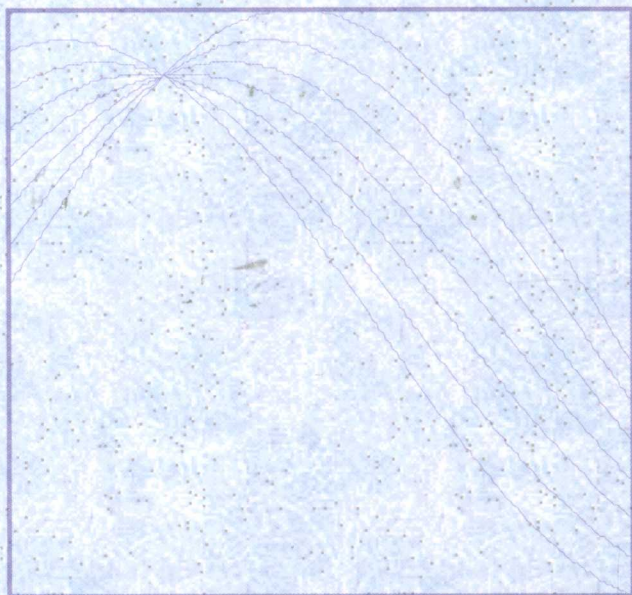


★ 军队院校“2110工程”专著建设项目

Hough变换 及其在信息处理中的应用

HOUGH TRANSFORM WITH APPLICATIONS
IN INFORMATION PROCESSING

王国宏 孔敏 何友 编著



兵器工业出版社

军队院校“2110工程”专著建设项目

Hough 变换及其在信息 处理中的应用

王国宏 孔 敏 何 友 编著

兵器工业出版社

G202
W6

内 容 简 介

本书是国内第一部关于 Hough 变换及其在信息处理中应用的专著,是笔者在综合了研究成果以及国内外大量文献资料的基础上编写成的,全面系统地介绍了 Hough 变换及其在信息处理应用方面的进展与最新研究成果。全书由 8 章组成,主要内容有: Hough 变换理论研究的目的、意义、应用领域、历史和现状; Hough 变换的主要分类; Hough 变换在图像处理、信号检测、雷达目标跟踪、被动跟踪、多目标多传感器目标跟踪以及其他一些领域的应用。最后是本书的回顾、建议与展望。

本书可供从事信息工程、雷达工程、电子对抗、红外、声纳、图像处理、模式识别等专业的科技人员阅读和参考,也可作为上述专业的本科生和研究生课程教材和业余参考读物。

图书在版编目(CIP)数据

Hough 变换及其在信息处理中的应用 / 王国宏, 孔敏,
何友编著. —北京: 兵器工业出版社, 2005.6

ISBN 7-80172-408-9

I. H... II. ①王...②孔...③何... III. 积分变换—
应用—信息处理 IV. G202

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 028387 号

出版发行: 兵器工业出版社

发行电话: 010-68962596, 68962591

邮 编: 100089

社 址: 北京市海淀区车道沟 10 号

经 销: 各地新华书店

印 刷: 北京瑞达方舟印务有限公司

版 次: 2005 年 6 月第 1 版第 1 次印刷

印 数: 1-850

责任编辑: 李翠兰

封面设计: 钟建林

责任校对: 郭 芳

责任印制: 魏丽华

开 本: 787×1092 1/16

印 张: 11.5

字 数: 284 千字

定 价: 30.00 元

(版权所有 翻印必究 印装有误 负责调换)

前 言

由于 Hough 变换在军事和民用领域有广泛的应用，因而得到了普遍的重视，但目前关于 Hough 变换及其应用的介绍散落在大量零散的资料中，其中许多资料是许多工程技术人员迫切需要但又在现有的绝大多数资料中找不到的。许多科研、教学方面的研究人员非常希望能有一部系统介绍 Hough 变换及其应用技巧的书，既可对科研、生产、教学有所启迪，又可以作为参考手册使用。据本书笔者的了解，国内目前尚没有关于 Hough 变换及其应用的专著或教材，有些教材中虽然有些零星介绍，但也只是些最基本的介绍，远远不能满足科研、教学研究人员的需要。同时，由于 Hough 变换可以用于图像处理、信号检测、雷达目标跟踪、被动跟踪、多传感器多目标跟踪、目标识别等领域，可以适用于多个领域的读者。在这种情况下，笔者编写了本书，书中尽可能涵盖了 Hough 变换的最新技术，以期从事这一领域的读者提供一部研究和应用的参考书。

