

● 高等学校教材

高等数学(理工类)

(上册)

主 编 徐 兵

副主编 杨则桀 贺明峰 王千 杜莹



高等教育出版社

高等数学(理工类)

(上 册)

主 编 徐 兵

副主编 杨则燊 贺明峰 王 千 杜 莹

高等教育出版社

内容提要

本书是南开大学滨海学院、北京航空航天大学北海学院、天津大学仁爱学院、大连理工大学城市学院等十几所院校根据目前独立学院教学现状,结合多年在独立学院的教学经验联合编写而成。本书分为上、下册。上册主要内容有:函数、极限与连续,导数与微分,微分中值定理与导数的应用,不定积分,定积分及其应用。书中每节配有 A、B 两套习题,并附有习题答案。

本书体现教学改革及教学内容的优化,针对独立学院理工类专业的教学需求,适当降低理论深度,突出数学知识实用的分析和运算方法,着重基本技能的训练而不过分追求技巧,突出基本训练的题目,解决课程体系的系统性、严密性与应用型人才培养需求的关系,有利于学生的可持续发展,并体现新的教学理念。

本系列教材可作为独立学院理工类专业的大学数学教材,也可供有关人员学习参考。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学:理工类.上册 / 徐兵主编. —北京:高等教育出版社, 2008.6

ISBN 978 - 7 - 04 - 023885 - 3

I. 高… II. 徐… III. 高等数学 - 高等学校 - 教材
IV. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 067945 号

策划编辑 宋瑞才 责任编辑 张耀明 封面设计 于文燕 责任绘图 杜晓丹
版式设计 陆瑞红 责任校对 姜国萍 责任印制 毛斯璐

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
总 机 010 - 58581000
经 销 蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 国防工业出版社印刷厂
开 本 787 × 960 1/16
印 张 14.25
字 数 260 000

购书热线 010 - 58581118
免费咨询 800 - 810 - 0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
畅想教育 <http://www.widedu.com>
版 次 2008 年 6 月第 1 版
印 次 2008 年 6 月第 1 次印刷
定 价 18.20 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 23885 - 00

前 言

本书是为定位于培养应用型人才的独立学院编写的教材。

目前我国高等教育中独立学院发展已具有相当规模。许多独立学院在教学实践的基础上,相继开展了深化教育改革的研究。将独立学院办学定位于培养应用型人才已成为多数学校的共识,确立相应的课程体系、教学内容与教学方法已成为各独立学院的共同任务。

为促进独立学院教学改革,课程建设与教材建设的发展,许多独立学院不仅在校内深化讨论,而且进行校与校之间的交流,从教育理念、教学思想到教学内容进行广泛探讨。经高等教育出版社组织、协调,召开“独立学院数学基础课程教学改革及优质教学资源建设研讨会”。总结教学经验与教训,统一认识。并由南开大学滨海学院、北京航空航天大学北海学院、天津大学仁爱学院、大连理工大学城市学院、天津商业大学宝德学院、北京工业大学耿丹学院、北京化工大学北方学院、吉林建筑工程学院城建学院、长春大学光华学院、沈阳理工大学应用技术学院等独立学院数学教学负责人与教师代表认真讨论,制定了独立学院理工类、经济管理科学类数学课程教学基本要求(包括微积分、线性代数、概率论与数理统计)。并决定编写教材。教材以有利于应用型人才的培养为目标,以深化教学改革,提高独立学院教学质量为前提,以独立学院课程教学基本要求为指导性文件,总结独立学院数学教育的经验与教训。从课程的特点出发,分析培养研究型人才与培养应用型人才的需求差异,研究解决课程体系、系统性、严密性与应用型人才需求的关系。在教材中体现出教学改革与教学内容的优化,使教材适宜于培养应用型人才,体现出学习知识与能力培养的特点,有利于学生的可持续发展,尽力能体现新的教学理念。

