

TQ02-33
G565:1

化工原理实验

管国锋 冯 晖 张若兰 编

东南大学出版社

内 容 提 要

本书是与《化工原理》教材紧密配合的实验用书。全书取材以全国高校《化工原理》课程教学指导委员会制订、化工部教育司批准执行的“化工原理课程教学基本要求”为依据,内容包括化工实验数据处理,实验中常用测量仪表和测量方法,化工原理基础实验,化工原理演示实验,附录等四部分。

本书可作为高校本科、专科的化工原理实验教材,亦可供从事化工、生物化工、环境化工等专业的工程技术人员参考。

特约编辑:许诚洁
责任编辑:朱经邦
责任校对:徐敏觉

化工原理实验

管国锋 冯 晖 张若兰 编

*

东南大学出版社出版发行

(南京四牌楼2号 邮编 210096)

新华书店经销 南京化工大学印刷厂印刷

*

开本 787×1092 毫米 1/16 印张 9 字数 224 千

1996年8月第1版 1996年8月第1次印刷

印数:1—5500册

ISBN 7-81050-137-2/O·9

定价:10.80元

(凡因印装质量问题,可直接向承印厂调换)

前 言

化工原理实验课作为化工原理课程的一个重要教学环节,其基本任务是使学生加深理解和巩固掌握课程中所阐述的理论,培养学生解决工程问题的能力并掌握一定的实验操作技能。为此,实验课的主要目的是:

1. 验证化工原理的基本理论,并在运用理论对实验进行分析的过程中,使学生在理论知识方面得到进一步的理解和巩固。
2. 通过实验操作,了解典型化工设备的结构、性能和常用仪表的使用。
3. 通过实验操作,掌握一定的实验研究方法和技巧,并培养学生实事求是的科学态度。
4. 通过对实验现象的观察、分析和讨论来培养和加强学生独立思考问题的能力。

教材首先提出了学生做实验的基本要求,以便学生按照这些要求正确地进行实验。第一章介绍了实验误差分析和实验结果的数据处理,使学生明确造成实验总误差的最大组成因素以及如何改善其中的薄弱环节,掌握数据处理的正确方法,以提高学生实验过程的质量。第二章对实验中常用的测量仪表和测量方法作了介绍,使学生掌握温度、流量、压强、浓度等操作参数及其变化规律的常用测量方法和手段。第三章对流体流动阻力测定、流量计的标定、离心泵特性曲线的测定、离心通风机性能测定、恒压过滤常数测定、固液流态化实验、对流给热系数测定、换热器性能测定、填料塔流体力学特性实验、填料塔解吸(吸收)传质系数的测定、精馏实验、干燥速率曲线测定等 12 个实验内容作了介绍,以便指导学生进行实验预习和操作。第四章对流体压强及其测量、流体流型、流体机械能分布及其转换、电除尘现象、旋风分离器中气固流动现象、边界层现象、板式塔操作状况、流体绕流现象等 8 个演示实验内容作了介绍,以供学生在现场观察有关现象,加深对有关原理的理解。书末附录编有 SI 制单位及其换算、常用数据表和管子、管件规格及其用途等内容。

本教材适用于实验时数为 30~40 学时的化工及其相近各专业使用。各专业因教学要求不同,实验内容可有所不同,但至少应选做 6~8 个实验;即使是同一实验,其具体实验内容也可有所侧重。每个实验全过程包括实验预习、实验操作、数据处理和实验报告编写等四个环节,每个学生都必须认真完成。

本书由管国锋、冯晖、张若兰编写。书中实验基本要求及第一章由冯晖编写,第二章由张若兰编写,第三章、第四章及附录由管国锋编写。在编写过程中参考了王民诚等编写的实验讲义,并得到化工原理教研室许多同志的支持和帮助,编者在此由衷地表示感谢。

