



荣德基

3

2014

组合
讲练测

<http://www.rudder.com.cn>

配人教B版

高中数学
必修3

- 讲** 所考的知识点
- 练** 所讲的内容
- 测** 所练的效果

讲

吉林教育出版社



讲

SANWEI ZUHE

练

SANWEI ZUHE

测

SANWEI ZUHE



高中数学必修3

(配人教B版)

总主编:荣德基

本册主编:付深亭

编写人员:付深亭 薛振峰 苗立国



吉林教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

荣德基三味组合讲练测. 高中数学. 3:必修:人教B版/荣德基主编.
—长春:吉林教育出版社,2005.11
ISBN 7-5383-5064-0

I. 荣… II. 荣… III. 数学课-高中-教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 130053 号

荣德基三味组合讲练测·高中数学必修3 荣德基 总主编

责任编辑 常德澍

装帧设计 典点瑞泰

出版 吉林教育出版社(长春市同志街1991号 邮编 130021)

发行 吉林教育出版社

印刷 北京楠萍印刷有限公司

开本 787×1092 16开本 印张 18 字数 411千字

版次 2005年11月第1版 2005年11月第1次印刷

定价 25.00元(全套)

学习，从“差距”抓起

——再谈 CETC 循环学习模式与《荣德基三味组合·讲练测》

CETC 引起强烈反响

2004 年秋，荣德基老师首次将 CETC 学习方法在荣德教辅**教材、典字、800、3卷**四大系列丛书中公开，随即受到了全国各地读者朋友的广泛关注与热烈欢迎，纷纷来信咨询并索要资料，荣德基老师在百忙之中也尽可能地给予了进一步的解答。2005 年，由荣德基老师领导下的荣德基基础教育研究中心，完全根据 CETC 学习法的差距理念研发出《荣德基 CETC 高考攻略第一卷 No.1》，发扬了 CETC 精神，从初期上市反映看，必将掀起 06 年高考备考新的热潮！很多读者来信表示，CETC 学习法让一直彷徨于效率与方法之间的他们找到了最佳答案，不会再对着糟糕的成绩垂头丧气，不会再为如何提高成绩而显得手足无措，更不会再在取得好成绩之后便沾沾自喜，从而止步不前。因为，CETC 就是要让同学们知道，不管成绩是理想还是糟糕，结果都只有一个，那就是每个人都还存在着自己的差距，只不过这个差距有的表现明显，有的表现细微；有的属于基础，有的归于能力。所以同学们不用再去想分数，想名次，你只要找到自己的差距，思考并消灭这个差距，就是你学习的最佳方法，就会达到最佳学习效果。这就是 CETC，引领同学们从“差距”抓起。

CETC 受欢迎的原因

► 差距理论独树一帜

C——comprehension：理解吸收。主要针对听课环节。在听课和理解巩固知识的过程中的疏漏和疑惑就是这一环节中存在的差距。E——exercise：实践巩固。主要针对课后练习环节。在做课后练习题的过程中，即在知识应用的过程中，不能解答或解答错误的问题就是“练”这一环节存在的差距，同时也检测了“听”这一环节的差距。T——test：评估差距。主要针对测试环节。在阶段测试过程中丢分、失误或出现的知识盲点，就是这一环节的差距。同时还包括答题技巧和方法的考查、训练，这也是学习上存在差距的地方。这个环节是对“听”和“练”环节总的检测。C——countermeasure：应对措施。这是 CETC 整个循环中最关键的一环。针对一环扣一环检测出来的差距（即锁定差距）/提出缩小差距、消灭差距的措施，最终实现零距离。

这种理论的实质和核心是要抓住学生在学习过程中（即在听课、练习、考试过程中）产生的差距，而不仅仅是分数。教师在教学中要关注和区别对待每个学生个体的不同差距，让学习中的每个环节都有目标，有方案，有效率。CETC 是荣德基老师总结多年教学经验的首创，是对提高教学质量独树一帜、别出心裁的探索。

► 实践操作性强，为学生指明了学习方向

同学们在学习过程中，往往因为不知从何入手而在犹豫中浪费了很多宝贵的学习时间，既没有效率，又打击了学习的信心。而应用 CETC 循环学习模式，则是对每个学习环节中的“差距”进行过滤，让你明确学习方向，正确选择学习方法、补救措施。以最快的速度、最少的时间找到并消灭学习中的差距，就实现了学习的最高效率。这也是大部分北大清华各科状元在总结学习经验中共同提出的一种学习方法和学习经验。对此，CETC 研究组推出的“荣德基 CETC 循环学习错题反思录”，就是具体地告诉大家应该怎样去处理差距，怎样实践操作 CETC 循环学习模式。这种学习方法不仅时刻在提醒着你要去学什么，还会提醒你应该怎么去学。让你的学习永远不会迷失方向。

► 帮助老师真正做到“因材施教”

可以说在每个学生的学习过程中，接触最密切的就是老师，因此对学生的学习情况最为了解的也是老师。最好的老师就是要给学生最需要的知识和指导，让每一个学生都优秀。应用 CETC 循环学习模式，就可以让老师进一步了解每一个学生学习中存在的“差距”，总结自己教学中的“差

距”，然后才会调整自己的教学理念和方法，更有重点、有侧重地加强知识点的强化和对每一位学生进行相应的学习指导。不让任何一个学生掉队，不让自己的教学出现任何一个盲点。

►适应素质教育理念

把分数考查变为能力的培养是素质教育的一大亮点，虽然我们还是在为分数努力着，但最终要的是获取知识、吸收知识、应用知识的能力。这个能力体现在学习中就是学习知识的方法、应用知识的技巧和保持知识的策略，能找到解决问题最科学的方法并付诸实践就是能力。CETC循环学习模式就是要引导大家用科学合理的方式方法获取并应用知识，不放过任何一个能力的盲区，全方位、全过程提高。素质教育不是放弃知识，放弃分数，一味要求能力，知识、分数是能力的载体和证明，因此，现在的素质教育就是要用能力去赢得分数。这也是 CETC 的信念。