本系列教材包括理工类、经管类两套教材。每套教材都由主、辅两部分组成。主教材由《高等数学(微积分)(上册)》、《高等数学(微积分)(下册)》、《线性代数》、《概率论与数理统计》4册组成,辅教材为上述4册的同步辅导书,辅教材是为学生释疑解惑、帮助学生理解概念与性质、归纳总结计算方法,并给出主

II 前 言

教材中习题解答。另外还为教师配套了电子教案。它们将在主教材出版后陆续出版。教材的编写中有意识地注意解决系统性与适应性关系;逻辑性与简洁性关系;传统与潮流关系;课程语言与通俗表述关系。教材编写中有意强化概念实例引入,强化几何解说引入,强化解决问题的思想方法;弱化技巧、弱化构造性证明、弱化纯数学定义。力求做到基本概念、基本理论表述准确、内容深入浅出,便于教师教,便于学生学。

主教材《高等数学(理工类)》、《微积分(经管类)》两书由南开大学滨海学院、北京航空航天大学北海学院教授徐兵主编。《线性代数(理工类)》、《线性代数(经管类)》两书由南开大学滨海学院教授肖马成主编。《概率论与数理统计(理工类)》、《概率论与数理统计(经管类)》两书由南开大学滨海学院周概容教授主编。

参加本书《高等数学(理工类)》上册、下册编写的有徐兵、杨则燊、贺明峰、王千、邱忠文、李连富、史天勤、杜藏、周迈及杜莹、黎虹、牛玉玲、沈丽英、张欣、汪青枝、吴伟、张学润等。两年多来,自本书构思到编写始终得到高等教育出版社的热情支持与帮助,作者在此表示衷心感谢。

由于编者的水平有限,书中难免有欠妥之处,衷心希望读者指正。

作 者

二〇〇八年三月于北京

目 录

第一章 函数、极限与连续	1
第一节 函数及其特性	1
习题 1-1	8
第二节 初等函数	9
习题 1-2	13
第三节 数列的极限	14
习题 1-3	19
第四节 函数的极限	19
习题 1-4	26
第五节 极限存在准则,两个重要极限	27
习题 1-5	31
第六节 无穷小量与无穷大量,无穷小量的比较	32
习题 1-6	36
第七节 函数的连续性与间断点	37
习题 1-7	42
第八节 闭区间上连续函数的性质	43
习题 1-8	45
 第二章 导数与微分	46
第一节 导数的概念	46
习题 2-1	52
第二节 求导法则和基本公式	54
习题 2-2	60
第三节 隐函数与由参数方程确定的函数的求导法则	61
习题 2-3	65
第四节 高阶导数	66
习题 2-4	69

II 目 录

第五节 导数的初步应用	70
习题 2-5	72
第六节 微分	72
习题 2-6	77
 第三章 微分中值定理与导数的应用	79
第一节 微分中值定理	79
习题 3-1	88
第二节 洛必达法则	89
习题 3-2	98
第三节 函数的单调性	99
习题 3-3	103
第四节 函数的极值与最值问题	104
习题 3-4	112
第五节 曲线的凹凸性	113
习题 3-5	117
第六节 函数的作图	118
习题 3-6	124
第七节 曲率	125
习题 3-7	129
 第四章 不定积分	130
第一节 不定积分的概念与性质	130
习题 4-1	137
第二节 换元积分法	138
习题 4-2	144
第三节 分部积分法	145
习题 4-3	150
 第五章 定积分及其应用	152
第一节 定积分的概念	152
习题 5-1	158
第二节 定积分的性质、中值定理	159
习题 5-2	161
第三节 微积分基本公式	162
习题 5-3	168
第四节 定积分的换元积分法	170
习题 5-4	173

第五节 定积分的分部积分法	175
习题 5-5	176
第六节 定积分的应用	176
习题 5-6	185
第七节 反常积分	186
习题 5-7	191
 附录 1 习题答案	 192
 附录 2 基本初等函数	 209
 附录 3 极坐标系	 213
 附录 4 常用的初等数学公式	 215

第一章 函数、极限与连续

函数是微积分讨论的主要对象,极限是研究函数的有效工具,连续是函数的主要性质之一.本章主要介绍函数、极限以及函数连续性的概念和性质.