编 者

1996. 3

目 录

0 实验的基本要求	(1)
1 实验误差分析和数据处理	(4)
1.1 实验误差分析	(4)
1.1.1 误差的基本概念	(4)
1.1.2 误差的基本性质	(6)
1.2 实验结果的数据处理	(13)
1.2.1 有效数字的处理	(13)
1.2.2 实验结果的数据处理	(14)
2 测量仪表和测量方法	(24)
2.1 概述	(24)
2.1.1 测量过程	(24)
2.1.2 测量仪表的基本组成	(24)
2.2 压力测量	(25)
2.2.1 液柱式压力计法	(25)
2.2.2 弹性压力计法	(28)
2.2.3 使用压差计应注意的问题	(28)
2.3 流量测量	(30)
2.3.1 差压式流量计	(30)
2.3.2 转子流量计	(33)
2.3.3 涡轮流量计	(34)
2.3.4 湿式气体流量计	(37)
2.4 温度测量	(37)
2.4.1 膨胀式温度计	(38)
2.4.2 热电阻温度计	(39)
2.4.3 热电偶温度计	(40)
2.4.4 接触式温度计的安装	(42)
2.5 功率测量	(42)
2.5.1 功率表测量法	(42)
2.5.2 用马达天平测量功率	(43)
2.6 转速的测量	(44)
2.7 成分分析仪器	(45)
2.7.1 气相色谱仪	(45)
2.7.2 奥氏分析仪	(47)
2.7.3 二氧化碳气敏电极的液相分析方法	(48)
2.8 温度控制器	(50)

3 化工原理基础实验	(52)
3.1 流体流动阻力测定.....	(52)
3.2 流量计的标定.....	(55)
3.3 离心泵特性曲线测定.....	(58)
3.4 离心通风机性能测定.....	(62)
3.5 恒压过滤常数测定.....	(67)
3.6 固体流态化实验.....	(70)
3.7 对流给热系数测定.....	(74)
3.8 换热器性能测定.....	(78)
3.9 填料塔流体力学特性实验.....	(82)
3.10 填料塔解吸(吸收)传质系数的测定.....	(85)
3.11 精馏实验.....	(88)
3.12 干燥速率曲线的测定.....	(92)
4 化工原理演示实验	(98)
4.1 流体的压强及其测量.....	(98)
4.2 流体流型演示实验.....	(99)
4.3 流体机械能分布及其转换.....	(101)
4.4 电除尘演示实验.....	(103)
4.5 旋风分离器演示实验.....	(105)
4.6 边界层仪演示实验.....	(107)
4.7 塔模型演示实验.....	(109)
4.8 流体绕流演示实验.....	(110)
附录	(112)
附录一 计量单位及单位换算	(112)
1) 法定基本单位.....	(112)
2) 常用物理量及单位.....	(112)
3) 基本常数与单位.....	(112)
4) 单位换算.....	(113)
附录二 常用数据表	(117)
1) 水的物理性质.....	(117)
2) 水在不同温度下的粘度.....	(118)
3) 干空气的物理性质($P=0.101\text{MPa}$).....	(119)
4) 饱和水蒸汽表(以温度为准).....	(120)
5) 饱和水蒸汽表(以压强为准).....	(121)
6) 常用固体材料的物理性质.....	(122)
7) 某些气体溶于水的亨利系数.....	(123)
8) 某些二元物系的汽液平衡组成($P=0.101\text{MPa}$).....	(124)
9) 乙醇溶液的物理常数(摘要)($P=0.101\text{MPa}$).....	(126)
10) 乙醇蒸汽的密度及比容(摘要)($P=0.101\text{MPa}$).....	(126)
11) 标准筛目.....	(127)

12) 热电偶分度表	(128)
附录三 常用管子、管件	(130)
1) 管子规格	(130)
2) 常用管子的种类及用途	(131)
3) 常用管件的种类及用途	(132)
4) 常用阀门的种类及用途	(132)
5) 管子的联接	(134)
6) 管子、管件的图示符号	(134)
参考文献	(135)

0 实验的基本要求

与化工原理单元操作相应设置的每一实验都要求实验者在实验完毕后能够提出一份有某种实用意义或参考意义的实验报告。也就是说,实验报告能够把实验的任务,实验观测的结果用表、用图、用公式、用文字描述,将讨论题简练明确地表达出来,使阅读者能够一目了然。除此以外还必须具备:(1)数据是可靠的,为此必须认真考虑实验方案,认真细致地进行实验并实事求是地正确记录原始数据。实验前做好预习工作,实验时集中精力,认真仔细观察实验现象和记录仪表指示数,边实验边分析实验数据是否合理,以便能够及时排除实验中的干扰因素;(2)实验记录要有校核的可能,因此,要清楚说明实验的时间、地点、条件和同时做实验的人员。为了保证做出合格的实验报告,对实验过程中各个步骤、各个问题,我们提出如下的说明和要求:

1) 实验前的预习工作

(1) 阅读实验讲义,弄清本实验的目的和要求。

(2) 根据本次实验的具体任务,研究实验的理论根据和实验的具体做法,分析哪些参数需要直接测量得到,哪些参数不需直接测取,而能够间接获得,并且要估计实验数据的变化规律。

(3) 到实验室现场了解摸索实验流程,观看主要设备的构造、测量仪表的种类和安装位置,了解它们的测量原理和使用方法,最后全面审查整个实验流程的布置是否合理,审查主要设备的结构和安装是否合适,测量仪表的量程、精度是否合适以及其所装位置是否合理。

(4) 根据实验任务和现场勘查,最后规定实验方案,确定实验操作程序。

2) 实验小组的分工和合作

化工原理实验一般都是由四人为一小组合作进行的,因此实验开始前必须作好组织工作,做到既分工,又合作;既能保证质量,又能获得全面训练。每个实验小组要有一个组长负责执行实验方案、联络和指挥,与组员讨论实验方案,使得每个组员各尽其职(包括操作、读取数据、记录数据及现象观察等),而且要在适当时候进行轮换工作。

3) 实验必须测取的数据

凡是影响实验结果或者数据整理过程中所必须的数据都必须测取。它包括大气条件、设备有关尺寸、物料性质及操作数据等,但并不是所有数据都要直接测取的。凡可以根据某一数据导出或从手册中查出的其他数据,就不必直接测定。例如水的密度、粘度、比热等物理性质,一般只要测出水温后即可查出,因此不必直接测定水的密度、粘度、比热,而只需测定水的温度就可以了。

4) 实验数据的读取及记录

(1) 实验开始前拟好记录表格,在表格中应记下各次物理量的名称、表示符号及单位。每位实验者都应有一专用实验记录本,不应随便拿一张纸或实验讲义空白处来记录,要保证数据

完整,条理清楚,避免记录错误。

(2) 实验时一定要等现象稳定后才开始读取数据,条件改变后,要稍等一会才能读取数据,这是因为条件的改变破坏了原来的稳定状态,重新建立稳态需要一定时间(有的实验甚至要花很长时间才能达到稳定),而仪表通常又有滞后现象的缘故。

(3) 每个数据记录后,应该立即复核,以免发生读错或记错数字等事故。

(4) 数据的记录必须反映仪表的精确度。一般要记录至仪表上最小分度以下一位数。例如温度计的最小分度为 1°C ,如果当时的温度读数为 20.5°C ,则不能记为 20°C ;又如果刚好是 20°C ,那应该记录为 20.0°C 。

(5) 记录数据要以实验当时的实验读数为准。

(6) 实验中如果出现不正常情况,以及数据有明显误差时,应在备注栏中加以说明。

5) 实验过程中的注意点

有的实验者在做实验时,只读取数据,其它一概不管,这是不对的。实验过程中除了读取数据外,还应该做好下列诸事:

(1) 操作者必须密切注意仪表指示值的变动,随时调节,务使整个操作过程都在规定条件下进行,尽量减少实验操作条件与规定操作条件之间的差距。操作人员要坚守岗位,不得擅离职守。

(2) 读取数据后,应立即和前次数据相比较,也要和其它有关数据相对照,分析相互关系是否合理,数据变化趋势是否合理。如果发现不合理的情况,应该立即共同研究可能存在的原因,以便及时发现问题、解决问题。

(3) 实验过程中还应注意观察过程现象,特别是发现某些不正常现象时更应抓住时机,研究产生不正常现象的原因,排除障碍。

6) 实验数据的整理

(1) 数据整理时应根据有效数字的运算规则,舍弃一些没有意义的数字。一个数字的精确度是由测量仪表本身的精确度所决定的,它绝不因为计算时位数增加而提高。但是任意减少位数也是不许可的,因为这样做就降低了应有的精确度。

(2) 数据整理时,如果过程比较复杂,实验数据又多,一般以采用列表整理法为宜,同时应将同一项目一次整理。这种整理方法既简洁明了,又节省时间。

(3) 计算示例。在2)所列表的下面要给出计算示例,即任取一系列数据进行详细的计算,以便检查。

7) 实验报告的编写

一份优秀的实验报告必须写得简洁明了,数据完整,交待清楚,结论正确,有讨论,有分析,得出的公式或曲线、图形有明确的使用条件。报告的内容一般包括:

- (1) 报告的题目;
- (2) 写报告人及同实验小组人员的姓名;
- (3) 实验的目的;
- (4) 实验的理论依据;

(5) 实验设备说明(应包括流程图和主要设备、仪表的类型及规格);

(6) 实验数据,应该包括与实验结果有关的全部数据,报告中的实验数据不是指原始数据,而是经过加工后用于计算的全部数据,至于原始记录则可作为附录附于报告后面;

(7) 数据整理及计算示例,其中引用的数据要说明来源,简化公式要写出导出过程,要列出一列数据的计算过程,作为计算示例;

(8) 实验结果,根据实验任务,明确提出本次实验的结论,用图示法、经验公式或列表法均可,但都必须注明实验条件;

(9) 分析讨论,要对本次实验结果作出评价,分析误差大小及原因,对实验中发现的问题应作讨论,对实验方法、实验设备有何改进建议也可写入此栏。

1 实验误差分析和数据处理

1.1 实验误差分析

实验数据的精确度直接标志着实验的质量和水平,而实验数据的精确度均取决于实验方法和个别实验条件的总和。后者又包括实验设备的现代化,所采用仪器的精密程度和灵敏度以及周围环境和人的观察力等等因素。由于上述因素均具有一定的局限性,所以测量和实验所得数值和真值之间,总存在一定差异,在数值上即表现为误差。因此,必须对实验的误差进行分析,确定导致实验总误差的最大组成因素,从而改善薄弱环节,提高实验的质量。

1.1.1 误差的基本概念

1) 真值与平均值

真值是一个理想的概念,一般是不能观测到的,但是若对某一物理量经过无限多次的测量,其出现的误差有正也有负,而正负误差出现的概率是相同的。因此,假如在不存在系统误差的前提下,它们的平均值就相当接近于这物理量的真值。所以在实验科学中作这样的定义:无限多次的观测值的平均值为真值。由于实验工作中观测的次数总是有限的,由这些有限次的观测值的平均值,只能近似于真值,故称这个平均值为最佳值。

化工中常用的平均值有:

算术平均值

$$x_m = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (1-1)$$

均方根平均值

$$x_s = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}} \quad (1-2)$$

几何平均值

$$x_c = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \cdots \cdot x_n} = \sqrt[n]{\prod x_i} \quad (1-3)$$

式中, x_1, x_2, \cdots, x_n —— 表示观测值;

n —— 表示观测次数。

计算平均值方法的选择,取决于一组观测值的分布类型。在一般情况下,观测值的分布属于正态类型,因此,算术平均值作为最佳值用得最为普遍。

2) 误差表示法

某测量点的误差通常由下面三种形式表示:

(1) 绝对误差

某量的观测值与真值的差叫绝对误差,通称误差。但在实际工作中,以平均值(即最佳值)代替真值,把观测值与最佳值之差叫剩余误差,但习惯上叫做绝对误差。

(2) 相对误差

为了比较不同被测量的测量精度的高低而引入了相对误差。

$$\text{相对误差} = \frac{\text{绝对误差}}{\text{真值}} \times 100\% \approx \frac{\text{绝对误差}}{\text{最佳值}} \times 100\%$$

(3) 引用误差

引用误差(或相对示值误差)指的是一种简化和实用方便的仪器仪表指示值的相对误差。它是仪器仪表的满刻度示值为分母,某一刻度点示值误差为分子所得比值的百分数。仪器仪表的精度用此误差来表示。比如1级精度仪表,即为 $\frac{\text{量程内最大示值误差}}{\text{满量程示值}} \times 100\% = 1\%$ 。

在化工领域中,通常用算术平均误差和标准误差来表示测量数据的误差。

① 算术平均误差

$$\delta = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - x_m|}{n} \tag{1-4}$$

式中, n ——观测次数;

x_i ——观测值;

x_m —— n 次观测值的算术平均值。

② 标准误差

标准误差简称为标准差,或称均方根误差。当测定次数 n 为无穷时,其定义为

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_m)^2}{n}} \tag{1-5}$$

在有限观测次数中,标准误差常用下式表示:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_m)^2}{n-1}} \tag{1-6}$$