2005年秋季荣德基教辅对 CETC 的深化

CETC 学习法一推出就受到了同学们的喜爱，这给 CETC 研究组的工作人员带来了巨大的动力。通过对 CETC 学习法的深化研究，为了让老师和同学们更简单具体地进入到 CETC 循环学习模式中去，研究组成员接着推出了“荣德基 CETC 循环学习错题反思录”，融入到荣德基系列教辅丛书中的每一节、每一课的课后强化练习题、单元测试题、期中(末)测试题的后面，也就是说同学们每做完一套题，会发现自己的一些错误，而这自然是因为自己在掌握知识点和做题的方法技巧上还存在“差距”。“错题反思录”就是要让“差距”明示，记录解决方案，分析差距原因，指明以后的学习方向。你每做一套题，就会明确一次学习目标，不断如此，你的学习会达到最高效率。然后，把你用过的荣德基教辅图书保留下来，到期中(末)、高考复习时集中到一起，其中的“错题反思录”就是你最综合、最重要、最需要强化复习的知识点。同时，推出最新的研究成果——《荣德基 CETC 高考攻略第一卷》将高考备考与 CETC 学习法完美结合，用差距理论打造备考攻略，用科学的复习方案缩小与高考的差距，最终赢得高考的成功。这是 CETC 研究组对读者朋友们的最新奉献。

《荣德基三味组合·讲练测》与 CETC

《荣德基三味组合·讲练测》是一个完整的 CETC 循环学习模式。“讲”即是 C，双基讲练正是要帮助同学们理解吸收初步接收到的知识，它采用先进的左右双栏对照排版模式，集中体现了 CETC 循环学习模式的精神，针对性训练则及时有效地帮你找到这一环节中的差距。“练”即是 E，以课时为单位、逐节练习的习题网将实际应用知识过程中的差距锁定。“测”即是 T，也就是同学们的自测评估，阶段性地对知识点和综合能力进行测试，从而锁定知识薄弱点(即差距)。最后的 C——“应对措施”自然就是“荣德基 CETC 循环学习错题反思录”，它将每一环节中锁定的差距进行记录、分析、解决、备案，到高考复习时集中到一起，再进行最后一次大搜捕，不放过任何一个差距，让差距无限趋近于零。

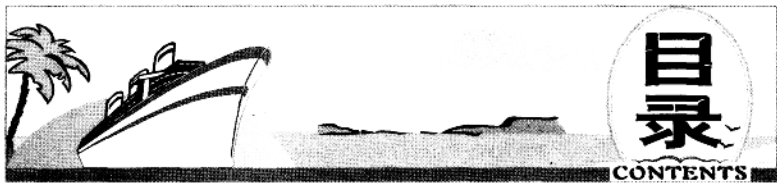
学习中应用《三味组合》，就是在进行 CETC 的一次又一次的循环，让你自主导入 CETC 循环学习模式，在不知不觉中提高学习效率，实现你心中的远大理想。

学习无止境，探索无尽头。CETC 循环学习模式还需要不断地开发、完善，如果读者朋友们在应用 CETC 模式的过程中有新发现、新建议，请联系我们！来信请寄：北京 100077—29 信箱，CETC 研究组收，邮编 100077。

读者朋友们如果需要邮购荣德基老师主编的各种教辅图书，免收邮寄费，只需按书的定价汇款至：北京 100077—29 信箱，收款人：裴立武，邮编：100077。邮购电话：010-86991251。

使用说明：[N](难题)；■(一题多解题)；小手“”所指数字为答案所在页码。

二〇〇五年十月



目录

CONTENTS

第一章 算法初步

第一节 算法与程序框图	1
第一课时 算法的概念(一)	1
第二课时 算法的概念(二)	3
第三课时 程序框图	4
第四课时 顺序结构	6
第五课时 条件分支结构	8
第六课时 循环结构	10
第二节 基本算法语句	12
第七课时 赋值、输入和输出语句	12
第八课时 条件语句	13
第九课时 循环语句(一)	16
第十课时 循环语句(二)	18
第三节 中国古代数学中的算法案例	20
第十一课时 中国古代数学中的算法案例 ..	20
第十二课时 习题课	25
全章复习	30
第二章 统计	
第一节 随机抽样	32
第十三课时 简单随机抽样	32
第十四课时 系统抽样	35
第十五课时 分层抽样	37
第十六课时 数据的收集	41
第十七课时 习题课	45
第二节 用样本估计总体	47
第十八课时 用样本的频率分布估计总体的分布	47

第十九课时 用样本的数字特征估计总体的数字特征	54
第二十课时 习题课	58
第三节 变量的相关性	67
第二十一课时 变量间的相关关系	67
第二十二课时 两个变量的线性相关	63
全章复习	68

第三章 概率

第一节 事件与概率	71
第二十三课时 随机现象	71
第二十四课时 事件与基本事件空间	73
第二十五课时 频率与概率	77
第二十六课时 概率的加法公式	81
第二十七课时 习题课	86
第二节 古典概型	88
第二十八课时 古典概型	88
第二十九课时 概率的一般加法公式(选学)	94
第三节 随机数的含义与应用	98
第三十课时 几何概型	98
第三十一课时 随机数的含义与应用	102
第三十二课时 习题课	105
第四节 概率的应用	106
第三十三课时 概率的应用	106
全章复习	112
参考答案及评析	114



第一章 算法初步

一、全章重难点提示

本章的重点是算法的概念和算法的三种基本逻辑结构及对应的基本算法语句,算法可理解为用计算机语言能够实现的计算方法.三种基本逻辑结构指算法的顺序结构、条件分支结构和循环结构.基本算法语言指赋值、输入、输出及三种逻辑结构算法语言.本章的难点是循环语句,对于我们来说,应用循环结构来实现反复执行的计算是一种新的思想和方法,刚开始时不容易掌握,学习时有一定的困难.

二、高考引路

在高考中,本章属于新增内容,可能会以填空题的形式出现,如框图、简单程序补充题.分值为3~5分.

三、备用各科相关知识回顾

1. 解二、三元一次方程组. 2. 各种函数基本性质及应用. 3. 平面、立体几何中面积、体积的求法.



第一节 算法与程序框图



第一课时 算法的概念(一)

一、双基训练

(一)基本知识讲练

知识点1:什么是算法. 算法是指由基本运算及规定的运算顺序所构成的完整的解题步骤,或看成是按照要求设计好的有限的确切的计算序列,并且这样的步骤或序列能够解决一类问题.下面是曾获图灵奖的著名计算机科学家克努斯对算法给出的描述性定义,这一定义被广泛接受,而且被许多书籍引用.

定义:一个算法,就是指有穷个规则序列的一个集合,其中规则序列应满足以下的条件:(1)有穷性:算法必须在有限的步骤内结束.(2)确定性:算法的每一个步骤必须是确切地定义的.(3)输入:算法有零个或多个输入.(4)输出:算法有一个或多个输出.(5)可行性:算法中每一步的计算和操作必须是相当基本的,也即它们原则上是能精确地执行的.