全书共分 8 章：第 1 章讨论了 Hough 变换的基本概念、层次和分类、应用领域、研究历史与现状等，其中，三维空间的 Hough 变换是应用中迫切需要但现有资料中极少见到的，使读者对 Hough 变换有一个比较全面的、基本的了解。第 2 章介绍了 Hough 变换在图像处理方面的应用。第 3 章研究 Hough 变换在信号检测方面的应用，本书首次从理论和仿真角度完整、系统地分析了基于 Hough 变换的检测器在四种杂波背景下对非起伏和四种 Swerling 起伏目标的检测性能，建立了完整的基于 Hough 变换的检测体系。第 4 章讨论 Hough 变换在雷达目标跟踪方面的应用，包括航迹起始方法和机动目标跟踪。第 5 章介绍了 Hough 变换在被动跟踪中的应用。第 6 章讨论了 Hough 变换在多目标多传感器跟踪中的应用。第 7 章就 Hough 变换在其他方面的应用进行了阐述，包括在水声目标形状分析中的应用；在人脸图像识别中的应用；在地下目标检测中的应用；在车辆识别中的应用；在目标平移和旋转运动分析中的应用等。第 8 章回顾和总结了本著作的研究成果，并对某些问题提出进一步的研究建议，同时指出了 Hough 变换理论研究的发展方向。

我们深知，Hough 变换理论的研究和应用正处于迅速发展的高峰阶段，由于篇幅的限制，本书不可能对这些发展做出统览无余的介绍。同时，限于我们的经验和水平，书中难免有疏漏和错误，恳请读者批评指正。

编者
2005.2

目 录

第 1 章 Hough 变换法概述	1
1.1 引言	1
1.2 直线 Hough 变换	2
1.3 圆 Hough 变换	4
1.4 椭圆 Hough 变换	7
1.5 抛物线 Hough 变换	9
1.6 广义 Hough 变换	11
1.7 随机 Hough 变换	12
1.8 模糊 Hough 变换	16
1.9 分层迭代 Hough 变换	19
1.10 级联 Hough 变换	22
1.11 三维空间 Hough 变换	25
1.12 小结	27
参考文献	28
第 2 章 Hough 变换在图像处理中的应用	30
2.1 引言	30
2.2 基于 Hough 变换的图形识别	30
2.3 基于 Hough 变换的 SAR 图像中自动地面控制点检测	33
2.4 基于 Hough 变换的文档图像倾斜的检测和校正	38
2.5 基于 Hough 变换的多普勒—时间图像处理	41
2.6 基于级联 Hough 变换的航空图像判读	45
2.7 小结	48
参考文献	49
第 3 章 Hough 变换在信号检测中的应用	50
3.1 引言	50
3.2 基于 Hough 变换的非相参积累检测	50
3.3 Rayleigh 杂波环境下基于 Hough 变换的最优检测	53
3.4 K 分布杂波环境下基于 Hough 变换的最优检测	57
3.5 Weibull 分布杂波环境下基于 Hough 变换的信号检测	63
3.6 Lognormal (对数正态) 分布杂波环境下基于 Hough 变换的信号检测	65
3.7 几种杂波环境下基于 Hough 变换的信号检测的比较	66
3.8 基于 Hough 变换的二值非相参积累检测	67
3.9 基于 Hough 变换检测的仿真分析检测场景模拟	69

3.10 直接非相参积累仿真分析	74
3.11 二值非相参积累检测性能分析	88
3.12 小结	89
参考文献	90

第4章 Hough 变换在雷达目标跟踪中的应用92

4.1 引言	92
4.2 基于 Hough 变换的航迹起始	92
4.3 基于修正 Hough 变换的航迹起始	93
4.4 基于 Hough 变换和逻辑的 2D 雷达航迹起始	95
4.5 基于 Hough 变换和逻辑的 3D 雷达航迹起始	101
4.6 基于椭圆 Hough 变换的机动目标跟踪	104
4.7 基于圆 Hough 变换的机动目标跟踪	110
4.8 小结	111
参考文献	111

第5章 Hough 变换在被动跟踪中的应用 113

5.1 引言	113
5.2 被动传感器航迹起始算法介绍	113
5.3 基于交叉定位和 Hough 变换的被动目标跟踪	115
5.4 基于启发式规则和 Hough 变换的被动目标跟踪	119
5.5 小结	123
参考文献	123

第6章 Hough 变换在多传感器多目标跟踪中的应用 125

6.1 引言	125
6.2 多传感器数据融合	126
6.3 基于 Hough 变换的多传感器、多目标航迹起始方法	127
6.4 仿真实验	136
6.5 基于修正 Hough 变换和基于逻辑的多传感器、多目标航迹起始	143
6.6 小结	151
参考文献	152