第一节 函数及其特性

一、函数的概念

在生产、生活实际和科学研究过程中,经常需要考查两个彼此有关联的变量,下面观察几个具体例子.

例 1 等腰直角三角形的面积 S 与它的直角边的边长 x 的关系: $S = \frac{1}{2}x^2$.

例 2 某商场季销售额与季度的关系:

季度(t)	1	2	3	4
销售额(y)(万元)	25.3	27.6	36.2	30.5

例 3 邮局邮件质量与邮资之间的关系:

邮件重 w (千克)	0 ~ 5	6 ~ 10	11 ~ 15	16 ~ 20
邮资 c (元)	1.80	2.60	3.40	4.20

例 4 关系式 $y = 3 + x^2$.

以上四个例子中表示的两个变量间的关系常称为函数关系.下面给出一般

定义.

定义 1 设 x, y 为两个变量, D 为数集, 若对任意 $x \in D$, 按某一对应关系 f , 总有唯一确定的一个数 y 与 x 相对应, 则称对应关系 f 是定义在 D 上的函数, 简称 y 是 x 的函数, 记作

$$y = f(x) \quad (x \in D),$$

其中 x 称为自变量, y 称为因变量, 也称对应于自变量 x 的函数.

这里 $y = f(x)$, 既用来表示 y 是 x 的函数, 也用来表示 y 是与 D 中确定的数 x 相对应的一个数, 即函数在点 x 的函数值.

数集 D 称为函数 $y = f(x)$ 的定义域. 当 x 取遍 D 时, 其对应的函数值 $f(x)$ 所构成的数集称为函数的值域.

如例 1 中面积 S 是直角边长 x 的函数, 定义域为 $(0, +\infty)$; 例 2 中销售额 y 是季度 t 的函数, 定义域为 $\{t \mid 1 \leq t \leq 4 \text{ 且 } t \in \mathbf{Z}\}$; 例 3 中邮资 c 是邮件质量 w 的函数, 定义域为 $(0, 20]$.

对于函数 $y = f(x)$, 当该函数有实际意义时, 它的定义域按实际意义确定. 当函数由解析式表示时, 它的定义域是指使解析式有意义的全体实数.

例 5 求函数 $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$ 的定义域, 并计算函数在点 $x = 0, x = 2, x = x_0$ 处的函数值.

解 因为零不能作除数, 所以函数 $f(x)$ 的定义域为 $x \neq 1$ 且 $x \neq -1$.

$$f(0) = \frac{1}{0^2 - 1} = -1; \quad f(2) = \frac{1}{2^2 - 1} = \frac{1}{3};$$

$$f(x_0) = \frac{1}{x_0^2 - 1} \quad (x_0 \neq 1, x_0 \neq -1);$$

按照同样的办法, 还可以计算 $f(a+1), f(f(x_0))$.

$$f(a+1) = \frac{1}{(a+1)^2 - 1} = \frac{1}{a^2 + 2a} \quad (a \neq 0, a \neq -2);$$

$$f(f(x_0)) = \frac{1}{\frac{1}{x_0^2 - 1} - 1} = \frac{x_0^2 - 1}{2 - x_0^2} \quad (x_0 \neq \pm\sqrt{2}, \text{ 且 } x_0 \neq \pm 1).$$

例 6 已知 $f(x+1) = x^2 + 2x + 5$, 求 $f(x)$.

解 令 $x+1 = t$, 则 $x = t-1$.

$$f(t) = (t-1)^2 + 2(t-1) + 5 = t^2 + 4.$$

所以 $f(x) = x^2 + 4$.

下面介绍几种特殊的常用函数.