【典例】设计一个算法,求420与882的最大公因数.

解:算法步骤如下:S₁ 先将420进行素因数分解:420=2²×3×5×7. S₂ 然后将882进行素因数分解:882=2×3²×7². S₃ 确定它们的公共素因数:2,3,7. S₄ 确定公共素因数的最小指数分别为1,1,1. S₅ 最大公因数为2×3×7=42.

评析:以上步骤清晰地列出求420与882最大公因数的方法,这就是一种算法.这个算法的思想具有一般性,它可以帮助设计求三个或三个以上正整数的最大公因数的算法.在这个算法的设计中,对自然数进行素因数分解是基础,同样,求两个自然数的最大公因数的算法,也可以成为解决其他问题的方法.通过这个例子可以看出,算法是解决某类问题的一系列步骤或程序,只要按照这些步骤执行,都能使问题得到解决.一般来说,用算法解决的问题都是可以利用计算机帮助完成的.

知识点2:算法的可行性. 算法的可行性指的是算法中每一步的运算和操作必须是相当基本的,从而是能实现的.但是,所谓基本和能实现都是相对而言的,例如,求一元二次方程的根的操作,在解决其他非方程的问题时,可以认为是可行的.直接作为一个步骤用在算法中.不要硬性认为算法的步骤中哪些是可行的,哪些是不能行的.应提倡由粗到细的处理问题的方法,先确定大的框架,也就是几个大的模块,再根据情况写得更具体、更详细一些.这是设计算法和编写程序普遍采用的模块方法.

【典例】有一篮苹果,5个5个地数余2个,7个7个地数余3个,9个9个地数余4个.请设计一种算法,求出这些苹果至少有多少个.

解:算法步骤如下:S₁ 首先确定最小的除以9余4的正整数:4. S₂ 依次加9得到除以9余4的正整数:13,22,31,40,…. S₃ 在上列数中确定最小的除以7余3的数:31. S₄ 依次加上63得到:94,157,220,…. S₅ 在上列数中最小的除以5余2的数为157,则157即为所求的数. **评析:**解决问题的算法并不止一种,还可以颠倒一下9,7,5的顺序,就可以得到另一种算法,但算法往往选择最佳的,步骤最省的那一种.

知识点1针对性训练:

1. 求350和140的最小公倍数,试设计一个算法.
2. 试写出打电话的步骤.

知识点2针对性训练:

3. 有一把瓜子,5个5个地数,最后余下3个;6个6个地数,最后余下2个;7个7个地数,最后余下4个.设计一算法,求出瓜子的数量.



(二)基本能力讲练

能力点1:能够分析具体的实例,通过模仿、操作、探索体会算法的基本思想.

观察分析实例的解题过程,从中体会其算法的步骤,即先建立数学模型,分析或解答模型,逐步形成模型算法.要注意算法每步的运算要基本、具体详细,从中体会算法的基本思想.

【典例】 乌龟和仙鹤装在一个笼子里,共10只头,30只脚.问有几只乌龟,几只仙鹤,试设计算法.

解: 建立求解问题的数学模型:设有 x 只乌龟, y 只仙鹤,则有 $\begin{cases} x+y=10, \\ 4x+2y=30. \end{cases}$

制作算法如下: S1 计算 $D=|2 \times 1 - 1 \times 4|$. S2 如果 $D=0$, 则原方程无解或有无穷多组解, 不符合题意; 否则, $x = \left| \frac{10 \times 2 - 30 \times 1}{D} \right|$, $y = \left| \frac{30 \times 1 - 10 \times 4}{D} \right|$. S3 输出结果“有乌龟:” x ,”有仙鹤:” y , 或无法求得. **评析:** 本题先建立了一个二元一次方程组的数学模型, 再给出求解的算法, 从而得到问题的答案.

二、综合题讲练

【典例】 有三个数 a, b, c , 请写出找出其中最大数的算法.

所考知识点提示: 知识点1和掌握简单的设计算法过程.

解: 算法如下: S1 先比较 a 和 b , 找出最大数 \max . S2 再将 \max 与 c 比较, 找出最大数. **评析:** 本题是最简单的算法设计题, 要通过理解设计过程, 去了解算法概念.

三、易错题讲练

【典例】 班级举行智力抢答, 答对加10分, 答错扣10分, 不答不得分, 最后统计答对题数与答错题数.

错解: 算法步骤: S1 判断对错; S2 对加10, 错扣10; S3 回到 S1 继续统计.

错因评析与误区提示: 此题要求统计答对题数与答错题数. 首先应判断答还是没答. 只有答了, 才开始统计进行计数, 否则不计数. **正确解法:** S1 判断是否答题. 如是, 则继续 S2; S2 判断是否答对, 对则在对的数量上加1; 如果错, 则在错误的数量上加1; S3 返回 S1, 继续.

四、渗透新课标题讲练

(一)探究性题 本节探究性题主要考查大家根据所学算法概念, 尝试自己设计一些算法解决问题.

【典例】 写出解方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的一个算法.

解: 算法如下: S1 移项, 得 $x^2 - 2x = 3$. S2 两边同加1并配方, 得 $(x-1)^2 = 2^2$. S3 两边开方, 得 $x-1 = \pm 2$. S4 解得 $x=3$ 或 $x=-1$.

评析: 对于一般的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的求解算法: S1 计算 $\Delta = b^2 - 4ac$; S2 若 $\Delta < 0$, 输出方程无实根; S3 若 $\Delta \geq 0$, 计算

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

(二)方案设计题 根据题给方案, 设计一个算法.

【典例】 韩信为了不让敌人知道自己的兵力, 采用下述点兵方法: 先令十兵从1~3数, 结果余2兵; 再令十兵从1~5数, 结果余3兵; 又令士兵从1~7数, 结果余4兵. 这样很快就算出了十兵的总人数. 试设计一个算法, 求出十兵一共有多少人.

解: 十兵从1~3数, 余2, 这说明十兵的总人数除以3余2. 算法的第一步是将所有除以3余2的数找出来. 算法步骤如下: S1 首先确定最小的满足除以3余2的正整数: 5. S2 依次加3就得到除以3余2的正整数: 8, 11, 14, 17, ... S3 在上列数中找出最小的除以5余3的整数: 8. S4 然后依次加上15, 得到23, 38, 53, ... S5 在第4步得到的一系列数中找出除以7余4的最小数: 53. 继续... **评析:** 这个题的算法并不是惟一的, 实际上, 颠倒一下3, 5, 7的顺序, 就可以得到另一个算法.