第7章 Hough 变换在其他方面的应用 154

7.1 引言	154
7.2 Hough 变换在水声目标形状分析中的应用	154
7.3 Hough 变换在人脸图像识别中的应用	157
7.4 Hough 变换在地下目标检测中的应用	160
7.5 Hough 变换在车辆识别中的应用	162

7.6 随机 Hough 变换在平移和旋转运动分析中的应用	168
7.7 小结	170
参考文献	171
第 8 章 回顾、建议与展望	172
8.1 引言	172
8.2 研究成果回顾	172
8.3 问题与建议	174
8.4 研究方向展望	175
参考文献	176

第1章 Hough 变换法概述

Hough 变换是实现图像边缘检测的一种有效方法，其基本思想是将测量空间的一点变换到参量空间中的一条曲线或一个曲面，而具有同一参量特征的点变换后在参量空间中相交，通过判断交点处的积累程度来完成特征曲线的检测，基于参量性质的不同，Hough 变换可以检测直线、圆、椭圆、双曲线、抛物线等。本章将分别介绍利用 Hough 变换方法检测直线、圆、椭圆以及任意曲线的方法。同时，将概率论理论、模糊集理论、分层迭代的思想和级联的方法应用于 Hough 变换的过程中，大大地提高了 Hough 变换的效率，改善了 Hough 变换的性能，这些方法也将在本章中加以介绍。

1.1 引言

1962 年，保罗·霍夫（Paul Hough）提出了 Hough 变换法^[1]，并申请了专利。该方法将图像空间中的检测问题转换到参数空间，通过在参数空间里进行简单的累加统计完成检测任务，用大多数边界点满足的某种参数形式来描述图像的区域边界曲线，因而对于被噪声干扰或间断区域边界的图像，Hough 变换具有很好的容错性和鲁棒性。Hough 变换法最初主要用于检测图像空间中的直线，最早的直线 Hough 变换是在两个笛卡尔坐标系之间进行变换，这给检测斜率为无穷大的直线带来了困难。1972 年，杜达（Duda）将 Hough 变换法的变换形式进行了改变^[2]，将数据空间中的点变换为 $\rho-\theta$ 参数空间的曲线，改善了其探测直线的性能。由于经典的 Hough 变换法只能检测图像空间中的直线，为了能检测到图像空间中的曲线，在 1978 年 Sklansky 将 Hough 变换进行推广，提出了推广 Hough 变换法^[3]来检测图像空间中的曲线。基于变换方程的不同，Hough 变换法可以检测出图像空间中的圆、椭圆、抛物线、双曲线等可以由解析式表达的曲线。为了检测不能由解析式表达的任意曲线，1981 年，D H 巴拉德（Ballard）将 Hough 变换法作了进一步的推广^[4]，推广后的 Hough 变换法可以检测图像空间中任意复杂的图形。1988 年，伊林沃思（Illingworth）和其特勒（Kittler）在前人对 Hough 变换法研究的基础上，又对 Hough 变换法进行了大量的研究^[5]，并提出了改进 Hough 变换法性能的措施。但是经典的 Hough 变换计算量比较大，在实际应用中很难实现。为了解决这个问题，40 余年以来，许多学者致力于 Hough 变换算法的研究，将随机过程、模糊理论等应用于 Hough 变换，并将分层迭代、级联的思想引入到 Hough 变换过程中，大大提高了 Hough 变换的效率。同时，一些研究人员还将二维空间的 Hough 变换扩展到三维空间，这也大大拓展了 Hough 变换的应用范围。这些算法和思想都将在本章中加以详细介绍。

Hough 变换最初只用于从图像中识别图形边界，经过几十年的发展，Hough 变换已经用于各个方面的图像处理，包括 SAR/ISAR 图像处理、办公文档图像处理、多普勒一时间图像

处理, 航空图像自动判读等, 这些将在第 2 章加以介绍。但随着科学技术的发展, Hough 变换在军事和民用领域得到了广泛的应用。1994 年, 卡尔森 (Carlson) 等人将 Hough 变换法应用到搜索雷达中检测直线运动或近似直线运动的低可观测目标^[6~8]。1996 年, 吉琴 (Ji Chen) 等人将 Hough 变换法应用于航迹起始中^[9], 但是由于 Hough 变换法起始航迹比较慢, 为了能快速起始航迹, 吉琴等人又提出了修正的 Hough 变换法。除此以外, 在国防科技领域, Hough 变换还广泛用于低可观测信号检测、声纳信号处理、雷达目标跟踪、ESM 目标跟踪、红外目标跟踪、多传感器多目标跟踪、多传感器信息融合等方面。本书将在 3~6 章对 Hough 变换在信号检测、雷达目标跟踪、被动跟踪、多目标多传感器目标跟踪方面的应用加以详细介绍。在民用领域, Hough 变换同样发挥着重要的作用, 本书将在第 7 章简要介绍 Hough 变换在水声目标形状分析、人脸图像识别、地下目标检测、车辆识别、目标平移和旋转运动分析等方面的应用。总之, Hough 变换的作用已被世界各国所认识, 显示出了巨大的应用价值和重要的应用前景。