例 7 恒等函数. 如果对于所有的 $x \in (-\infty, +\infty)$, 均有 $f(x) = x$. 则称这个函数为恒等函数, 它的图形是一、三象限的角平分线, 如图 1.1 所示.

例 8 某市电话局规定收费标准为: 当月所打电话次数不超过 30 次时, 只收月租费 25 元. 超过 30 次时, 每次加收 0.20 元, 则收取的电话费 y 与用户当月所打电话次数 x 的关系, 可用下列函数表示:

$$y = \begin{cases} 25, & 0 \leq x \leq 30, x \in \mathbf{Z}, \\ 25 + 0.2(x - 30), & x > 30, x \in \mathbf{Z}. \end{cases}$$

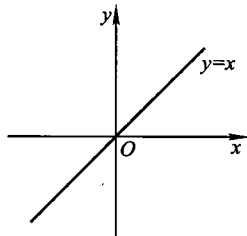


图 1.1

例 9 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x > 0, \\ 1, & x = 0, \\ 3x, & x < 0. \end{cases}$

(1) 计算 $f(1)$, $f(-2)$, $f(0)$; (2) 画出图形.

解 (1) $f(1) = 1^2 + 2 = 3$; $f(-2) = 3 \cdot (-2) = -6$; $f(0) = 1$.

(2) 该函数的图像如图 1.2 所示

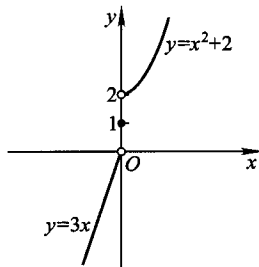


图 1.2

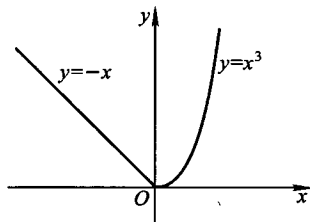


图 1.3

例 10 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^3, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0. \end{cases}$

(1) 画出图形; (2) 计算 $f(-2)$, $f(f(-2))$.

解 (1) 该函数的图形如图 1.3 所示.

(2) $f(-2) = -(-2) = 2$, $f(f(-2)) = f(2) = 2^3 = 8$.

例 11 取整函数. $f(x) = [x]$, 符号 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 如果 $x \in [n, n+1)$ (n 为整数), 则 $[x] = n$. 因此 $[-2] = -2$; $[-1.5] = -2$; $[0.2] = 0$; $[3.98] = 3$.

这个函数的图形为阶梯型曲线, 如图 1.4 所示.

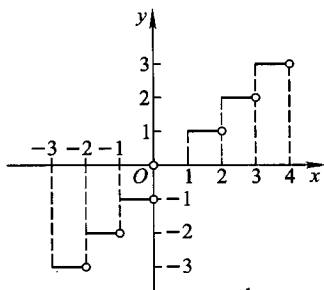


图 1.4

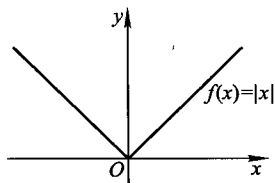


图 1.5

例 12 绝对值函数可以表示成

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

该函数的图形如图 1.5 所示.

从例 8 到例 12 中的函数都是用几个式子表达的函数,通常称这种在自变量的不同变化范围中,对应关系用不同式子来表示的函数为分段函数.

应当指出,定义域和对应关系是确定函数的两个要素,只有两者完全相同,才说两个函数是同一函数.如 $f(x) = 2\ln x$ 与 $f(x) = \ln x^2$,由于定义域不相同,故不表示同一函数.

二、函数的几种特性

在研究函数时,经常需要讨论它的如下几种特性:单调性、奇偶性、有界性和周期性.

1. 函数的单调性

观察图 1.6 和图 1.7. 图 1.6 中所表示的函数 $y=f(x)$ 当自变量 x 增大时,函数值 y 也相应增大. 图 1.7 中所表示的函数 $y=f(x)$ 当自变量 x 增大时,函数值 y 反而相应减小. 图 1.6 所表示的函数 $y=f(x)$ 称为增函数,图 1.7 所表示的函数 $y=f(x)$ 称为减函数.

