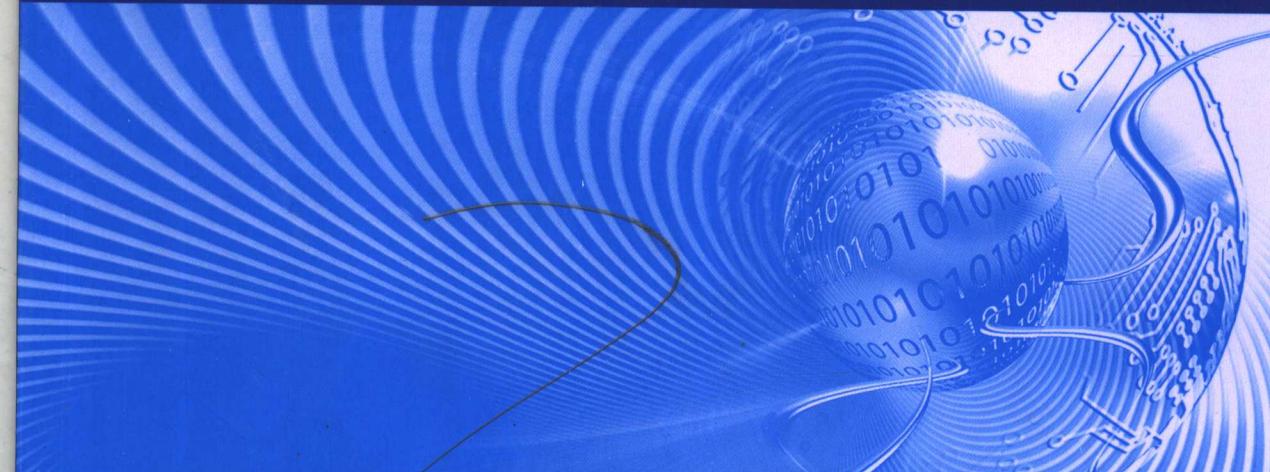


# 离散频谱分析校正 理论与技术

THE THEORY AND TECHNOLOGY OF  
DISCRETE SPECTRUM CORRECTION



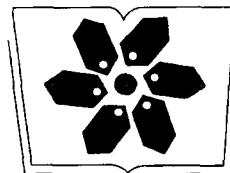
丁 康 谢 明 杨志坚 著



科学出版社  
[www.sciencep.com](http://www.sciencep.com)

TN911.6/137

2008



中国科学院科学出版基金资助出版

# 离散频谱分析校正 理论与技术

The Theory and Technology of Discrete  
Spectrum Correction

丁 康 谢 明 杨志坚 著

科学出版社  
北京

## 内 容 简 介

本书旨在总结作者在离散频谱校正领域的多年研究成果，并吸取国内外的最新研究进展，系统论述了傅里叶变换、频谱分析、离散频谱分析误差产生原因和误差大小，重点讨论了谐波信号离散频谱校正的四种高精度方法、随机噪声对各种离散频谱校正技术精度的影响、基于复解析带通滤波器的复调制细化选带频谱分析新方法和密集频谱的校正技术、具有连续频谱成分的自由振动衰减信号的误差分析和校正技术，采用离散频谱校正技术几乎可以完全消除谐波信号离散傅里叶变换频率、幅值和相位误差。最后本书还列举了离散频谱分析校正理论在机械、电子、仪器仪表等领域中的应用。

本书可作为高等理工科院校相关专业高年级本科生、研究生和教师的参考书，也可供从事机械、力学、仪器仪表、能源、航空航天、电子、控制、图像处理、电力系统和电子对抗等领域的科研人员和工程技术人员使用。

### 图书在版编目(CIP)数据

离散频谱分析校正理论与技术 = The Theory and Technology of Discrete Spectrum Correction / 丁康, 谢明, 杨志坚著. —北京: 科学出版社, 2008

ISBN 978-7-03-020212-3

I. 离… II. ①丁… ②谢… ③杨… III. 离散-频谱分析-校正  
IV. TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 035222 号

责任编辑：吴凡洁 / 责任校对：陈玉凤

责任印制：刘士平 / 封面设计：耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencecp.com>

深海印刷有限责任公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2008 年 4 月第 一 版 开本：B5 (720×1000)

2008 年 4 月第一次印刷 印张：22 1/2

印数：1—3 000 字数：440 000

**定价：65.00 元**

(如有印装质量问题，我社负责调换(新欣))

## 前　　言

离散频谱分析在机械、电子、图像处理、电子对抗、仪器仪表等领域得到广泛应用,分析精度在动平衡、机械设备故障诊断和测量仪器等工程应用中具有重要作用,频谱分析结果的精确程度是在工程应用中能否取得成功的关键因素之一。然而长期的应用和近年来的理论分析表明:经快速傅里叶变换得到的离散频谱,频率、幅值和相位均可能产生较大误差,单频率谐波信号加矩形窗时的幅值最大误差从理论上分析可达 36.4%;即使加其他窗时,也不能完全消除此误差,加 Hanning 窗并只进行幅值恢复时的最大幅值误差仍高达 15.3%,相位误差高达  $\pm 90^\circ$ ,频率最大误差为  $\pm 0.5$  个频率分辨率。因此,频谱分析的结果在许多领域只能定性而不能精确地定量分析和解决问题,大大限制了该技术的工程应用,特别是在机械振动和故障诊断中的应用受到极大限制。所以对离散频谱进行误差分析并研究其校正方法,提高谱分析方法的精度是现代信号处理的主要发展方向之一。