1.2 直线 Hough 变换

1.2.1 直线 Hough 变换的基本概念

我们已经提到过, 基于变换的参量不同, 利用 Hough 变换可以从图像空间中分别检测出直线、圆、椭圆、双曲线和抛物线等。那么, 这些检测的过程是如何实现的呢? 我们首先从最经典的 Hough 变换——从图像中检测直线开始介绍。

对于图像空间中位于同一条直线上的点 (x, y) 的集合, 我们可以用一个从参数空间到图像空间的映射 f 来表述^[5]:

$$f((\hat{m}, \hat{c}), (x, y)) = y - \hat{m}x - \hat{c} = 0 \quad (1.1)$$

这里参数 m 是该直线的斜率, 参数 c 是截矩。我们用带有“ $\wedge$ ”的符号表示原空间中的量。式 (1.1) 建立了一个从参数集 $(\hat{m}, \hat{c})$ 到点集 (x, y) 的映射。可以看到, 该映射是一个从参数空间到图像空间的一对多映射。Hough 变换的基本思想就是将式 (1.1) 看作是图像空间中的点和参数空间中的点的共同约束, 并由此定义一个从图像空间到参数空间的一对多映射 g :

$$g((\hat{x}, \hat{y}), (m, c)) = \hat{y} - \hat{x}m - c = 0 \quad (1.2)$$

可以看到, 在图像空间中的每一个点 $(\hat{x}, \hat{y})$, 都映射到参数空间中的一条直线上。如图 1.1 所示图像空间中位于同一直线上的点, 图 1.2 所示是图像空间中直线上的点式 (1.2) 映射到参数空间中的一簇直线。

从图 1.2 可以看出, 图像空间中位于同一条直线上的点经过 Hough 变换后, 在参数空间中相交于同一点。可以证明, 这一点是确定的。在参数空间中确定该点的位置是一个局部检测问题, 比在图像空间中检测多个点相对容易一些。确定该点位置, 就知道了图像空间中直线的参数。假如图像平面上有两条直线, 那么最终在参数平面上就会看到两个峰值点, 依此类推。

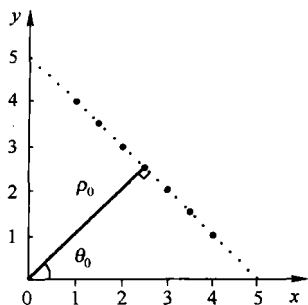


图 1.1 图像空间中位于同一条直线上的点

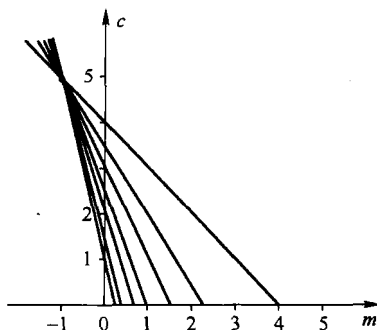


图 1.2 参数空间中的直线

1.2.2 实际应用中的 Hough 变换参数方程

在实际应用中， $y = mx + c$ 形式的直线方程没有办法表示 $x = a$ 形式的直线（这时候，直线的斜率为无穷大）。为了正确识别和检测任意方向和任意位置的直线，必须解决垂直直线的斜率无限大这一问题。

Duda 和 Hart 提出了实际应用中采用的参数方程为^[2]：

$$\rho = x \cos \theta + y \sin \theta \quad \theta \in [0, \pi] \quad (1.3)$$

也可表示为：

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2} \sin(\theta + \varphi) \quad \text{tg} \varphi = \frac{x}{y} \quad (1.4)$$