一般地,设函数 $f(x)$ 的定义域为 D , 区间 $I \subset D$. 如果对于 I 上任意两点 x_1 及 x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时,恒有 $f(x_1) < f(x_2)$ 成立,则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上单调增加(如图 1.6); 如果对于区间 I 上任意两点 x_1 及 x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时,恒有 $f(x_1) > f(x_2)$ 成立,则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上单调减少(图 1.7). 单调增加和单调减少的函数统称为单调函数.

从图像上看,增函数的图像自左向右逐渐上升;减函数的图像自左向右逐渐下降.

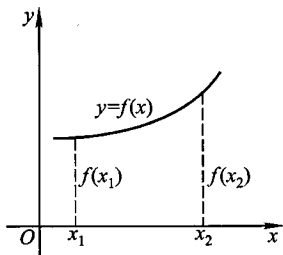


图 1.6

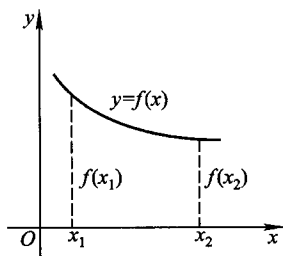


图 1.7

例 13 讨论函数 $y = x^2$ 的单调性.

解 因为对任意 $x_1, x_2 \in [0, +\infty)$, 当 $x_1 < x_2$ 时,

$$f(x_1) - f(x_2) = x_1^2 - x_2^2 = (x_1 - x_2)(x_1 + x_2) < 0,$$

所以 $f(x_1) < f(x_2)$.

因此函数 $y = x^2$ 在 $[0, +\infty)$ 上是单调增加的, 同理在 $(-\infty, 0]$ 上是单调减少的, 因而在 $(-\infty, +\infty)$ 内不是单调函数, 如图 1.8 所示.

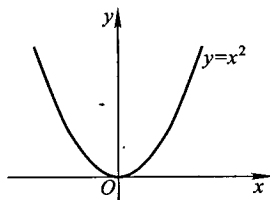


图 1.8

2. 函数的有界性

观察图 1.9 和图 1.10, 在图 1.9 中, 函数 $y = f(x)$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内最大不超过 5, 最小不小于 -3, 其绝对值最大不超过 5. 而图 1.10 中, 函数 $y = f(x)$ 在区间 (a, b) 内的取值没有界限, 可以无限的大. 图 1.9 中的函数称为有界函数, 图 1.10 中的函数称为无界函数.

一般地, 设函数 $f(x)$ 在数集 D 上有定义, 如果存在正数 M , 使得对于 D 中任一数 x , 所对应的函数值 $f(x)$ 都满足 $|f(x)| \leq M$, 则称函数 $f(x)$ 在 D 上有界. 如果这样的 M 不存在, 则称函数 $f(x)$ 在 D 上无界.

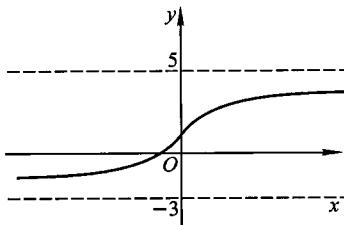


图 1.9

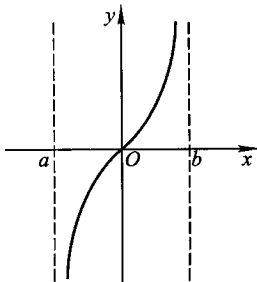


图 1.10

例如函数 $y = 3x + 1$ 在 $[0, 2]$ 上是有界的, 因为无论 x 取 $[0, 2]$ 上任何实数, 都有关系式 $1 \leq y \leq 7$ 成立, 即 $|y| \leq 7$, 这里取 $M = 7$, 当然也可以取 8, 9 或者更大的数. 而函数 $y = f(x) = \frac{1}{x}$ 在 $(0, 1)$ 内是无界的, 因为不存在这样的 M , 使 $\left| \frac{1}{x} \right| \leq M$, 对于 $(0, 1)$ 内的一切 x 都成立.