标准误差 σ 的大小说明,在一定条件下等精度测量列数据中每个观测值对其算术平均值的分散程度。如果 σ 的数值小,该测量列数据中相应小的误差占优势,任一单次观测值对其算术平均值的分散度就小,测量的精度就高;反之精度就低。

3) 误差的分类

误差按其性质和产生原因可分为三类:

(1) 系统误差

系统误差是指在同一条件下,多次测量同一量时,误差的数值和符号保持恒定,或在条件改变时,按某一确定的规律变化的误差。系统误差的大小反映了实测数据准确度的高低。

产生系统误差的原因:a) 仪器不良,如刻度不准,仪表未经校正或标准表本身存在偏差等; b) 周围环境的改变,如外界温度、压力、风速等;c) 实验人员个人的习惯和偏向,如读数的偏高或偏低等所引起的误差。可针对上述诸原因,分别改进仪器和实验装置,以及提高实验技巧,予以消除系统误差。

(2) 随机误差(或称偶然误差)

在已经消除系统误差的前提下,随机误差是指在相同条件下测量同一量时,误差的绝对值时大时小,其符号时正时负,没有确定的规律的误差。随机误差的大小反映了精密程度的高低。这类误差产生原因无法预测,因而无法控制和补偿。但是倘若对等一量值作足够多次数的等精度测量时,就会发现随机误差完全服从统计规律,误差的大小和正负的出现完全由概率决定的。因此随着测量次数的增加,随机误差的算术平均值必趋近于零。所以,多次测量结果的算术平均值将更接近于真值。

(3) 过失误差(或称粗大误差)

过失误差是一种显然与事实不符的误差,它主要是由于实验人员粗心大意如读错数据,或操作失误等所致。存在过失误差的观测值在实验数据整理时必须剔除,因此实验时,只要认真负责是可以避免这类误差的。

显然,实测列数据的精确程度是由系统误差和随机误差的大小来决定的。系统误差愈小,则列数据的准确度愈高;又随机误差愈小,则列数据的精确度愈高。所以要使实测列数据的精确度高就必须满足系统误差和随机误差均很小。

1.1.2 误差的基本性质

实测列数据的可靠程度如何?又怎样提高它们的可靠性?等等,这些都要求我们了解对给定条件下误差的基本性质和变化的规律。

1) 偶然(随机)误差的正态分布

如果测量数列中不包含系统误差和过失误差,从大量的实验中发现偶然误差具有如下特点:

- (1) 绝对值相等的正误差和负误差,其出现的概率相同;
- (2) 绝对值小的误差出现的概率大,而绝对值大的误差出现的概率小;
- (3) 绝对值很大的误差出现的概率趋近于零,也就是误差值有一定的实际极限;
- (4) 当测量次数 $n \rightarrow \infty$ 时,误差的算术平均值趋近于零。这是由于正负误差相互抵消的结果。这也说明在测定次数无限多时,算术平均值就等于测定量的真值。

偶然误差的分布规律,在经过大量的测量数据的分析后知道,它是服从正态分布的,其误差函数 $f(x)$ 表达式为

$$y = f(x) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 x^2} \quad (1-7)$$

或者

$$y = f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (1-8)$$

式中, h 为精密指数, $h = \frac{1}{\sigma \sqrt{2}}$; x 为实测值与真值之差; σ 为均方误差。上式是高斯于 1795 年推导出的,因此,上式也称为高斯误差分布定律。根据此方程所画出的曲线则称为误差曲线或高斯正态分布曲线,如图 1-1 所示。横坐标 x 表示偶然误差,纵坐标 y 表示各误差出现的概率,此曲线为一对称形的曲线。此误差分布曲线完全反映了偶然误差的上述特点。

现在我们来考察一下 σ 值对分布曲线的影响。由式(1-8)可见,数据的均方误差 σ 愈小, e

指数的绝对值就愈大, y 减小得就愈快, 曲线下降得也就更急, 而在 $x=0$ 处的 y 值也就愈大; 反之, σ 愈大, 曲线下降得就愈缓慢, 而在 $x=0$ 处的 y 值也就愈小。图 1-2 对三种不同的 σ 值 ($\sigma=1$ 单位, $\sigma=3$ 单位, $\sigma=10$ 单位) 给出了偶然误差的分布曲线。