这样，图像空间上的一个点就对应到参数空间的一条曲线上。这种变换通常被称作标准 Hough 变换（Standard Hough Transform）。

我们通常将 $(x-y)$ 平面称为图像平面， $(\rho-\theta)$ 平面称为参数平面。我们知道， $(x-y)$ 平面中的一条直线可以通过从原点到这条直线的距离 ρ_0 和 ρ_0 与 x 轴的夹角 θ_0 来定义，如图 1.1 中所示。因此，在 $(x-y)$ 平面上的任意一条直线对应了 (ρ, θ) 平面上的一个点，而式 (1.3)， $(x-y)$ 平面上的一个点对应了 $(\rho-\theta)$ 平面上的正弦曲线。如果有一组位于由参数 ρ_0 和 θ_0 决定的直线上的点，则每个点对应了 $(\rho-\theta)$ 空间中一条正弦型曲线，所有这些曲线必交于点 (ρ_0, θ_0) ，因为这是它们共享的一条直线的参数。将图 1.1 中直线上的几个点通过式 (1.4) 转换成参数空间的曲线，如图 1.3 所示。

1.2.3 Hough 变换过程

在实际应用中，由于测量噪声的影响，使图像空间上的一条直线在映射到参数空间后不能相交于一点，因此，要对 $(\rho-\theta)$ 平面进行分割，通过直方图的方法进行检测。

具体方法是，将 $(\rho-\theta)$ 平面离散分割成若干个小方格，通过检测 3-D 直方图中的峰值来判断公共的交点。直方图中每个方格的中心点为：

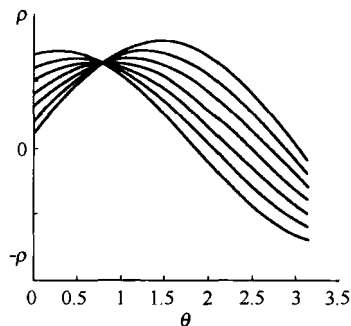


图 1.3 (ρ, θ) 参数空间中的曲线

$$\theta_n = \left(n - \frac{1}{2} \right) \Delta\theta \quad n=1,2,\dots,N_\theta \quad (1.5)$$

$$\rho_n = \left(n - \frac{1}{2} \right) \Delta\rho \quad n=1,2,\dots,N_\rho \quad (1.6)$$

式中 $\Delta\theta = \pi/N_\theta$ ， N_θ 为参数 θ 的分割段数， $\Delta\rho = L/N_\rho$ ， N_ρ 为参数 ρ 的分割段数， $L = \max(\sqrt{x^2 + y^2})$ 为图像空间中点距原点的距离的最大值。当图像空间中存在有可连成直线的

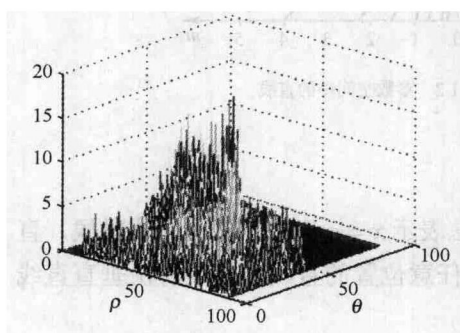


图 1.4 参数空间中的直方图

的若干点时，这些点就会聚集在 ρ - θ 平面相应的方格内。例如图 1.4 为给定的参数空间中的直方图，直方图中的峰值暗示着可能的直线轨迹，但有一些峰值不是由数据图像空间中的直线产生的，而是由噪声产生的。

检测直线的 Hough 变换过程可以概括如下^[10]：

(1) 在 ρ 、 θ 合适的最大值和最小值之间建立一个离散的参数空间；

(2) 建立一个累加器 $A(\rho, \theta)$ ，并置每一个元素为 0；

(3) 对梯度图上超过门限值的每一点作 Hough 变换，即算出该点在 $(\rho-\theta)$ 网格上的对应曲线，并在相应的累加器加 1：

$$A(\rho, \theta) = A(\rho, \theta) + 1$$

(4) 找出对应图像平面共线点的累加器上的局部最大值，这个值就提供了图像平面上共线点的共线参数。

由此看出，Hough 变换实质是一种投票机制，对参数空间中的量化点进行投票，若投票超过某一门限值，则认为有足够多的图像点位于该参数点所决定的直线上。

利用 Hough 变换在图像中提取直线的基本策略就是：由图像空间中的边缘数据点去计算参数空间中的参考点的可能轨迹，并在一个累加器中给出计算的参考点计数，最后选出峰值。由于实际图像中的线会出现缝隙，而且存在噪声，所以给一般的提取方法带来困难，而若用 Hough 变换，受其影响相对较小，这是由 Hough 变换的投票机制所决定的，也是其最主要的优点，故为很多人所注意。