能力点1针对性训练:

4. 一个船工要送一匹狼、一只羊和一捆青草过河. 每次除船工外, 只能带一样东西过河, 并且狼和羊不能同时在一起, 羊和青草也不能同时在一起. 试设计算法.

综合题针对性训练:

5. 找出 a, b, c, d, e 五个数中的最小数.
6. 举一个简单的例子, 说明什么是算法.

易错题针对性训练:

7. 某班有30人, 考试后, 要对学生分数进行统计. 试设计算法, 统计80分以上, 60~80分, 60分以下的人数.

新课标针对性训练:

8. 20世纪以来, 世界人口呈现史无前例的增长态势. 由于人口膨胀具有自发性和盲目性, 当人口的数量和质量, 结构或分布与社会经济和生态环境不适应时, 就会产生一系列的矛盾, 如失业、住房奇缺、交通堵塞、环境污染等问题. 我国是一个人口大国, 关注人口问题, 保持人口合理增长, 才有助于社会繁荣发展.

请同学们调查所在市区的近十年的人口变化情况, 对人口问题进行研究.



五、习题展示

【典例】 设计一算法,将三个数按从大到小的顺序排列.

解:比较 a, b, c ; S1 比较 a 和 b ,较大数记为 max ,较小数记为 min ; S2 将 c 与 max 比较,较大数记为 max ,较小数记为 mid ; S3 将 mid 与 min 比较,较大数记为 mid ,较小数记为 min ; S4 输出 max, mid, min 即为三数的由大到小顺序.

评析:数的排序,都是两个两个比较,然后大数取出再和第三数比较,这样最大数即可求出,然后余下两个数再行比较,将很容易得出结论.本题是比较大小的延伸,不仅需找出最大(小)数,还要进行排序,这是一种基本算法,应注意体会.



第二课时 算法的概念(二)

一、双基训练

(一)基本知识讲练

知识点 1:算法的有穷性. 算法的有穷性是十分重要的,是成功完成任务的首要条件.特别在算法的循环结构中,一定要考虑到何时终止循环,转入下一步操作.因为算法是可以由计算机来实现的,而计算机是可以作无穷次运算而进入“死”区域的,所以必须注意算法的有穷性.

【典例】 设计一个算法,求 $1+2+\dots+100$ 的和.

解:S1 设和 S 初值为 0,中间变量初值为 1; S2 S 加中间变量; S3 中间变量加 1; S4 回到 S2; S5 一直到中间变量到 101 结束. **评析:**求 1 到 100 的和,即从 1 一直加到 100 为止,这样中间变量不断递增 1 即可,其他类似的求阶乘等都可使用此法.然而,计算机是认“数”不认加多少次的,所以必须把中间变量加到 101 结束,这样 S 已经是前 100 个数的和,解决了问题.应特别注意此点.

知识点 2:算法的通用性. 在解决具体问题的过程中,可以先针对具体问题设计算法,在设计的过程中,或在设计完之后,考虑如何修改或推广该算法以解决类似的问题,以达到通用性的要求.

【典例】 试描述判断圆 $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$ 和直线 $Ax+By+C=0$ 的位置关系的算法.

解:S1 输入圆心的坐标 (x_0, y_0) 、直线方程的系数 A, B, C 和半径 r ; S2 计算 $z_1 = Ax_0 + By_0 + C$; S3 计算 $z_2 = A^2 + B^2$; S4 计算 $d = \frac{|z_1|}{\sqrt{z_2}}$; S5 如果 $d > r$ 则相离,如果 $d = r$ 则相切,如果 $d < r$ 则相交.

评析:本题可将二、三、四步合为一步,计算 $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$.

(二)基本能力讲练

能力点 1:学习清晰的算法、合理解决问题的步骤. 在解决具体问题的时候,要对问题进行认真地分析,不仅要写出清晰的算法,而且条理性要强,让人能一目了然,看出问题的解答,并且要找最简捷的办法.

【典例】 设计一个算法,求解小学数学四则运算题: $48 \times 98 + 21 \times 76$.

解:第一种直接算,步骤如下: S1 $48 \times 98 = 4704$; S2 $21 \times 76 = 1596$; S3 $4704 + 1596 = 6300$.第二种方法,步骤如下: S1 48×100 ; S2 20×76 ; S3 $4800 - 2 \times 48$; S4 $1520 + 1 \times 76$; S5 $4704 + 1596 = 6300$.

评析:第二种算法看似比第一种复杂,实际运算起来就比第一种简单,而且不易出错.举此例的目的是提醒同学,在遇到需要解决的问题时,不要急于下手,而要分析找出最优算法,正所谓“磨刀不误砍柴工”.

二、综合题讲练

【典例】 由动点 P 向圆 $x^2 + y^2 = 1$ 引两条切线 PA, PB ,切点分别为 A, B , $\angle APB = 60^\circ$,则动点 P 的轨迹方程是_____.试设计一算法.

解:S1 说明 $OA \perp AP$; S2 说明 $\angle OPA = 30^\circ$; S3 应用直角三角形性质, $OP = 2OA = 2$; S4 说明 P 的轨迹是以原点为圆心以 2 为半径的圆; S5 写出点 P 的轨迹方程 $x^2 + y^2 = 4$.

妙法针对性训练:

9. 设计一算法,将 a, b, c 三数按从小到大的顺序排列.

知识点 1 针对性训练:

1. 试设计一算法,求 15 的阶乘.

知识点 2 针对性训练:

2. 如果直线 l 与直线 $x+y-1=0$ 关于 y 轴对称,那么直线 l 的方程是_____.

设计解决该问题的一个算法.

能力点 1 针对性训练:

3. 求 100 以内所有奇数的和,试设计算法.

综合题针对性训练:

4. 已知直线 $l_1: 3x - y + 12 = 0$ 和 $l_2: 3x + 2y - 6 = 0$,求 l_1 和 l_2 及 y 轴所围成的三角形的面积.



评析:结合所学知识,描述求轨迹方程的算法,这是设计算法的初步,有助于体会算法思想.

三、易错题训练

【典例】已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - x + 1 & (x \geq 2), \\ x + 1 & (x < 2), \end{cases}$ 设计一个算法求函数的任一数值.

错解:算法: S1 输入 $x=1$; S2 $f(x) = f(1) = 1 + 1 = 2$; S3 输出 $f(1) = 2$.