本书旨在总结作者在离散频谱校正领域的多年研究成果,比较系统、全面和准确地论述离散频谱分析校正理论和技术。在内容上,力求反映当前离散频谱校正理论的发展,着重系统地阐述基础理论和各种校正方法,重视实际工程应用。在叙述上,注重理论推导、仿真计算与工程实际相结合,力求思路清晰,深入浅出;理论推导严谨而不烦琐,尽量以图形的形式表现抽象的过程,让读者易于接受和理解;同时,在书中引入了很多不同领域具有代表性的工程实例进行详细分析,可供相关工程技术人员在工程实践中参考。全书宗旨是力求实现学术性、参考性和实用性的有效结合。

本书共分 8 章。第 1 章是概述,介绍了离散频谱分析在工程实践中的重要作用及其对离散频谱校正理论和技术的需求,综述国内外离散频谱分析校正理论与技术的概况和发展趋势。第 2~8 章讨论、推导和分析了离散频谱分析校正理论与技术的基础、原理和方法及其在工程中的应用。第 2 章介绍了连续和离散傅里叶变换与频谱分析,论述了对称窗函数频谱的最大值特性、主瓣特性、衰减性和振荡性等特征。在第 3、4、5、7 和 8 章的推导中,都以对称窗函数频谱四个特征为前提进行。这部分内容是基础理论知识,其中的很多基本定义和傅里叶变换的性质在后面的理论推导中都要用到。第 3 章从理论上详细推导了谐波信号离散频谱分析产生的幅值、相位和频率误差以及谱线干涉现象,比较了加三种典型窗函数进行离散频谱分析时的误差分布曲线。第 4 章系统论述了单频率成分和间隔较远的多频率成分的离散频谱校正的比值(内插)校正法、能量重心校正法、相位差校正法和 FFT+FT 细化校正法的原理、实现方法和特点,并讨论了离散频谱分析中谱峰单

频率成分的判断识别与频谱的自动校正问题,这一章是本书的核心部分之一。第5章论述了随机噪声对各种离散频谱校正技术精度的影响,从理论上介绍了各离散频谱校正方法在高斯白噪声背景下的估计精度,并论述各参数对估计精度的影响。第6章系统论述了复解析带通滤波器和基于复解析带通滤波器的复调制细化选带频谱分析原理、方法和算法,在此基础上将间隔很近的密集多频率谐波成分频率细化后变为间隔较远的多频率成分,采用第4章的离散频谱校正方法进行校正,从而实现了密集频谱的校正。第7章分析了具有连续频率成分的有阻尼自由衰减振动响应信号的离散频谱误差产生原因,介绍了一种机械结构小阻尼的精确求解新方法和特征参数(频率、相位和幅值)的估计原理与方法。第8章是第3~7章的理论和技术在机械、电子、仪器仪表等领域中的工程应用,探讨了离散频谱校正理论在发动机扭振信号处理、循环平稳解调分析、旋转机械振动信号分析、电力系统电参量测试分析、涡街流量计信号处理、激光多普勒测速、雷达测距、转子动平衡、斜拉桥索力测试分析、电机谐波测试分析和悬臂梁结构裂纹参数识别等工程方面的实际应用和效果。

本书由华南理工大学丁康教授编写第1章、第2章的2.1节和2.3~2.5节、第3章的3.1节和3.2节、第4章的4.2~4.8节、第6章的6.1~6.3节和6.5~6.7节、第7章和第8章,重庆工学院谢明副教授编写第2章的2.2节、第3章的3.3节、第4章的4.1节和4.4.4节、第6章的6.4节和附录程序,华南理工大学杨志坚博士编写第5章。

最后要感谢所有在本书编写过程中给予帮助和支持的人们。为了理论的连续性、严谨性和系统性,本书第2章的2.5节“对称窗函数的频谱特征”是在征得陈奎孚博士同意基础上,引用其论文“对称窗函数的幅值谱特性”的内容,在此表示真切的感谢。感谢硕士研究生张晓飞、朱小勇、江利旗、罗维、莫克斌、罗江凯、钟舜聪、苏向荣、焦新涛、孔正国和何志达等,他们参与了部分课题的研究工作,书中的一些部分引自他们的论文。书中有些关于离散频谱校正技术应用方面的实例是引自何正嘉、陈雪峰、黄纯、徐科军、黄云志、刘昌文等学者的相关论文,他们都采用了作者提出的相关的离散频谱校正方法,在此表示真诚的感谢。感谢硕士研究生毕锦烟、周晓英、秦艳岚、梁茜、李琳琳、张盛刚和吴凝,他们参加了书稿检查和校正工作。