从这些曲线以及上面的讨论中可以明显地看出, σ 值愈小, 小的偶然误差出现的次数就愈多, 测定精度也就愈高。当 σ 愈大时, 就会经常碰到大的偶然误差, 也就是说, 测定的精度也就愈差。因而实测列数据的均方误差 σ , 完全能够表达出测定数据的精确度, 亦即表征着测定结果的可靠程度。

下面再来考察 h 对曲线的影响。

由式(1-7), 以 h 作参数进行标绘的曲线(图 1-3)可见:

- (1) 对应于最小误差($x=0$)的两边, 曲线是对称的;
- (2) 在纵轴 y 上具有一个最大概率点, 这一点相当于误差 $x=0$;
- (3) 曲线两边逐渐与横轴接近。

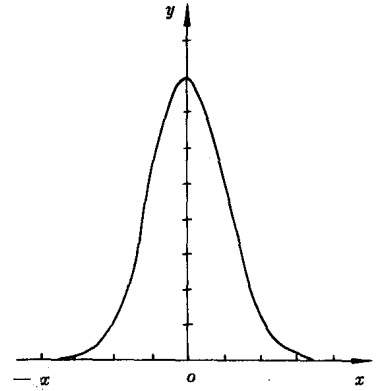


图 1-1 误差分布曲线(高斯正态分布曲线)

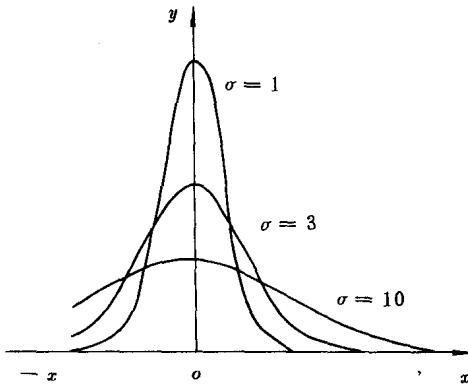


图 1-2 不同 σ 值时的误差分布曲线

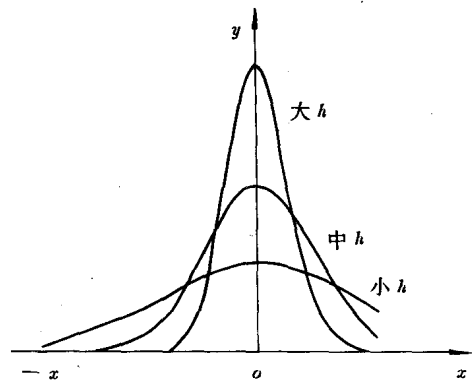


图 1-3 不同 h 值时的误差分布曲线

如将大、中、小 h 三条分布曲线绘在一张图上, 如图 1-3 所示。由图可见, h 值大的曲线是奇峰突起的狭长曲线, 这意味着一个精密度高的实验, 因为小误差出现的概率极大。 h 值小的曲线低坦, 这意味着实验的精密度较低, 因为大小误差出现概率相差不明显。 h 值居中的, 则表明实验精密度亦适中。

2) 可疑的实验观测值的舍弃

由概率积分知, 偶然误差正态分布曲线下的全部面积, 相当于全部误差同时出现的概率, 即

$$P = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \cdot dx = 1 \quad (1-9)$$

若随机误差在 $-\sigma \sim +\sigma$ 范围内, 概率则为

$$P(|x| < \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\sigma}^{\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \cdot dx = \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_0^{\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \cdot dx \quad (1-10)$$

令

$$t = \frac{x}{\sigma}, \quad \text{则} \quad x = t\sigma$$

所以

$$P(|x| < \sigma) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^1 e^{-\frac{t^2}{2}} \cdot dt \quad (1-11)$$

若令

$$\varphi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} \cdot dt$$

则

$$P(|x| < \sigma) = 2\varphi(t)$$

即误差在 $\pm t\sigma$ 的范围内出现的概率为 $2\varphi(t)$, 而超出这个范围的概率则为 $1-2\varphi(t)$ 。

$\varphi(t)$ 称为概率函数。 $\varphi(t)$ 与 t 的对应值在数学手册或专著中均附有此类积分表, 现给出几个典型的 t 值及其相应的超出或不超出 $|x|$ 的概率, 见表 1-1 和图 1-4。