错因评析与误区提示:未能理解题意,题中要求求任一自变量的函数值的算法.

正确解法: S1 输入 a ; S2 若 $a \geq 2$, 则执行 S3; 若 $a < 2$, 则执行 S4; S3 输出 $a^2 - a + 1$; S4 输出 $a + 1$.

四、潜题新题训练

探究性题 探究几何体体积的求解算法.

【典例】求底面边长为 $4\sqrt{2}$, 侧棱长为 5 的正四棱锥的体积, 给出解决该问题的一个算法.

解:算法 1: S1 取 $a = 4\sqrt{2}, l = 5$; S2 计算 $R = \sqrt{2} \cdot \frac{a}{2}$; S3 计算 $h = \sqrt{l^2 - R^2}$;

S4 计算 $S = a^2$; S5 计算 $V = \frac{1}{3}Sh$; S6 输出运算结果. 算法 2: S1 取 $a = 4\sqrt{2}, l =$

5; S2 计算 $V = \frac{1}{3}a^2 \cdot \sqrt{l^2 - \frac{a^2}{2}}$; S3 输出运算结果. **评析:**算法 1 的思路清楚明

白, 先求出了公式中涉及的两个量 S 和 h , 然后代入公式. 算法 2 利用了 h 与 R, a, l 的关系及 S 与 a 的关系推导出了体积 V 与 l, a 的关系式, 列出了综合算式, 使步骤更为简单, 操作更加方便.

五、选读展示

【典例】一位商人有 9 枚银元, 其中有 1 枚略轻的是假银元. 你能用天平(不用砝码)将假银元找出来吗?

解:按照下列步骤, 就能将假银元找出来: S1 把银元分成 3 组, 每组 3 枚; S2 先将两组分别放在天平两边, 如果天平不平衡, 那么假银元就在轻的那一组; 如果天平左右平衡, 则假银元就在未放的第 3 组里; S3 取出含假银元的那一组, 从中任取两枚银元放在天平的两边, 如果左右不平衡, 则轻的那一边就是假银元; 如果天平两边平衡, 则未放的那一枚就是假银元. **评析:**上述算法只称两次, 而用下述算法最少量只要称 1 次, 但最多要称 7 次. 算法: S1 任取 2 枚银元放在天平两边, 如果左右不平衡, 则轻的一边是假银元; 如果天平平衡, 则进行 S2. S2 取下右边银元放在一边, 然后把剩余的 7 枚银元依次放在另一边进行称量, 直到天平不平衡, 则轻的一边就是假银元. 我们制作算法应选择较稳定的, 尽可能运算少的一种.

一、双题训练

(一)基本知识讲练

知识点 1: 程序框图的概念. 程序框图是表达算法的方法之一, 通常用一些通用图形符号构成一张图表示算法. 这种框图又称 N-S 流程图, 从上到下一目了然地表达出算法思想, 每一步的运算都在图中能体现出来.

【典例】试着画出求 $b^2 - 4ac$ 的值的框图.

解:如图 1-1-1.

写出解决本题的一算法.

易错题针对性训练:

5. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - x + 1 & (x \geq 2), \\ x + 1 & (x < 2). \end{cases}$

设计一个算法求任一数值所对应的自变量 x .

新课标针对性训练:

6. 已知球的表面积为 16π , 求球的体积. 写出该问题的两个算法.

妙法针对性训练:
7. 求 $10! + 7! + 8!$.



第三课时 程序框图

知识点 1 针对性训练:
1. 试着画出求 $a + b + c$ 的框图.
2. 试着画出打电话过程的框图.

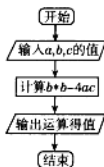


图 1-1-1

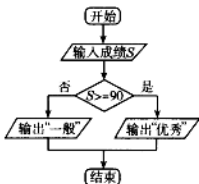


图 1-1-2

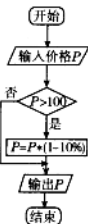


图 1-1-3

评析: 这个例子很简单, 主要是让我们掌握不同图形符号表示的不同意义。

知识点 2: 画程序框图的规则。应用框图时, 要注意遵守公共的规则, 画出的符号要规范。一般地说, 起始框只允许一流出线, 终止框只允许一流入线。输入框、输出框和处理框只有一流入线和一流出线。判断框有一流入线和两流出线(T 和 F), 但任何时候只有一流出线起作用。先设计算法, 再设计框图。

【典例】画出框图, 判断学生成绩是否优秀, 90 分以上为优秀, 90 分以下为一般。

解: 如图 1-1-2。

(二) 基本能力讲练

能力点 1: 掌握不同图形符号所表示的不同意义。掌握起止框, 输入、输出框, 判断框, 流程线的画法。这些是最常用的。

【典例】试画出框图: 某超市为促销推出一项方案, 购百元以上商品者打九折。

解: 如图 1-1-3。

二、综合题讲练

【典例】画出求运费的框图: 设汽车托运重量为 P (kg) 货物时, 每千克的费用为 (单位: 元):

$$y = \begin{cases} 2P & P \leq 100, \\ 2 \times 100 + 3(P - 100) & P > 100. \end{cases}$$

所考知识点提示: 熟悉制作框图。

解: 如图 1-1-4。

评析: 此题的关键在于判断框处, 满足条件与否要执行不同的处理框。

三、易错题讲练

【典例】画出求 $n!$ 的框图。

错解: 如图 1-1-5。

错因评析与误区提示: 此题框图画得正确, 没有错误, 关键在于条件 $i > n$ 处, 此处应为 $i = n$ 。

正确解法: 只要将 $i > n$ 改为 $i = n$ 即可。

四、选修新课题讲练

(一) 探究性题 探究进行 n 次循环运算的算法框图制作。

【典例】画出求 $2+4+6+\dots+2n$ 的框图。

解: 如图 1-1-6。评析: 此题关键是找出中间变量 $2k$ 的增值方式及逻辑判断条件。

(二) 开放性题 算法解决的是一类问题, 这类问题中任意一个都能用同一算法框图形式表达出来。

【典例】请给出 m, n 的值, 再根据所给值写出过点 $P_1(m, 0), P_2(0, n)$ 的直线方程的一个算法, 并画出流程图。

知识点 2 针对性训练:

3. 画出求 $n!$ 的框图。

能力点 1 针对性训练:

4. 试画出框图: 求过两点 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2)$ 的直线的斜率。

综合题针对性训练:

5. 某商场为促销, 进行购物返券活动“满 100 送 50”, 请画出求返券金额的框图。

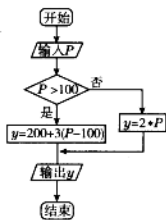


图 1-1-4

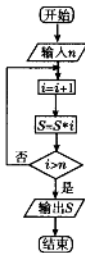


图 1-1-5

易错题针对性训练:

6. 画出求 $1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (2n - 1)$ 的框图。

新课标针对性训练:

7. 给出 $1+2+3+\dots+10$ 的两个算法, 并分别画出流程图。

解:令 $m=2, n=3$, 则算法如下: S1 $a=2, b=3$; S2 计算 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$; S3 输出结果. 该算法流程图如图 1-1-7.