1.3 圆 Hough 变换

许多的图像处理问题涉及到曲线检测，这是因为许多的自然现象和工业物体都包括曲线的边缘，比如弧形、椭圆、抛物线或者直线和曲线的结合等。为了把 Hough 变换应用于图像中的曲线检测，许多研究人员对标准 Hough 变换进行了推广，圆 Hough 变换就是最早提出的曲线检测算法之一。在圆 Hough 变换中，将几何图形特征简化为圆，其基本参数是圆心和半径。

1.3.1 经典圆 Hough 变换参数方程

假设希望在图形平面考察并确定一个圆周。令 $\{(x_i, y_i) | i=1, 2, \dots, n\}$ 为图像中待确定圆

周上的点的集合，而 (x, y) 为集合中的一点，它在参数坐标系 (a, b, r) 中方程为：

$$(a-x)^2 + (b-y)^2 = r^2 \quad (1.7)$$

显然该方程为三维锥面，对于图像中任意确定的一点均有参数空间的一个三维锥面与之对应。对应圆周上的任何点的集合 $\{(x_i, y_i)\}$ ，这些三维锥面构成锥面簇，如图 1.5 所示。

若集合中的点在同一个圆周上，则这些圆锥簇相交于参数空间上某一点 (a_0, b_0, r_0) ，这点恰好对应于图像平面的圆心坐标及圆的半径。

对于离散图像式 (1.7) 可写为：

$$|(a_0 - x_i)^2 + (b_0 - y_i)^2 - r^2| \leq \xi \quad (1.8)$$

其中 ξ 是考虑到对图像进行数字化和量化的补偿。

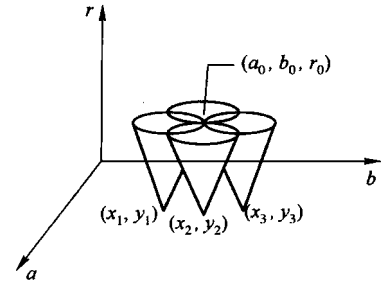


图 1.5 圆的参数空间 (a, b, r) 表示

1.3.2 圆 Hough 变换过程

Hough 变换的基本思想在于证据积累，一般情况下圆变换的参数空间为三维的，需要在参数空间建立一个三维的累加数组 $A(a, b, r)$ ，根据具体的图像数据点计算出的每一个三元组 (a, b, r) ，对 A 累加，其具体变换过程如下：

- ① 在 a 、 b 、 r 合适的最大值和最小值之间建立一个零散的参数空间；
- ② 建立一个累加器 $A(a, b, r)$ ，并置每一个元素为 0；
- ③ 对图像空间中超过门限值的每一点作 Hough 变换，即算出该点在 $(a-b-r)$ 三维网格上的对应曲线，并在相应的累加器加 1：

$$A(a, b, r) = A(a, b, r) + 1$$

- ④ 找出对应图像平面共圆周点的累加器上的局部最大值，这个值就提供了图像平面上共圆周点的圆心以及半径参数。

由于 Hough 变换的实质是将图像空间的具有一定关系的像元进行聚类，寻找能把这些像元用某一解析形式联系起来的参数空间累积对应点。在参数空间不超过二维的情况下，这种变换有着很理想的效果。然而，当参数空间超过二维时，这种变换的时间消耗和所需存储空间的急剧增大使得这种变换仅仅在理论分析上可行，而在实际应用中几乎是不可能实现的。这时往往要求从具体的应用情况中寻找特点，如利用被处理图像像元的灰度的变化值确定灰度的变化方向来降低参数空间维数，或利用一些对于被检测图像的先验知识设法降低参数空间的维数以降低变换过程的时间和空间开销。下面我们来分析说明。

