2}{D}, \quad \cdots, \quad x_n = \frac{D_n}{D},$$

其中 D_j 是把 D 中第 j 列元素换成常数项 $b_1, b_2, \dots, b_n$ 得到的行列式.

当 $b_1 = b_2 = \dots = b_n = 0$ 时, 得对应的齐次线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = 0, \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = 0. \end{cases} \quad (1.2)$$

方程组(1.2)只有零解的充分必要条件是系数行列式 $D \neq 0$.

方程组(1.2)有非零解的充分必要条件是 $D = 0$.

二、学习要求和重点难点

行列式的逆序定义是行列式的难点之一, 但教材采用递归定义, 避开了逆序定义, 对定义只要有一定的了解即可.

利用定义、性质(包括展开定理)计算行列式或判别行列式是否为零是本章的重点, 特别是三、四阶行列式的计算应要求准确、熟练, 对 n 阶行列式应当适度. 计算中还要针对具体的行列式特点, 其元素分布的规律, 采用相应的性质、方法, 这要多看、多练, 不断总结, 提高行列式的分析和运算能力.

克莱姆法则在理论上是重要的, 当其系数行列式不等于零, 则非齐次线性方程组(1.1)惟一解, 且对应的齐次线性方程组(1.2)只有零解. 当系数行列式等于零时, 则齐次线性方程组有非零解.

三、典型例题分析

例 1.1 设 D 是 n 阶行列式, 且 $D=0$, 则 D 中_____.

- (A) 必有一行(或列)元素全为零.
- (B) 必有两列(或行)元素成比例.
- (C) 以 D 为系数行列式的非齐次线性方程组必有惟一解.
- (D) 以 D 为系数行列式的齐次方程组必有非零解.

解 应选(D).

其中(A)、(B)是 $D=0$ 的充分条件, 不是必要条件. (C) $D \neq 0$ 是非齐次线性方程组惟一解的充要条件. $D=0$, 非齐次线性方程组可能无解, 可能无穷多解, 故(C)不成立. 而(D) $D=0 \Leftrightarrow$ 以 D 为系数行列式的齐次线性方程组有非零解.

评注 应搞清教材中条件与结论之间的关系, 是充分条件? 还是必要条件? 还是充分必要条件?

例 1.2 设 $f(x) = \begin{vmatrix} x+a_{11} & x+a_{12} & x+a_{13} & x+a_{14} \\ x+a_{21} & x+a_{22} & x+a_{23} & x+a_{24} \\ x+a_{31} & x+a_{32} & x+a_{33} & x+a_{34} \\ x+a_{41} & x+a_{42} & x+a_{43} & x+a_{44} \end{vmatrix}$, 则多项式 $f(x)$ 可

能的最高方次是_____.

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

解 应选(A).

将行列式的第 1 行乘 -1 加到第 2、3、4 行, 则将消去第 2、3、4 行中的 x , 最后按第 1 行展开, 得 $f(x)$ 的表示式, 即

$$\begin{aligned} f(x) &= \begin{vmatrix} x+a_{11} & x+a_{12} & x+a_{13} & x+a_{14} \\ x+a_{21} & x+a_{22} & x+a_{23} & x+a_{24} \\ x+a_{31} & x+a_{32} & x+a_{33} & x+a_{34} \\ x+a_{41} & x+a_{42} & x+a_{43} & x+a_{44} \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} x+a_{11} & x+a_{12} & x+a_{13} & x+a_{14} \\ a_{21}-a_{11} & a_{22}-a_{12} & a_{23}-a_{13} & a_{24}-a_{14} \\ a_{31}-a_{11} & a_{32}-a_{12} & a_{33}-a_{13} & a_{34}-a_{14} \\ a_{41}-a_{11} & a_{42}-a_{12} & a_{43}-a_{13} & a_{44}-a_{14} \end{vmatrix} \\ &= (x+a_{11})A_{11} + (x+a_{12})A_{12} + (x+a_{13})A_{13} + (x+a_{14})A_{14}, \end{aligned}$$

故 $f(x)$ 是 x 的一次多项式, 整理后若 x 的系数为零, 则 $f(x)$ 是一个常数, 称为零次多项式; 若 x 系数不为零, 则 $f(x)$ 是一次多项式, 故 $f(x)$ 可能的最高方次是 1 次, 应选(A).

评注 不要只从表面看以为 $f(x)$ 是 4 次多项式而选(D). 通过观察、思

考,也可通过适当的运算,再下结论.

例 1.3 方程

$$D = \begin{vmatrix} x & a & b & c \\ a & x & b & c \\ a & b & x & c \\ a & b & c & x \end{vmatrix} = 0,$$

则方程的根是_____.

解 应填 $x = a, b, c, -(a+b+c)$.

显然方程是一个一元四次方程,应有4个根,由观察,当 $x = a$ 时,代入方程,因第1行和第2行相等,行列式为零,故 $x = a$ 是方程的一个根,同样 $x = b$ 代入,第2行、第3行相等, $x = c$ 代入,第3行、第4行相等,所以 $x = b, x = c$ 也是方程的根.