评析: m, n 是我们任给的值, 但不论 m, n 为何值, 算法与流程图都可用.

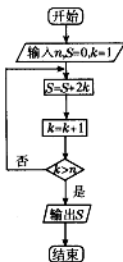


图 1-1-6

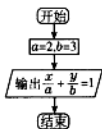


图 1-1-7

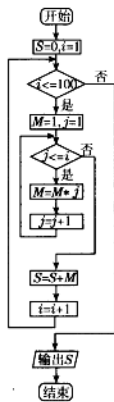


图 1-1-8

五、题法展示

【典例】设计计算 $1! + 2! + \dots + 100!$ 的值的程序框图.

解:如图 1-1-8. 评析:在求 $i!$ 时,此题用了框图中的内循环形式,而求 $S = \sum_{i=1}^{100} i!$ 时用了外循环的形式,双层循环框图是解决求和中求积或求积中求和的问题的诀窍.

妙法针对性训练:

8. 画出求 $y = \sqrt{|x|}$ 的程序框图.



第四课时 顺序结构

一、双基训练

(一) 基本知识训练

知识点 1: 顺序结构. 顺序结构是最简单的算法结构, 语句与语句之间, 框与框之间是按从上到下的顺序进行.

【典例】已知三角形的直角边, 求三角形的面积, 画出框图.

解: 如图 1-1-9.

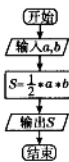


图 1-1-9

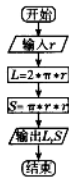


图 1-1-10



图 1-1-11

知识点 1 针对性训练:

1. 已知三角形的两边及夹角 a, b, θ , 求第三边长, 画出框图.

**(二) 基本能力讲练**

能力点 1: 能够分辨出顺序结构. 顺序结构虽然是最简单的算法结构,但它却是算法结构的基础,我们应学会这种结构的画法并能分辨出顺序结构.顺序结构是一种依次进行运算操作的结构,它没有其他的分支运算,亦没有循环停顿运算.

【典例】 已知圆的半径,求圆的面积和周长,画出框图.

解: 半径 r , 周长 L , 面积 S , 如图 1-1-10.

评析: 此题求周长与面积,所以处理框中只需输入求周长和面积的公式即可.

能力点 1 针对性训练:

2. 已知球的半径为 r , 求球的表面积和体积, 画出框图.

二. 综合题讲练

【典例】 图 1-1-11 是解决某个问题而绘制的程序框图. 仔细分析各图框内的内容及图框之间的关系, 回答下面的问题:

- (1) 图框①中 $x=2$ 的含义是什么? (2) 图框②中 $y_1=ax+b$ 的含义是什么? (3) 图框④中 $y_2=ax+b$ 的含义是什么? (4) 该程序框图解决的是怎样的一个问题? (5) 若最终输出的结果是 $y_1=3, y_2=-2$. 当 x 取 5 时输出的结果 $5a+b$ 的值应该是多大? (6) 在(5)的前提下输入的 x 值越大, 输出的 $ax+b$ 是不是越大? 为什么? (7) 在(5)的前提下当输入的 x 值为多大时, 输出结果 $ax+b$ 等于 0?

所考知识点提示: 熟练掌握各框图符号所代表的意义.

解: (1) 图框①中 $x=2$ 表示把 x 的值 2 赋给变量 x 或使 $x=2$. (2) 图框②中 $y_1=ax+b$ 的含义: 该图框在执行①的前提下, 即当 $x=2$ 时计算 $ax+b$ 的值, 并把这个值赋给 y_1 . (3) 图框④中 $y_2=ax+b$ 的含义: 该图框在执行③的前提下, 即当 $x=-3$ 时计算 $ax+b$ 的值, 并把这个值赋给 y_2 . (4) 该程序框图解决的是求函数 $f(x)=ax+b$ 的函数值的问题. 其中输入的是自变量 x 的值, 输出的是 x 对应的函数值. (5) $y_1=3$, 即 $2a+b=3$. ① $y_2=-2$, 即 $-3a+b=-2$. ②由①②得 $a=1, b=1, f(x)=x+1$. $\therefore x$ 取 5 时, $5a+b=f(5)=5 \times 1+1=6$. (6) 输入的 x 值越大, 输出的函数值 $ax+b$ 越大, 因为 $f(x)=x+1$ 是 R 上的增函数. (7) 令 $f(x)=x+1=0$, 得 $x=-1$, 因而当输入的值为 -1 时, 输出的函数值为 0. **评析:** 清楚处理框的各种含义, 本题没有输入框, 表明一个框图中也可以没有输入框.

综合题针对性训练:

3. 已知圆锥底面半径和高, 求体积, 画出框图.

三. 易错题讲练

【典例】 已知谷仓的下面是圆柱体, 上面是圆锥体, 谷仓底面半径为 r , 柱形高为 h_1 , 锥形部分高为 h_2 , 求谷仓的容积, 画出框图.

错解: 如图 1-1-12. **错因评析与误区提示:** 处理框中的内容是顺序结构的核心部分, 此题处理框中的公式输入有误. **正确解法:** 处理框中应改为 $V = \pi \cdot r^2 \cdot h_1 + \pi \cdot r^2 \cdot h_2 / 3$.

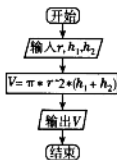


图 1-1-12

易错题针对性训练:

4. 某食品厂生产果冻, 外包装采用的容器为下面为半球形, 上面为圆锥形, 如图 1-1-13, 求这种容器的容积, 画出框图.

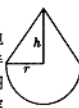


图 1-1-13

四. 课标新课题讲练

(一) 探究性题 探究实际问题的算法框图.

【典例】 画出到超市买商品的框图.