表 1-1 t 值及其相应的概率

t	$ x = t\sigma$	不超出 $ x $ 的概率 $2\varphi(t)$	超出 $ x $ 的概率 $1-2\varphi(t)$	测量次数 n	超出 $ x $ 的 测量次数 n'
0.67	0.67σ	0.4972	0.5028	2	1
1	1σ	0.6826	0.3174	3	1
2	2σ	0.9544	0.0456	22	1
3	3σ	0.9973	0.0027	370	1
4	4σ	0.9999	0.0001	15626	1

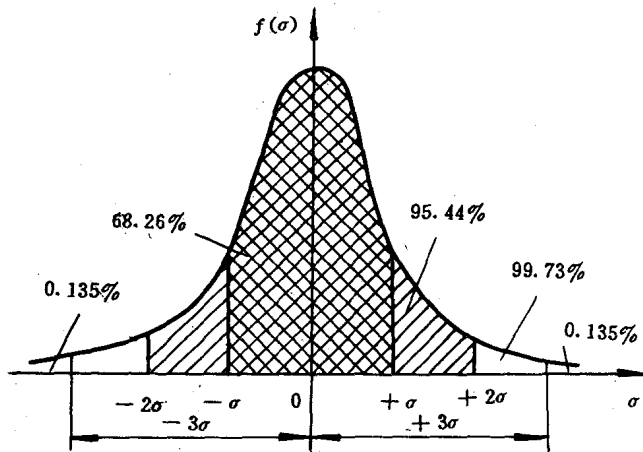


图 1-4 误差分布曲线的积分

由表 1-1 和图 1-4 可知,当 $t=3, |x|=3\sigma$ 时,在 370 次观测中只有一次误差绝对值超出 3σ 范围。由于在一般测量中其次数不过几次或几十次,因而可以认为 $|x|>3\sigma$ 的误差是不会发生的。通常把这个误差称为单次测量的极限误差,也称为 3σ 规则。由此认为, $|x|>3\sigma$ 的误差已不属于偶然误差,这可能是由于过失误差或实验条件变化未被发觉等引起的,所以这样的数据点经分析和误差计算以后应予以舍弃。

3) 间接测量值的误差

实验中一些量可以直接测得,如流体的压强、温度等;而另一些量不能直接测得,如流体流速、传热问题中的换热量等,前者叫做直接测量量,后者叫做间接测量量。间接测量量是由直接测量量通过确定的函数关系算出来的。前面的讨论主要是直接测量量的误差计算问题,既然直接测量量有误差,这些误差必然会传递到间接测量量中去,间接测量量也必然存在误差。

(1) 误差传递的基本公式

设间接测量量 y 是直接测量量 x_1, x_2, \dots, x_n 的函数,记为

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1-12)$$

对上式求全微分

$$dy = \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} dx_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} dx_n \quad (1-13)$$

将上式改为误差公式时,式中的 $dy, dx_1, dx_2, \dots, dx_n$ 均用 $\Delta y, \Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$ 代替,即得绝对误差公式:

$$\Delta y = \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n \quad (1-14)$$

或

$$\Delta y = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \quad (1-15)$$

式中, $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ —— 误差传递系数;

Δx_i —— 直接测量量的误差;

Δy —— 间接测量量的误差或称函数误差。

此式表明,一个直接测量量的误差对间接测量量的误差的影响,不仅取决于误差本身,还取决于误差传递系数。

间接测量量的最大绝对(极限)误差为

$$\Delta y' = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right| \quad (1-16)$$

相对误差为

$$E_r = \frac{\Delta y}{y} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} E_i \quad (1-17)$$

式中, E_i —— 直接测量量的相对误差。

同理,其最大相对误差为

$$E_r' = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} E_i \right| \quad (1-18)$$

如果每一量 x_i 均进行了 n 次观测,设相应的标准误差为 σ_i ,那么,间接测量量 y 的标准误差为

$$\sigma_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \sigma_i^2} \quad (1-19)$$

(2) 简单函数的误差传递计算公式

如果间接测量量 y 与直接测量量 x_i 之间的函数关系已经确定, 则就可根据上面的计算公式求得间接测量量(或函数)的相对误差。

下面给出几种简单函数形式的误差计算公式:

① 设 $y = x \pm z$, 变量 x, z 的标准误差分别为 σ_x, σ_z

由于误差的传递系数:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = 1$$

$$\frac{\partial y}{\partial z} = \pm 1$$

则函数最大绝对误差为

$$\Delta y = |\Delta x| + |\Delta z| \quad (1-20)$$

函数标准误差为

$$\sigma_y = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_z^2} \quad (1-21)$$

② 设 $y = kxz/w$, 变量 x, z, w 的标准误差分别为 $\sigma_x, \sigma_z, \sigma_w$, k 为常数

由于误差传递系数分别为

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{kz}{w} = \frac{y}{x} \quad (1-22)$$

$$\frac{\partial y}{\partial z} = \frac{kx}{w} = \frac{y}{z} \quad (1-23)$$

$$\frac{\partial y}{\partial w} = -\frac{kxz}{w^2} = -\frac{y}{w} \quad (1-24)$$

则函数的最大相对误差为

$$E_r = \left| \frac{\Delta x}{x} \right| + \left| \frac{\Delta z}{z} \right| + \left| \frac{\Delta w}{w} \right| \quad (1-25)$$

函数的标准误差为

$$\sigma_y = k \sqrt{\left(\frac{z}{w}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{x}{w}\right)^2 \sigma_z^2 + \left(\frac{xz}{w^2}\right)^2 \sigma_w^2} \quad (1-26)$$

③ 设 $y = b + kx^n$, 变量 x 的标准误差为 σ_x , b, k, n 为常数

由于误差传递系数为

$$\frac{\partial y}{\partial x} = nkx^{n-1} \quad (1-27)$$

则函数最大绝对误差为

$$\Delta y' = |nkx^{n-1} \Delta x| \quad (1-28)$$

函数的标准误差为

$$\sigma_y = nkx^{n-1} \sigma_x \quad (1-29)$$

④ 设 $y = k + n \ln x$, 变量 x 的标准误差为 σ_x , k, n 为常数

由于误差传递系数为

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{n}{x} \quad (1-30)$$

则函数的最大绝对误差为

$$\Delta y' = \left| \frac{n}{x} \Delta x \right| \quad (1-31)$$

函数的标准误差为

$$\sigma_y = \frac{n}{x} \sigma_x \quad (1-32)$$

⑤ 算术平均值的误差

由算术平均值的定义知:

$$M_m = \frac{M_1 + M_2 + \cdots + M_n}{n} \quad (1-33)$$

由于误差传递系数为

$$\frac{\partial M_m}{\partial M_i} = \frac{1}{n}, \quad i = 1, 2, \cdots, n \quad (1-34)$$

则算术平均值的最大绝对误差为

$$\Delta M_m = \sum_{i=1}^n |\Delta M_i| / n \quad (1-35)$$

算术平均值的标准误差为

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{1}{n^2} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \cdots + \sigma_n^2)} = \sqrt{\frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sigma_i^2} \quad (1-36)$$

当 M_1, M_2, \cdots, M_n 是同组等精度测量值, 它们的标准误差相同, 记为 σ , 则

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{n\sigma^2}{n^2}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (1-37)$$

因此, 该组测量值的真值为

$$x = M_m \pm \sigma_m \quad (1-38)$$

【例 1-1】用量热器测定固体比热容时采用的公式:

$$C_p = \frac{M(t_2 - t_0)}{m(t_1 - t_2)} C_{pH_2O} \quad (1-39)$$

式中, M ——量热器内水的质量, 单位 kg;

m ——被测物体的质量, 单位 kg;

t_0 ——测量前水的温度, 单位 $^{\circ}\text{C}$;

t_1 ——放入量热器前物体的温度, 单位 $^{\circ}\text{C}$;

t_2 ——测量时水的温度, 单位 $^{\circ}\text{C}$;

C_{pH_2O} ——水的比热容, 单位 $\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, $C_{pH_2O} = 4.187 \text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ 。

测量结果如下:

$$M = (250 \pm 0.2) \times 10^{-3} \text{kg}, \quad m = (62.31 \pm 0.02) \times 10^{-3} \text{kg}$$

$$t_0 = 13.52 \pm 0.01 \text{ } ^{\circ}\text{C}, \quad t_1 = 99.32 \pm 0.04 \text{ } ^{\circ}\text{C}$$