本书得到国家自然科学基金项目“机械振动信号处理中的频谱校正理论”(批准号:50075049)和“振动信号解调分析与齿轮箱故障智能诊断方法研究”(批准号:50475095),在此特别感谢国家自然科学基金委员会的支持。

由于水平和经验不足,书中可能存在不足之处,敬请读者不吝赐教。

丁 康

2007年12月

# 目 录

## 前言

<b>第 1 章 概述</b>	1
1. 1 研究离散频谱分析校正理论和技术的目的和意义	1
1. 2 离散频谱分析校正理论与技术的发展	2
1. 3 本书的写作目的和意义	8
<b>第 2 章 傅里叶变换与频谱分析</b>	10
2. 1 连续傅里叶变换与频谱分析	10
2. 1. 1 卷积与相关原理	10
2. 1. 2 连续傅里叶变换	27
2. 1. 3 几种典型信号的傅里叶变换	37
2. 1. 4 傅里叶变换的性质	43
2. 1. 5 频谱分析的定义和基本用途	56
2. 2 离散傅里叶变换与频谱分析	57
2. 2. 1 连续信号的离散化	57
2. 2. 2 离散傅里叶变换和频谱分析的定义与作法	58
2. 2. 3 从连续傅里叶变换到 DFT	65
2. 2. 4 快速傅里叶变换	70
2. 3 窗函数与泄漏	73
2. 3. 1 矩形窗	74
2. 3. 2 Hanning 窗与 Hamming 窗	76
2. 3. 3 三种窗的旁瓣比较(幅值归一化对数谱)	78
2. 3. 4 加窗后的恢复系数	78
2. 4 提高频谱分析精度的其他措施(多段平均和零均值化等)	82
2. 4. 1 多段平均——降噪和求谱均值技术	82
2. 4. 2 零均值化	83
2. 5 对称窗函数的频谱特征	83
2. 5. 1 最大值特性	83
2. 5. 2 主瓣特性	84
2. 5. 3 衰减性和振荡性	85
2. 5. 4 常见几种窗的验证	87

---

2.5.5 对称窗函数性质小结 .....	88
<b>第3章 离散频谱误差分析与谱线干涉现象 .....</b>	<b>89</b>
3.1 离散频谱误差分析 .....	89
3.1.1 单频率谐波信号离散频谱误差的理论分析 .....	89
3.1.2 对单频率谐波信号分别加三种典型窗函数进行离散频谱分析时的 误差分析 .....	93
3.2 窗长归一化的离散频谱 .....	95
3.3 频谱分析中谱线干涉现象 .....	97
3.4 小结 .....	98
<b>第4章 单频率成分(间隔较远的多频率成分)离散频谱校正技术 .....</b>	<b>100</b>
4.1 比值校正法(内插法) .....	101
4.1.1 频率校正 .....	102
4.1.2 幅值校正 .....	103
4.1.3 相位校正 .....	103
4.1.4 几种典型窗函数的比值校正 .....	104
4.1.5 仿真计算 .....	109
4.1.6 比值校正法小结 .....	110
4.2 能量重心校正法 .....	111
4.2.1 常用窗函数的能量特性 .....	112
4.2.2 能量重心法校正频率、幅值和相位的原理 .....	113
4.2.3 常用窗函数能量重心校正法误差分析 .....	114
4.2.4 仿真计算 .....	117
4.2.5 能量重心校正法小结 .....	119
4.3 FFT+FT 连续细化傅里叶变换分析校正法 .....	119
4.3.1 用连续 FT 变换对 FFT 谱部分区间进行细化的算法 .....	120
4.3.2 仿真计算 .....	121
4.3.3 FFT+FT 连续细化傅里叶变换分析校正法小结 .....	122
4.4 相位差校正法 .....	122
4.4.1 时域平移校正法 .....	123
4.4.2 改变窗长法 .....	130
4.4.3 综合相位差校正法——时域平移+改变窗长+加不同窗函数法 .....	132
4.4.4 相位差校正法的通式及算法死点 .....	137
4.5 相位差+单点 FT 通用离散频谱校正方法 .....	153
4.5.1 目前四种离散频谱校正方法对窗谱函数的依赖关系 .....	154
4.5.2 一种通用的、完全不依赖窗谱函数的精确离散频谱校正方法 .....	155