又观察 D 中每行元素之和均为 $(x+a+b+c)$,若将第2列,第3列,第4列均加到第1列,则第1列有公因子 $(x+a+b+c)$,即方程左端有公因子 $(x+a+b+c)$,从而知方程的另一个根是 $x = -(a+b+c)$,故方程的四个根是 $a, b, c, -(a+b+c)$.

评注 方程的根是使行列式为零的 x 值,显然方程的根与 a, b, c 有关,逐个代入行列式(不必将行列式展开求出一般方程再求根),看是否是根即可,观察行列式中每行元素之和相等也是这个方程的特点.

例 1.4 设 $D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a \neq 0,$

$$\text{则 } \tilde{D} = \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} + 3a_{23} & a_{23} \\ -2a_{11} & -2a_{12} - 6a_{13} & -2a_{13} \\ a_{31} & a_{32} + 3a_{33} & a_{33} \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

分析 观察、研究行列式 $\tilde{D}$ 和 D 的关系,将 $\tilde{D}$ 转化成已知值的行列式 D .

解 应填 $2a$.

因

$$\begin{aligned}
 \tilde{D} &= \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} + 3a_{23} & a_{23} \\ -2a_{11} & a_{12} - 6a_{13} & -2a_{13} \\ a_{31} & a_{32} + 3a_{33} & a_{33} \end{vmatrix} \xrightarrow{c_2 - 3c_3} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ -2a_{11} & -2a_{12} & -2a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \\
 &= -2 \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \xrightarrow{r_1 \leftrightarrow r_2} (-2)(-1) \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 2a.
 \end{aligned}$$

例 1.5 设 $D = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} = a,$

(1) 计算 $A_{11} + A_{12} + A_{13} + A_{14}$.

(2) 计算 D 的全部代数余子式的和.

解 (1) 因 $D = 2A_{11} + 2A_{12} + 2A_{13} + 2A_{14} = a$, 故

$$A_{11} + A_{12} + A_{13} + A_{14} = \frac{a}{2}.$$

(2) 法一 全部代数余子式的和为

$$\begin{aligned}
 &A_{11} + A_{12} + A_{13} + A_{14} + A_{21} + A_{22} + A_{23} + A_{24} + A_{31} + A_{32} \\
 &\quad + A_{33} + A_{34} + A_{41} + A_{42} + A_{43} + A_{44} \\
 &= \frac{1}{2}(2A_{11} + 2A_{12} + 2A_{13} + 2A_{14}) + \frac{1}{2}(2A_{21} + 2A_{22} + 2A_{23} + 2A_{24}) \\
 &\quad + \frac{1}{2}(2A_{31} + 2A_{32} + 2A_{33} + 2A_{34}) + \frac{1}{2}(2A_{41} + 2A_{42} + 2A_{43} + 2A_{44}) \\
 &= \frac{a}{2} + 0 + 0 + 0 = \frac{a}{2}.
 \end{aligned}$$

法二 $A_{11} + A_{12} + A_{13} + A_{14} = \frac{1}{2}(2A_{11} + 2A_{12} + 2A_{13} + 2A_{14}) = \frac{a}{2},$

$$A_{21} + A_{22} + A_{23} + A_{24} = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} = 0,$$

$$A_{31} + A_{32} + A_{33} + A_{34} = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} = 0,$$

$$A_{41} + A_{42} + A_{43} + A_{44} = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

故 $A_{11} + A_{12} + A_{13} + A_{14} + A_{21} + A_{22} + A_{23} + A_{24} + A_{31} + A_{32} + A_{33} + A_{34} + A_{41} + A_{42} + A_{43} + A_{44} = \frac{a}{2}$.

例 1.6 计算行列式

$$D_4 = \begin{vmatrix} 1-a & a & 0 & 0 \\ -1 & 1-a & a & 0 \\ 0 & -1 & 1-a & a \\ 0 & 0 & -1 & 1-a \end{vmatrix}.$$

解法一 利用行列式性质, 将第4列加到第3列, 再将第3列加到第2列, 第2列加第1列, 消元素 -1 为零.

$$D_4 = \begin{vmatrix} 1-a & a & 0 & 0 \\ -1 & 1-a & a & 0 \\ 0 & -1 & 1-a & a \\ 0 & 0 & -1 & 1-a \end{vmatrix} \xrightarrow{c_3+c_4} \begin{vmatrix} 1-a & a & 0 & 0 \\ -1 & 1-a & a & 0 \\ 0 & -1 & 1 & a \\ 0 & 0 & -a & 1-a \end{vmatrix}$$

$$\xrightarrow{c_2+c_3} \begin{vmatrix} 1-a & a & 0 & 0 \\ -1 & 1 & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a \\ 0 & -a & -a & 1-a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a \\ -a & -a & -a & 1-a \end{vmatrix}.$$

再将第1列的 $-a$ 倍加到第2列, 第2列的 $-a$ 倍加到第3列, 第3列的 $-a$ 倍加到第4列, 即

$$D_4 = \begin{vmatrix} 1 & a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a \\ -a & -a & -a & 1-a \end{vmatrix} \xrightarrow{c_2-ac_1} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a \\ -a & a^2-a & -a & 1-a \end{vmatrix}$$