解: 如图 1-1-14. **评析:** 这是一个生活常识问题, 同学们可以试着举许多类似的例子.



图 1-1-14

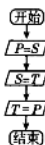


图 1-1-15

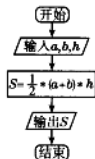


图 1-1-16

新课标针对性训练:

5. 画出到商场买鞋的框图.



(二)方案设计题 每个方案的设计都是从最基本的设计思想开始,所以在学习之初,要多进行简单方案的设计,思考其思路,寻求最简方案.

【典例】已知两个单元空间分别存放了两个变量 S 和 T 的值,试设计一个方案框图,交换这两个变量的值.

解:框图如图 1-1-15. 评析:此题在交换设计时,选择一个 P 单元空间进行交换,在交换前后,单元空间 P 都属于无赋值空间.

五. 妙法揭示

【典例】已知上底 a , 下底 b , 高为 h , 求梯形面积, 画出框图.

解:如图 1-1-16. 评析:利用顺序结构解题是最简单的运算,使人最易看清.

妙法针对性训练:

6. 某鱼池为防渗水,准备铺塑料布,鱼池呈长方体形,底面边长分别为 a, b , 高为 h , 求需多少塑料布,画出框图.



第五课时 条件分支结构

一. 双基训练

(一)基本知识讲练

知识点 1: 条件分支结构. 在一个算法中,经常会遇到一些条件的判断,算法的流程根据条件是否成立有不同流向,条件分支结构就是处理这种过程的结构.条件分支结构是常用的算法结构,它可以进行逻辑判断,并根据判断结果进行不同的处理.

【典例】设计求一个数 x 的绝对值的流程图.

解:流程图如图 1-1-17 所示.

评析:凡必须先根据条件作出判断,然后再决定进行哪一个步骤的问题,在画流程图时,必须引入判断框,应用条件分支结构.

(二)基本能力讲练

能力点 1: 如何进行逻辑判断. 条件分支结构最关键的是在判断框中输入判断条件,然后根据满足条件与否,选择不同的处理框.判断条件是由题意给出的,条件的不同判断结果也是根据题意而得的,因而条件的语句是有自由的,由我们设计者来解决.

【典例】给定三个函数 $y_1 = x^2 - 1, y_2 = 2x - 3, y_3 = x^2 + 6x$, 给出一个 x 的值,分别计算它们的函数值,并输出它们中最小的一个.为本题设计一个算法并画出程序框图.

解:算法: S1 输入 x ; S2 $y_1 = x^2 - 1, y_2 = 2x - 3, y_3 = x^2 + 6x$; S3 如果 $y_1 \leq y_2, y_1 \leq y_3$, 则输出 y_1 , 否则,执行 S4; S4 若 $y_2 \leq y_3$, 则输出 y_2 , 否则,输出 y_3 ; 根据以上步骤,可以画出如图 1-1-18 所示的程序框图. 评析:根据问题的实际情况,判断条件.

知识点 1 针对性训练:

1. 为奖励学生,某校推出一项方案,期末考试成绩过 90 分的可获得奖励.请画出学生是否被奖励的框图.

能力点 1 针对性训练:

2. 求 $x^2 + 3x + 3 = 0$ 的解,画出框图.

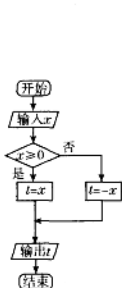


图 1-1-17

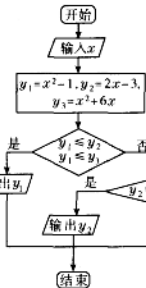


图 1-1-18

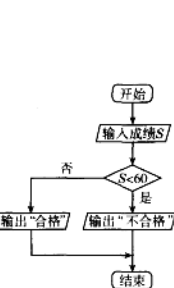


图 1-1-19



二、综合题讲练

【典例】某培训班培训结束后,要对学员进行考试,颁发证书,60分以上(含60)发合格证书,60分以下为不合格.试画出框图.

所考知识点提示:考查条件分支结构的制作.

解:如图1-1-19. **评析:**此题的逻辑判断条件是是否大于60.根据满足条件与否分别执行输出合格和不合格信息.

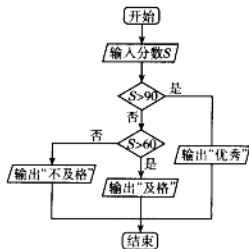


图1-1-20

三、易错题讲练

【典例】某培训班培训,颁发证书,90分以上(含90)颁发优秀,60分以上(含60)颁发及格,60分以下为不及格.请画出框图.

错解:如图1-1-20.

错因评析与误区提示:

此题须进行两次逻辑判断, $S \geq 90$ 和 $S \geq 60$.框图结构是对的但条件输入有误.

正确解法:只要将判断框中的 $S > 90$ 改为 $S \geq 90$, $S > 60$ 改为 $S \geq 60$ 即可.

四、透视新课标题讲练

(一)探究性题 在实际问题中探究应用条件分支结构.

【典例】某居民区的物业部门每月向居民收取卫生费,计费方法是:3人和3人以下的住户,每户收取5元;超过3人的住户,每超出1人加收1.2元.设计一个算法,根据输入的人数,计算应收取的卫生费,并画出程序框图.

解:算法:S1 输入 x ;S2 如果 $x \leq 3$,则 $y=5$.如果 $x > 3$,则 $y=1.2x+1.4$;S3 输出 y .相应的程序框图如图1-1-21所示.

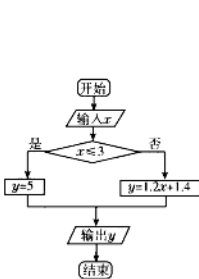


图1-1-21

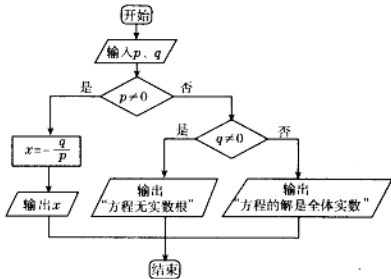


图1-1-22

评析:本例题考查利用算法和程序框图解决实际问题的能力,解决应用题一般是先将这个应用题表示的数学模型求出来,然后写出这个数学问题的算法及相应的程序框图,从而使问题得以解决.

(二)方案设计题 设计算法流程图,解决所学知识中的方程问题.

【典例】写出解方程 $px+q=0$ (其中 p, q 为常数)的一个算法,并设计出算法流程图.