---

4.5.3 仿真验证 .....	156
4.5.4 小结 .....	157
4.6 离散频谱分析中谱峰单频率成分的判断识别与频谱自动校正 .....	157
4.6.1 加 Hanning 窗时谱线干涉的判定方法(离散频谱中单频率成分的判定方法) .....	157
4.6.2 单频率成分(间隔较远的多频率成分)离散频谱的自动校正 .....	159
4.6.3 仿真计算 .....	160
4.7 噪声对校正精度的影响 .....	161
4.8 小结 .....	165
<b>第 5 章 随机噪声对离散频谱校正技术频率估计精度的影响 .....</b>	<b>169</b>
5.1 加性高斯白噪声背景下离散频谱分析的统计特性 .....	170
5.1.1 高斯白噪声序列统计特性 .....	170
5.1.2 高斯白噪声序列谱的统计特性 .....	171
5.2 随机噪声背景下离散频谱分析的统计特性 .....	176
5.2.1 离散频谱分析幅值和相位的分布 .....	176
5.2.2 满足精度要求的离散频谱分析条件 .....	178
5.2.3 谐波信号离散幅值谱最大值取错的概率 .....	180
5.2.4 仿真验证与分析 .....	182
5.3 高斯白噪声对比值校正法精度影响的理论分析和仿真计算 .....	184
5.3.1 高斯白噪声对加矩形窗比值校正法精度影响的理论分析 .....	185
5.3.2 高斯白噪声对加 Hanning 窗比值校正法精度影响的理论分析 .....	189
5.3.3 仿真分析 .....	192
5.3.4 讨论 .....	193
5.4 高斯白噪声对相位差校正法精度影响的理论分析和仿真计算 .....	193
5.4.1 高斯白噪声对平移相位差校正法精度影响的理论分析和仿真计算 .....	193
5.4.2 高斯白噪声对改变窗长相位差校正法精度影响的理论分析和仿真计算 .....	199
5.4.3 高斯白噪声对综合相位差校正法精度影响的理论分析和仿真计算 .....	204
5.5 小结 .....	211
<b>第 6 章 密集频谱的细化与校正技术 .....</b>	<b>213</b>
6.1 复解析带通滤波器 .....	214
6.1.1 FIR 非递归带通数字滤波器及其特点 .....	214
6.1.2 FIR 非递归复解析带通滤波器 .....	215
6.2 传统的复调制细化选带频谱分析原理与方法 .....	217
6.3 基于复解析带通滤波器的复调制细化选带频谱分析原理与方法 .....	223

6.3.1 基于复解析带通滤波器的复调制细化谱分析原理和方法 .....	223
6.3.2 基于复解析带通滤波器的复调制细化选带频谱分析方法的特点 .....	227
6.3.3 仿真计算 .....	229
6.4 基于复解析带通滤波器的复调制细化选带频谱分析算法 .....	230
6.4.1 一级 FIR 复解析带通滤波器的设计 .....	230
6.4.2 二级 FIR 复解析带通选抽滤波器的设计 .....	234
6.4.3 仿真计算 .....	236
6.4.4 基于复解析带通滤波器的复调制细化谱分析小结 .....	237
6.5 密集频率成分的频谱校正方法 .....	238
6.5.1 密集频率成分的频谱校正方法 .....	238
6.5.2 密集频谱自动校正程序实现 .....	239
6.5.3 仿真计算 .....	239
6.6 ZFFT 与 FT 连续细化傅里叶变换频谱分析的对比 .....	242
6.7 小结 .....	248
<b>第 7 章 连续频率成分信号的频谱校正技术 .....</b>	<b>250</b>
7.1 自由衰减振动响应连续频率成分信号离散频谱误差分析 .....	250
7.1.1 单自由度自由衰减振动响应信号连续谱及其参数分析 .....	250
7.1.2 多自由度有阻尼自由衰减振动响应连续谱分析 .....	253
7.1.3 幅值恢复仿真研究 .....	254
7.2 机械结构小阻尼的精确估计方法 .....	259
7.2.1 傅里叶变换法求结构小阻尼的原理与方法 .....	260
7.2.2 估计多自由度有阻尼振动系统阻尼的原理与方法 .....	261
7.2.3 传递函数法求结构小阻尼的方法 .....	261
7.2.4 仿真计算 .....	261
7.2.5 试验测试 .....	264
7.3 自由衰减振动响应信号特征参数的估计原理与方法 .....	265
7.3.1 校正频率和相位的原理与方法 .....	265
7.3.2 多自由度自由衰减振动响应信号特征参数估计的原理与方法 .....	267
7.3.3 仿真计算 .....	267
7.3.4 采样频率对于特征参数估计精度的影响 .....	269
7.3.5 特征参数对估计精度影响的仿真研究 .....	271
7.3.6 针对频率耦合影响提高估计精度的方法 .....	274
7.4 小结 .....	277
<b>第 8 章 离散频谱校正技术在工程中的应用 .....</b>	<b>279</b>
8.1 离散频谱校正技术在发动机扭振信号处理中的应用 .....	280

---

8.2 离散频谱校正技术在旋转机械振动信号分析中的应用	285
8.3 频谱校正技术在电力系统电参量测试分析中的应用	286
8.4 离散频谱校正技术在涡街流量计信号处理中的应用	290
8.5 离散频谱校正技术在激光多普勒测速中的应用	295
8.6 离散频谱校正技术在循环平稳解调分析中的应用	296
8.7 离散频谱校正技术在电机谐波测试分析中的应用	303
8.8 离散频谱校正技术在斜拉桥索力测试分析中的应用	305
8.9 离散频谱校正技术在雷达测速中的应用	310
8.10 离散频谱校正技术在转子动平衡中的应用	314
8.11 离散频谱校正技术在悬臂梁结构裂纹参数识别中的应用	319
<b>参考文献</b>	324
<b>附录 相关功能 C 语言程序集</b>	330
附录 1 基 2FFT 子程序	330
附录 2 频谱分析程序	334
附录 3 FT 频谱选带细化程序	338
附录 4 比值(内插)校正法、能量重心校正法、相位差校正法程序	339
附录 5 复解析带通滤波器程序	345
附录 6 基于复解析带通滤波器的复调制细化选带频谱分析程序	346