在式 (1.7) 中，如果固定 r ，则参数空间与图像平面的对应关系可以用图 1.6 来说明。

图 1.6 中，黑点对应图像平面上的圆周上的点；而由虚线组成的圆周则为可能的圆心位置。由此可知，在图像平面中共圆的点在参数空间中对应同一个点。从另一个角度来

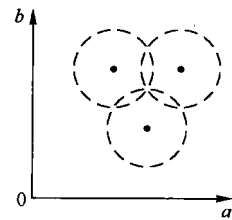


图 1.6 r 确定的圆的参数空间

说，图像空间中的点对应参数空间中的圆；参数空间中的点对应图像空间中的圆。这种对应关系可称为点—圆对偶性。

在参数空间 (a, b, r) 中，将 r 设为递增变量，每一步迭代都先固定 r ，在垂直于 r 的 (a, b) 平面上求对应于圆心为 (x_i, y_i) 的圆周各点，并将轨迹上的点在此平面映像的一个三维累加数组 $A(a, b, r)$ 上的相应点上累加。 r 从 0 开始递增直到图像平面所能容纳的上限（一般可根据先验知识来确定 r 的可能变换范围以减少计算量），每次递增均有一平面映像与之对应。因此，对于图像上每一确定点 (x_i, y_i) ， a 和 b 的变化范围均为 $2r$ 。求出在此范围内对应的每一 a 和 b 的坐标，即要计算式 (1.8) $2r$ 次。设每次这种运算耗时为 t ，则对应 r 的每一步进值的计算耗时为 $2rt$ 。若设 r 的步进范围为 R ，则对于每个像元的计算量（忽略在累加阵列中所进行的累加及储存时间）为：

$$\sum_{r=1}^R 2rt = R(R+1)t \quad (1.9)$$

若对图像平面上的 N 个点进行 Hough 变换，则总耗时将为 $N \times R \times (R+1) \times t$ 。而用于累加阵列的存储空间约为 $R \times m \times n$ 字节（设 m 、 n 分别为图像的高度和宽度，累积单元采用单字节）。可见，以上运算的时空开销是很大的。

当全部 (x, y) 点变换完成后，对累加数组 $A(a, b, r)$ 每个元素的值进行比较，有较大值的数组元素对应于圆或圆弧，其参数 (a, b, r) 可用作圆的拟合参数，而有较小值的数组元素则舍弃。

1.3.3 圆形目标的快速检测算法

经典的圆 Hough 变换算法具有检测精度高、抗干扰性强等优点，但也存在不足，那就是每个边缘点映射为参数空间的一个曲面（有时为一条直线），是一对多的映射，计算量很大，不适于快速实时检测场合。为了对圆形目标进行快速实时检测，人们对经典圆 Hough 变换进行了大量深入研究，提出了各种改进 Hough 变换算法。张红民等利用中心点生成圆弧的方法统计一定范围内点的累加值获得圆心^[11]；孔兵等根据最小二乘法原理用圆来逼近轮廓^[12]；Leavers 采用动态广义 Hough 变换（DGHT）思想来检测圆^[13]；魏怡利用分区和跟踪算法改进了 DGHT^[14]；Yip 等使用平行切线以及在一个二维累加数组中对 4 个向量进行累加来获得圆的信息^[15]。下面介绍两种方法。

（1）常用的方法是利用先验知识降低开销^[16]。如果由先验知识可以确定圆的半径或能够缩小半径的变化范围，则可以有效地减少变换过程的时间和空间开销。分析如下：

① 若圆的半径 r 可以预先确定，则类似于上面的分析可得变换的耗时为 $2 \times N \times r \times t$ ，累积矩阵为二维，存储空间开销为 $m \times n$ 字节。

② 若预先可确定 r 的范围为 r_1 到 r_2 ，则这时的时间开销约为： $N \times (r_2^2 - r_1^2) \times t$ ，空间开销为： $(r_2 - r_1) \times m \times n$ 。

（2）常用的方法是利用图像梯度信息减少计算量^[16]，其做法是先对原图像实施边缘提取，并同时求取像原的灰度变化梯度，按预先给定的梯度阈值对梯度图像二值化，对梯度大于某阈值的像元记录其梯度的变化方向并将其置为最大灰度值，变化梯度小于阈值的像元置零。过每一非零像元并沿其梯度方向在相应的二维累加阵列各单元进行加一操作，对所有的

非零像元进行上述处理后，累加阵列中积累值最大者为圆心。该方法的实质是把圆检测的 Hough 变换的累加阵列从三维降低到二维。这种方法已基本被默认为圆检测的标准 Hough 变换。由于计算梯度需要确定边界的斜率，其检测精度不高。其原因在于，计算边界的斜率，从本质上是用曲线在某一点的弦的斜率来代替曲线在该点的斜率，只有在弦长趋近于零时才不存在误差。但是，在数字图像中任何曲线都是离散的，曲线在某点处的斜率是指在该点处的左向 K 步斜率或右向 K 步斜率，当弦长过小时，量化误差就会增大。但是，实践证明，用这种方法对检测干扰较少的完整圆形目标效果较好。

当然，还有一些文献介绍圆的其他 Hough 变换方法，感兴趣的读者请参考文献[17, 18]。

1.4 椭圆 Hough 变换

快速而准确地检测椭圆在计算机视觉、工业制造、生物医学等领域有着广泛的应用前景。人们利用 Hough 变换受噪声和边缘间断影响小的优点，来检测椭圆，并利用图像边缘的局部取向信息来减少 Hough 变换的计算量，提高检测速度。本节将对椭圆 Hough 变换作简要介绍。