解:算法如下:S1 输入 p, q ;S2 如果 $p \neq 0$,则使 $x = -\frac{q}{p}$,并执行S3.否则,执行S4;S3 输出 x ;S4 如果 $q \neq 0$,则输出“方程无实数根”,否则,输出“方程的解是全体

综合题针对性训练:

3. 期末考试后根据成绩决定该学生是否参加补考,60分以上(含60分)为及格,60分以下需补考,请判断学生是否应参加补考,画出框图.

易错题针对性训练:

4. 某校制订颁发奖学金政策,平均分90以上为一等奖学金,80~90为二等奖学金.试画出框图.

新课标针对性训练:

5. 某商场进行购物返券,消费满100元返50元购物券,满280返300元购物券,请画出消费者应得返券情况的框图.

实数”。根据上述步骤,可以画出如图1-1-22所示的算法流程图。评析:本题引入了两个判断框,是因为讨论了两次,判断了两次。本题的模式在数学分类讨论中是常见的,具有一般性。

五、题法揭示

【典例】某公共汽车收费制度为10站以内1元(包括10站),超过10站,每站加收0.2元,试画出收费框图。

解:如图1-1-23。评析:此题关键是条件判断 $n > 10$ 。

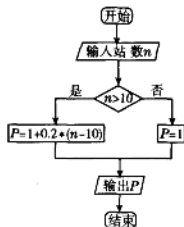


图1-1-23



第六课时 循环结构

一、双圈讲练

(一) 基本知识讲练

知识点1: 循环结构。 循环结构是本节的重点,难点。循环结构在实际问题中应用也很多。我们知道在实际问题中会遇到许多有规律的重复运算,或者在程序中需要对某些语句进行重复执行,这都需要用到循环语句进行控制。

【典例】求 $100!$ 。

解:如果用纸笔算,相信你会很头痛,可是用循环结构就简单多了。如图1-1-24。

评析: $100!$,即从1一直乘到100,中间值 k 递增1,乘完后加1再乘,一直到 k 为100止。关键在于 k 不断递增1,到101时循环结束。

(二) 基本能力讲练

能力点1: 掌握循环结构中的灵魂——循环条件。 循环结构中,循环是有限度的,否则是死循环,程序永远地无休止地运行下去,因此循环条件很重要,找好循环条件是循环结构的关键。另外,注意条件的正确性,是否在题意要求的范围内。

【典例】求 $2+4+\dots+1024$ 的框图。

解:此题为偶数求和,中间变量为 $2k$,和为 S 。框图如图1-1-25。评析:此题关键点为中间变量 $2k$, k 为1到512的自然数,循环条件为判断 k 是否大于512。

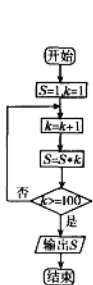


图1-1-24

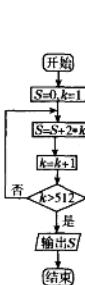


图1-1-25

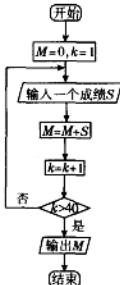


图1-1-26

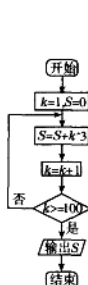


图1-1-27

妙法针对性训练:

6. 公园共有10个景区,进入5个景区内收费20元,每多进入一个景区,加收5元,请画出计费框图。

知识点1针对性训练:

1. 求 $1+2+\dots+100$ 的框图。

能力点1针对性训练:

2. 求 $1+3+5+\dots+999$ 的和。画出框图。



二、综合题讲练

【典例】某班有 40 名学生,求全班的考试所得的总成绩.

所考知识点提示:贴近生活的循环结构.

解:如图 1-1-26. 评析:此题关键在判断条件上,当 $k=40$ 时,还要再转入一次,当 $k=41$ 时,循环结束.

三、易错题讲练

【典例】画出 $1^4+2^4+\dots+100^4$ 的框图.

错解:如图 1-1-27. 错因评析与误区提示:此解中判断条件 $k \geq 100$ 有误, $k \geq 100$ 时中止循环,那么 $S=1^4+2^4+\dots+99^4$,少加了 100^4 . 正确解法:只要将判断框中的 $k \geq 100$ 改为 $k \geq 101$ 即可.

四、课内新课标题讲练

(一)探究性题 探究代数中的加减相交求和运算问题.

【典例】画出框图求 $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$.

解:如图 1-1-28.

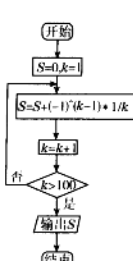


图 1-1-28

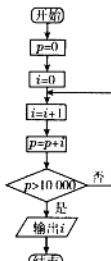


图 1-1-29

评析:此题关键点在处理框中的表达式,当 k 为奇数时 $\frac{1}{k}$ 为正, k 为偶数时 $\frac{1}{k}$ 为负.

(二)方案设计题 设计一个方案解由不等式得相加次数.

【典例】看下面的问题: $1+2+3+\dots+(\quad) > 10000$. 这个问题的答案虽然不惟一,我们只要确定出满足条件的最小正整数 n ,括号内填写的数字只要大于或等于 n ,即可.试写出寻找满足条件的最小正整数 n 的算法,并画出相应的算法流程图.

解:算法 1; S1 $p=0$; S2 $i=0$; S3 $i=i+1$; S4 $p=p+i$; S5 如果 $p > 10000$,则输出 i ,否则,执行 S6; S6 回到 S3,重新执行 S3, S4, S5. 该算法的程序框图如图 1-1-29 所示. 算法 2; S1 取 n 的值等于 1; S2 计算 $\frac{n(n+1)}{2}$; S3 如果 $\frac{n(n+1)}{2}$ 的值大于 10 000,那么 n 即为所求,否则,让 n 的值增加 1,后转到 S2 重复操作. 根据以上的操作步骤,可以画出如图 1-1-30 所示的算法流程图.

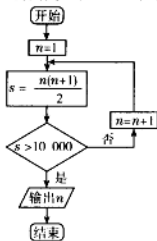


图 1-1-30



图 1-1-31

评析:算法 2 的初始值 n 从 1 开始,若从一个较大的 n 的初始值开始,可以减少计算机执行的时间.

综合题针对性训练:

3. 数学考试后,老师想求一下平均分,共有 30 名学生,试画框图.

易错题针对性训练:

4. 画出 $7+14+\dots+98$ 的框图.

新课标针对性训练:

5. 画出求 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100}$ 的框图.