# 第1章 概述

## 1.1 研究离散频谱分析校正理论和技术的目的和意义

1965年Cooely-Tukey在《计算数学》(*Mathematics of Computation*)杂志上首次发表快速傅里叶变换(Fourier transform, FT; fast Fourier transform, FFT)算法<sup>[1]</sup>,FFT和频谱分析很快发展成为机械设备故障诊断、振动分析、电力系统、无线电通信、信息图像处理和自动控制等多种学科重要的理论基础,是一种应用极为广泛的动态信号处理方法。然而长期的应用和近年来的理论分析表明:经FFT得到的离散频谱,其频率、幅值和相位均可能产生较大误差,从理论上分析单频率谐波信号加矩形窗时离散频谱分析的幅值最大误差可达36.4%;即使加其他窗时,也不能完全消除此误差,加Hanning窗并只进行幅值恢复时的最大幅值误差仍高达15.3%;不论加何种窗函数,离散频谱分析的相位最大误差高达±90°,频率最大误差为±0.5个频率分辨率。因此,频谱分析的结果在许多领域只能定性而不能精确地定量分析和解决问题,大大限制了该技术的工程应用,特别是在机械振动和故障诊断中的应用受到极大限制。所以要对离散频谱分析得到的各频率成分参数进行校正,以得到较为精确的频率、幅值和相位估计值。

从国内外学者所进行的大量研究工作来看,三十多年来研究重点是对单频率谐波信号(或频率间隔较大的多频率信号)离散频谱的频率、幅值和相位参数的误差分析、校正理论和技术进行探讨和研究,对离散频谱中单频率成分进行自动识别和自动校正的研究,提出了多种校正方法,并在工程实际中得到了较为广泛的应用。但是实际工程中的很多信号是密集频率成分或连续频率成分的信号,对此类信号在进行离散频谱分析时所产生的误差的分析方法与频率间隔较大的多频率信号误差分析方法存在巨大差异,校正方法也不相同,校正的难度很大。近年来一些学者对密集频率成分信号和连续频率成分信号离散频谱的误差和校正方法进行了研究,取得了较好的成果,使离散频谱校正理论形成了较为完整的理论体系,使离散傅里叶变换(discrete Fourier transform,DFT)和频谱分析在机械工程中得到更广泛应用,同时也扩大其在仪器仪表、无线电通信、信息图像处理、自动控制、电力系统和机械设备故障诊断等技术的应用范围。另外,对包含有噪声的谐波信号采用各种方法进行离散频谱校正的误差分析是当前的研究热点之一。

## 1.2 离散频谱分析校正理论与技术的发展

自 1965 年 Cooely 和 Tukey 提出 FFT 以来, 离散频谱分析实现了信号处理从时域到频域分析的转变, FFT 成为数字信号分析的基础, 广泛应用于很多学科的工程技术领域中, 所以 FFT 是信号处理从时域分析发展到频域分析的一个辉煌的里程碑。

稳态信号是指信号中包含的各个频率成分的频率、幅值和相位量大小都不随时间发生变化的动态信号, 而 FFT 和频谱分析是分析稳态信号最有效的手段之一。

在离散频谱分析中, 提高速度和精度是两个主要的研究方向。各种提高 DFT 速度的算法最先受到人们重视, 但是从 20 世纪 90 年代中期开始, 随着计算机运算速度的提高, 软件实现的 FFT 和谱分析运算速度迅速提高, 已从 20 世纪 80 年代末期 1024 点复数 FFT 运算最快约需 600ms 发展至今的不到 1ms, 已经能够理想地满足大部分工程界的需求, 而且还会随着计算机运算速度的飞速提高而进一步加快, 所以近 10 年来从事这方面研究的学者越来越少。但由于计算机只能对有限多个样本进行运算, FFT 和谱分析也只能在有限区间内进行, 这就不可避免地存在由于时域截断产生的能量泄漏, 离散频谱的幅值、相位和频率都可能产生较大的误差, 所以提高分析精度成为近 10 年内的主要研究方向<sup>[2,3]</sup>。

对于单频率谐波信号(频率间隔较大的多频率信号)进行离散频谱校正, 目前国内外有五种对幅值谱或功率谱进行校正的方法。

(1) 比值校正法(内插法): 这种方法利用频率归一化后差值为 1 的主瓣峰顶附近两条谱线的窗谱函数比值, 建立一个以归一化校正频率为变量的方程, 解出归一化校正频率, 进而进行频率、幅值和相位校正; 这种方法适用于已知所加对称窗函数傅里叶变换的理论表达式情况下的离散频谱校正。