3. 函数的奇偶性

对于函数 $f(x) = 2x$, 有 $f(-x) = -2x$, 即 $f(-x) = -f(x)$, 它的图像关于原点对称, 如图 1.11 所示; 而对于函数 $f(x) = x^2$, 有 $f(-x) = f(x)$, 它的图像 (图 1.12) 关于 Oy 轴对称. 如 $f(x) = 2x$ 这样的函数叫奇函数, 如 $f(x) = x^2$ 这样的函数叫偶函数.

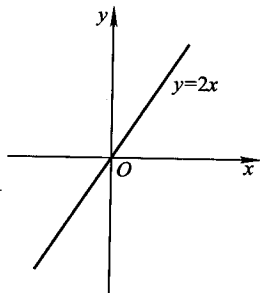


图 1.11

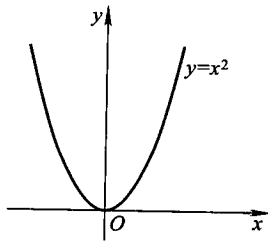


图 1.12

一般地, 设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称, 如果对于任意 $x \in D$, 恒有 $f(-x) = f(x)$, 则称函数 $f(x)$ 为偶函数. 如果对于任意 $x \in D$, 恒有 $f(-x) = -f(x)$, 则称函数 $f(x)$ 为奇函数. 奇函数的图像关于原点对称, 偶函数的图像关于 Oy 轴对称.

需要指出, 除了奇函数和偶函数外, 还存在非奇非偶函数. 例如, $f(x) = x + 1$, 既不是奇函数, 也不是偶函数. 定义在对称区间上的函数 $f(x) = 0$ 既是奇函数又是偶函数.

例 14 判断下列函数的奇偶性:

- (1) $f(x) = x^3$; (2) $f(x) = x^4 + 2x^2 + 1$;
(3) $f(x) = x^3 + 1$.

解 (1) 函数的定义域为 $(-\infty, +\infty)$ 关于原点对称, 由于

$$f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x),$$

所以 $f(x) = x^3$ 是奇函数.

(2) 函数的定义域为 $(-\infty, +\infty)$ 关于原点对称,
由于

$$f(-x) = (-x)^4 + 2(-x)^2 + 1 = x^4 + 2x^2 + 1 = f(x),$$

所以 $f(x) = x^4 + 2x^2 + 1$ 是偶函数.

(3) 虽然函数的定义域为 $(-\infty, +\infty)$ 关于原点对称,
但是

$$f(-x) = (-x)^3 + 1 = -x^3 + 1 \neq -f(x), \text{ 且 } f(-x) \neq f(x),$$

所以 $f(x) = x^3 + 1$ 既不是奇函数, 也不是偶函数.

4. 函数的周期性

观察 $y = \sin x$ 的图像如图 1.13 所示, 在这个函数的定义域内, 每个长度为 2π 的区间上的函数图像形状相同. 体现在函数上就是对任意的 x , $\sin(x + 2\pi) = \sin x$ 都成立.

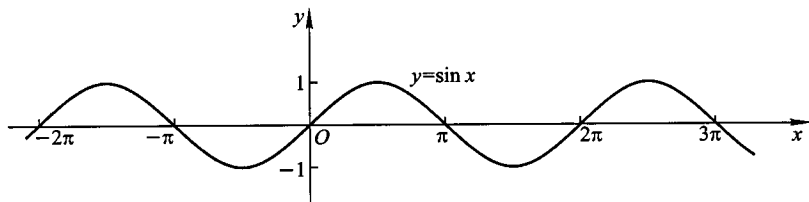


图 1.13

一般地, 对于函数 $f(x)$, 如果存在不为零的常数 T , 使得对于定义域内的任一点 x , 恒有 $f(x + T) = f(x)$ 成立, 则称函数 $f(x)$ 为周期函数, T 称为函数 $f(x)$ 的一个周期, 通常所说周期函数的周期是指最小正周期.