(2) 能量重心校正法: 根据对称窗函数离散频谱的能量重心特性推导出的一种离散频谱校正方法, 是一种适用于加各种对称窗的通用离散频谱校正方法。

(3) FFT+FT 连续细化分析傅里叶变换法: 实质是用 FFT 做全景谱, 针对要细化的局部再用改进的连续傅里叶变换进行运算, 以得到局部细化精度极高的频谱。

(4) 相位差法: 分为时移法、改变窗长法和综合法; 其实质是对同一信号进行连续采样得到两段时间序列, 其中第二段时域序列比第一段滞后一定的点数, 对这两段时域加相同或不同的窗函数, 分别进行两次不同或相同点数的 FFT(或 DFT) 分析, 利用对应峰值谱线的相位差进行离散频谱校正, 该方法适用于加各种对称窗情况下的离散频谱校正。

(5) 相位差法+单点 FT 法:用相位差校正法解出归一化校正频率,得到真实校正频率和校正相位,显然得到的这些校正量是理论解,且都不依赖窗谱。在幅值校正时用相位差校正法求出的归一化频率校正量作为频率,对归一化离散窗函数进行这个频率点的 FT 变换得到不依赖窗函数傅里叶变换解析表达式的校正幅值。

### 1. 比值校正法(内插法)的提出与发展

20世纪70年代中期,有关学者开始致力于离散频谱校正方法的研究。1975年 Burgess 等从事电学领域研究的学者采用插值法<sup>[4]</sup>对加矩形窗的离散频谱进行了校正,解决了电学中离散高次谐波信号参数的精确测量问题;1983年 Grandke 提出了加 Hanning 窗的内插法<sup>[5]</sup>,进一步提高了离散高次谐波信号参数的分析精度;1992年 Offelli 和 Petri 研究了多频率成分情况下加窗对内插法校正精度的影响<sup>[6]</sup>;1994年谢明、丁康等提出和发展了比值频谱校正方法<sup>[7~12]</sup>,使内插法系统地发展成为一种通用的频谱校正方法。这种方法利用频率归一化后差值为 1 的主瓣峰顶附近两条谱线的窗谱函数比值,建立一个以归一化校正频率为变量的方程,解出归一化校正频率,进而进行幅值和相位校正。解方程求归一化校正频率的方法是多样化的,直接推导出公式的方法称比值公式法,利用迭代求解的方法称为比值迭代公式法,用搜索求解的方法称比值峰值搜索法,总之只要能够推出所加对称窗函数频谱的理论表达式,就可采用此校正方法。1996年 Andria 和他的同事进一步把内插法扩展到非稳态信号的瞬时参数的估计中<sup>[13,14]</sup>。

比值校正法的特点:

(1) 适用于已知归一化窗函数频谱解析表达式的一种通用离散频谱校正方法,可以精确校正单频率谐波信号离散频谱的频率、幅值和相位,大大提高离散谱分析的精度;

(2) 从理论和实践上系统地解决了间隔较大(5个频率分辨率以上)的多频率成分的参数(频率、幅值和相位)精确求解的问题;

(3) 算法简单,计算速度快;

(4) 不考虑信号中噪声的影响,比值法是一种精确的校正方法,校正后频率、幅值和相位为理论值,但会在数字计算中受到数字截断误差的影响而产生很小的误差;

(5) 不适用于频率成分过于密集的信号和连续频率成分信号离散频谱分析的校正。

### 2. 能量重心校正法的提出与发展

1993年丁康和谢明提出了三点卷积幅值校正法<sup>[15]</sup>,对加 Hanning 窗的一段

信号,在已求出加能量恢复系数的多段平均功率的基础上,采用系数为 1 的三点序列与功率谱进行卷积得到校正幅值的功率谱,这种方法只能对幅值进行校正,不能对频率和相位进行校正;1996 年从理论上分析了这种方法的误差<sup>[16]</sup>,加 Hanning 窗的离散频谱的幅值最大误差为 1%。1999 年朱利民等在三点卷积幅值校正法的基础上,从理论上分析了多点卷积幅值校正法<sup>[17]</sup>;2001 年丁康、朱利民等同时将此方法发展为能量重心校正法<sup>[18,19]</sup>,利用离散窗谱函数的能量重心是坐标原点的原理,根据功率谱重心法则首先求出频率校正量,进而再进行相位校正,将主瓣内的离散功率谱幅值相加得到校正幅值,解决了三点卷积幅值校正法不能校正频率和相位的问题。2003 年丁康等系统地提出了求解各种窗函数能量恢复系数的三种方法<sup>[20]</sup>,使这种校正方法成为不依赖于窗函数的方法,只要是加对称窗函数就可以采用这种通用的离散频谱校正方法。

能量重心校正法的特点:

- (1) 适用于任何加对称窗函数频谱的一种通用离散频谱校正方法,可大幅度提高离散频谱的分析精度;
- (2) 与其他校正方法相比,能对多段平均功率谱直接进行校正;
- (3) 算法简单,计算速度快;
- (4) 负频率成分和间隔较近的多频率成分产生的干涉现象所带来的误差对精度的影响小;
- (5) 校正精度与窗函数有关,加 Hanning 窗时具有较高的校正精度;
- (6) 校正精度与参与校正的点数有关,点数越多,对单频率成分的校正精度越高,但要求相邻两个谱峰的频率间隔越大;
- (7) 不考虑信号中噪声的影响,能量重心法是一种精度较高的近似校正方法,校正后频率、幅值和相位不是理论值,但误差很小;
- (8) 不适用于频率成分过于密集的信号和连续频率成分信号离散频谱分析的校正。

### 3. FFT+FT 连续细化分析傅里叶变换法的提出与发展

1995 年刘进明、应怀樵对 FFT 谱的局部频谱进行细化分析,得到某个主要频率成分的频率、幅值和相位的校正方法<sup>[21]</sup>,这个方法也是一种 Chirp\_Z 变换细化选带频谱分析的方法,其原理本质是将连续傅里叶变换经过将积分变成求和、时域离散化和时域截断为有限长三个步骤变换到时间离散、频率连续的特殊傅里叶变换形式。FFT+FT 连续细化分析傅里叶变换法先用 FFT 做全景谱,再对指定的一个频率区间进行细化运算:先确定频率分辨率,再确定计算频率序列,最后用 FT 连续谱分析方法进行实部和虚部计算,合成幅值谱和相位谱。1998 年陈奎孚等提出利用 FT 连续谱,搜索出最大幅值,进而迭代出频率的校正方法<sup>[22]</sup>,提高了

运算速度。

FFT+FT 连续细化分析傅里叶变换法的特点：

(1) 适用于任何加对称窗函数频谱的一种通用离散频谱校正方法, 可大幅度提高离散频谱的分析精度; 可以在不增加采样长度的前提下, 大大提高频率分辨率以及幅值和相位的计算精度。

(2) 计算速度比其他方法慢得多, 不适合用做实时频谱分析与校正。

(3) 是唯一能够对有阻尼自由振动响应信号的连续频谱进行细化分析, 得到较为精确的系统固有频率的校正方法, 这一点在实际应用中要特别引起工程技术人员的注意, 在 8.8 节离散频谱校正技术在斜拉桥索力测试分析中的应用和 8.11 节离散频谱校正技术在悬臂梁结构裂纹参数识别中的应用中, 就只能采用这种校正方法, 其他校正方法不能用于具有连续频率成分信号的离散频谱校正, 只能用于谐波信号频谱的离散频谱校正。

(4) 与复调制细化选带频谱分析方法不同, 由于没有加大窗的长度, 所以仅能对信号局部频率的幅值和相位进行细化运算, 而不能将已经非常密集、发生主瓣重叠和干涉的多频率信号分离成没有发生主瓣重叠和干涉的多个单频率成分信号, 所以也不适用于频率成分过于密集的信号和连续频率成分信号离散频谱分析的校正。

#### 4. 相位差校正法的提出与发展

相位差校正法有三种方法: 第一种方法是改变窗长法, 第二种方法是时域平移法, 第三种方法是综合校正法, 即时域平移+改变窗长+加不同窗函数法, 该方法适用于加各种对称窗情况下的离散频谱校正。1986 年和 2000 年通过对原始信号和具有相同或不同长度的时移信号的傅里叶变换相位结果之间数量关系的研究, McMahon、Barrett 和 Santamria、Pantaleon 等先后提出的相位差法最初仅用于估计单频信号的频率<sup>[23,24]</sup>。1999 年谢明、丁康等提出了平移相位校正法的一个特例<sup>[25,26]</sup>, 不仅能够估计单频信号的频率, 而且能够估计幅值和相位。2002 年丁康等提出了通用的离散频谱校正平移相位差校正法<sup>[27,28]</sup>, 即将采样时域序列前 N 点构造第一段序列, 然后从采样序列的第 L 点始, 取 N 点作为第二段序列, 分别对两段序列进行 FFT 分析, 利用对应峰值谱线的相位差进行频谱校正。1989~1998 年 Kay 和刘渝等提出了离散频谱分析的改变窗长的相位差校正法<sup>[29~31]</sup>。2003 年丁康、谢明等提出了综合相位差校正法<sup>[32,33]</sup>, 这种方法是对同一信号进行长度不同或起点位置不同的两次 FFT 变换, 利用对应峰值谱线的相位差进行频率的校正, 再进行相位和幅值的校正。

相位差校正法的特点:

(1) 通用性好, 其校正方法不受所加窗函数不同的影响, 是适用于加任何对称

窗函数的一种通用离散频谱校正方法；

- (2) 算法简单,计算速度快;
- (3) 抗噪声干扰的能力较强;
- (4) 不考虑信号中噪声的影响,相位差法是一种精确的校正方法,校正后频率、幅值和相位为理论值,但会在数字计算中受到数字截断误差的影响产生很小的误差;
- (5) 不适用于频率成分过于密集的信号和连续频率成分信号离散频谱分析的校正。

#### 5. 相位差法十单点 FT 校正法的提出

2007 年丁康、杨志坚和曹翌根据对比值校正法、能量重心校正法、FFT+FT 连续细化分析傅里叶变换法、相位差校正法四种校正法的局限性的研究提出的一种新的校正方法。这种校正法将相位差法和 FT 法有机结合,利用相位差法不依赖窗谱校正频率和相位的特性,得到归一化频率校正量和校正相位,再用 FT 法求得窗函数在归一化频率校正量处对应的窗谱值,进而得到理论校正幅值。这种方法完全不依赖于窗谱,且在理论上是一种精确的校正方法,能够适用于各种复杂窗函数的离散频谱校正,大大提高了离散频谱校正的通用性。

相位差十单点 FT 校正法的特点:

- (1) 是一种完全不依赖窗谱的解析表达式的通用离散频谱校正方法;
- (2) 算法简单,计算速度快;
- (3) 抗噪声干扰的能力较强;
- (4) 不考虑信号中噪声的影响,相位差十单点 FT 法是一种精确的校正方法,校正后频率、幅值和相位为理论值,但会在数字计算中受到数字截断误差的影响产生很小的误差;
- (5) 不适用于频率成分过于密集的信号和连续频率成分信号离散频谱分析的校正。

#### 6. 复调制细化选带频谱分析新方法和多频率成分密集频谱校正方法的提出和发展

振动信号中,对密集型频谱的分析采用细化选带频谱分析方法,该方法有多种,如复调制细化、相位补偿细化、Chirp\_Z 变换、最大熵谱分析等,其中工程应用最广泛的是复调制细化选带频谱分析。复调制细化谱分析方法简称 Zoom FFT (ZFFT),又称为选带频率细化分析方法,是信号处理领域 20 世纪 70 年代发展起来的一项新技术。传统的复调制细化选带谱分析方法采用的分析步骤为:移频(复调制)—低通数字滤波—重抽样—FFT 及谱分析—频率成分调整,这种方法因物理概念非常明确,所以一直沿用到今。但存在以下的缺点:

- (1) 需要很大的内存空间来存放中间数据;
- (2) 低通滤波器的过渡带将对分析频带两端谱线的幅值产生较大的误差, 细化倍数越大, 误差越大;
- (3) 计算量较大和频率成分调整较复杂。

这些缺点使最大细化倍数和精度都受到很大限制。对用软件实现 ZFFT 的影响尤为巨大, 这时最大细化倍数一般不超过 150 倍。2000 年丁康和谢明提出了复解析带通滤波器的概念<sup>[34]</sup>, 以及基于该滤波器的复调制细化选带频谱分析的新方法<sup>[35,36]</sup>, 能克服传统方法的局限性, 提高了分析精度、细化倍数和分析速度, 最大细化倍数可达 2000 倍以上。

1996 年余佳兵、史铁林、杨叔子等提出采用复调制细化谱分析<sup>[12]</sup>, 将已产生频谱干涉的密集频率成分分离开, 消除干涉, 再用比值法进行校正以解决密集频率成分的校正问题。实际上, 将已产生频谱重叠和干涉的密集频率成分分离成不发生干涉的单频率成分后, 用比值校正法(内插法)、能量重心校正法和相位差法三种频谱校正方法都可以对选带细化后的离散频谱进行校正, 幅值和频率的校正方法完全对应于各种校正方法, 但相位校正方法不同, 要注意数字滤波对相位的影响问题。

从理论上分析, 在不含噪声和不考虑计算机数字截断误差的情况下, 比值法、相位差法和相位差+单点 FT 法是精确的离散频谱校正方法, 而能量重心法和 FFT+FT 连续细化分析傅里叶变换法是精度很高的近似方法。

比值校正法、能量重心法、相位差法和相位差+单点 FT 法都不适用于频率成分过于密集的信号和连续频率成分信号离散频谱分析的校正, 而基于复解析带通滤波器的复调制细化选带频谱分析方法能将间隔很近的密集多频率谐波成分进行频率细化后变为间隔较远的多频率成分, 进而使密集频谱的校正得以实现。FFT+FT 连续细化分析方法是唯一能够对有阻尼自由振动响应信号的连续频谱进行细化分析, 得到较为精确的系统固有频率的校正方法。

## 7. 离散频谱校正理论其他方面的发展和工程应用

1997 年谢明、丁康等分析了离散频谱中的负频率成分和多频率成分的干涉现象<sup>[8]</sup>, 提出了用相位判据和幅值判据综合判定和识别单频率成分的方法, 实现了单频率成分和频率间隔较大的多频率成分的自动识别和校正。2000~2005 年, 国内外有关学者对谐波信号引入高斯白噪声后, 对内插法(比值校正法)和一种特定时域平移相位差校正法(平移点数等于 FFT 变换点数)的频率、幅值和相位校正精度的影响进行了理论分析和仿真计算<sup>[37~43]</sup>, 对有较大噪声工程信号分析采用何种精度较高的离散频谱校正方法具有较大的指导意义。1992 年, Schoukens 等<sup>[44]</sup>进行了噪声对内插法影响的定性研究, Offelli 和 Petri<sup>[6]</sup>进行了定量的分析。最近,