$y = \sin x$ 是周期为 2π 的周期函数.

周期性是宇宙的固有特性, 有很多函数是周期函数, 中学里学习的三角函数都是周期函数.

习题 1-1

(A)

1. 求下列函数的定义域:

$$(1) y = \sqrt{3-x}; \quad (2) y = \ln(1-x) + \sqrt{x+2};$$

$$(3) y = \frac{1}{\lg(x-1)}; \quad (4) y = \frac{1}{2-x^2} + \sqrt{4-x^2}.$$

2. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,1)$, 求函数 $f(e^x)$ 的定义域.

3. 设函数 $y=f(x)$ 是定义在 $[-1,1]$ 上的函数, 求函数 $f(x+1)$ 及 $f(x)+1$ 的定义域.

4. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{x+3}$, 求 $f(1)$, $f(x^2)$, $f(f(x))$.

5. 已知函数 $f(x) = e^x + 2x \tan x$, 求 $f(3x)$.

6. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & -1 < x < 0, \\ 2, & 0 \leq x < 1, \\ x-1, & 1 \leq x \leq 3. \end{cases}$ 求 $f(3)$, $f(0)$, $f(-0.5)$.

7. 已知函数 $f(x+5) = x^2 + 2x + 1$, 求 $f(x)$.

8. 设 $f(x) = ax + b$, 求 $g(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$.

9. 判断下列各组函数是否相同.

$$(1) f(x) = x+1, g(x) = \frac{x^2-1}{x-1}; \quad (2) f(x) = \lg x^2, g(x) = 2\lg x;$$

$$(3) f(x) = \sqrt{x^2}, g(x) = (\sqrt{x})^2; \quad (4) f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-3}}, g(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x-3}};$$

$$(5) f(x) = \frac{x}{x}, g(x) = 1.$$

10. 指出下列函数中哪些是奇函数,哪些是偶函数,哪些是非奇非偶的函数.

$$(1) y = x^4 - 2x^2;$$

$$(2) y = \sin x - \cos x;$$

$$(3) y = \frac{e^x + e^{-x}}{2};$$

$$(4) y = 3x^2 + 5x^5 + 1;$$

$$(5) y = \frac{1}{x} \cos x;$$

$$(6) y = \sin x + \cos x;$$

$$(7) y = -\log_2(1+x^2).$$

11. 下列函数中哪些是周期函数? 对周期函数指出其周期.

$$(1) y = \sin 3x;$$

$$(2) y = \cos \frac{1}{3}x;$$

$$(3) y = 1 + \cos \frac{\pi}{2}x.$$

(B)

1. 已知函数 $f\left(\sin \frac{x}{2}\right) = \cos x + 1$, 求 $f(x)$.

2. 求下列函数的定义域:

$$(1) y = \sqrt{3-x} + \arccos x;$$

$$(2) y = \sin(x+4) + \arcsin x.$$

3. 已知 $f(x)$ 为奇函数, 判断函数 $F(x) = f(x) \cdot \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ 和 $G(x) = f(x^2) \cdot \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ 的奇偶性.

偶性.

4. 设函数 $f(x)$ 为定义在 $(-1, 1)$ 内的奇函数, 且函数 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 内单调增加, 证明函数 $f(x)$ 在 $(-1, 0)$ 内也单调增加.

5. 若 $f(x) = \ln x$, 证明 $f(x) + f(x+1) = f(x(x+1))$.

第二节 初等函数

中学里学习的幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、反三角函数, 这五类函数统称为基本初等函数. 一般的函数通常由基本初等函数通过有限次四则运