1.4.1 椭圆 Hough 变换参数方程

若图像空间中待检测的椭圆如图 1.7 所示，则可采用以下方法进行椭圆检测^[19]：

我们知道，当长轴与 x 轴夹角 θ 为 0 时，椭圆的长轴与短轴分别与 X 轴、 Y 轴平行。此时，椭圆 Hough 变换的参数方程如下：

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1 \quad (1.10)$$

其中， (x_0, y_0) 为椭圆中心 O 的坐标， a 为长轴的长度， b 为短轴的长度。 (x, y) 为图像边缘点坐标。

令 $X = x - x_0$ ， $Y = y - y_0$ ，则

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1 \quad (1.11)$$

对 X 求导，得

$$\frac{2X}{a^2} + \frac{2Y}{b^2} \frac{\partial Y}{\partial X} = 0 \quad (1.12)$$

令 $\partial Y / \partial X = \xi$ ，则由式 (1.12) 得

$$X^2 = \left(\frac{a^2}{b^2} \xi \right)^2 Y^2 \quad (1.13)$$

将式 (1.13) 代入式 (1.11) 可解得：

$$X = \pm \frac{a}{\sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2 \xi^2}}} \quad Y = \pm \frac{b}{\sqrt{1 + \frac{a^2 \xi^2}{b^2}}} \quad (1.14)$$

因此，椭圆的中心可确定如下：

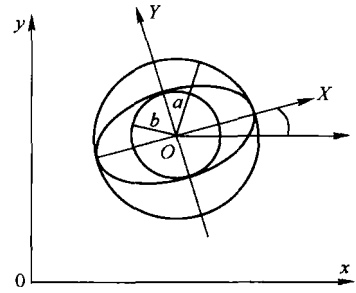


图 1.7 原始图像空间中的椭圆

$$x_0 = x \pm \frac{a}{\sqrt{1 + \frac{a^2 \xi^2}{b^2}}} \quad y_0 = y \pm \frac{b}{\sqrt{1 + \frac{a^2 \xi^2}{b^2}}} \quad (1.15)$$

当 θ 不为 0 时, 则 $\xi = \tan\left(\varphi - \theta - \frac{\pi}{2}\right)$, φ 是边缘点 (x, y) 的梯度方向角。

实际上, 式 (1.15) 只能用于 $\theta = 0$ 的情况, 当 $\theta \neq 0$ 时, 可对坐标旋转 θ 角, 需要注意的是, 旋转 θ 角后, 整个椭圆的表达式发生了根本的变化。新坐标系 OXY 与原始坐标系 oxy 有以下变换式:

$$\begin{aligned} X &= (x - x_0)\cos\theta + (y - y_0)\sin\theta \\ Y &= -(x - x_0)\sin\theta + (y - y_0)\cos\theta \end{aligned} \quad (1.16)$$

将式 (1.16) 代入式 (1.15), 得到 Hough 变换参数方程为:

$$x_0 = x \pm \frac{a \cos\theta}{\sqrt{1 + \frac{a^2 \xi^2}{b^2}}} \pm \frac{b \sin\theta}{\sqrt{1 + \frac{a^2 \xi^2}{b^2}}}, \quad y_0 = y \pm \frac{a \sin\theta}{\sqrt{1 + \frac{a^2 \xi^2}{b^2}}} \pm \frac{b \cos\theta}{\sqrt{1 + \frac{a^2 \xi^2}{b^2}}} \quad (1.17)$$

因此, 椭圆边缘检测需要确定 5 个参数 $C = \{x_0, y_0, a, b, \theta\}$, 当 θ 为 0 时, 需要确定四个参数。使参数 $\{a, b, \theta\}$ 取一系列离散整数值, 计算相应的椭圆中心值, 再用两个五维累加数组统计。由于式 (1.17) 正负号的不同取法, 对每一个边缘点, 中心坐标需要分别计算 4 次, 计算量相当大。

1.4.2 椭圆目标的快速检测算法

由于经典的椭圆 HT 计算量很大, 近年来, 提出了多种新方法, 大大提高了椭圆检测的速度, 如基于 RHT (Randomized HT) 的三点椭圆检测法、对偶点检测法等。

所谓三点椭圆检测法^[20], 是指利用随机采样到的 2 点 (包括它们的边缘方向) 和搜索获得的 1 个点来确定椭圆参数, 这种方法不仅在确定参数时只需随机采样两点, 还通过搜索到的点来决定是否对当前点进行参数计算和累积, 有效地解决了无效采样和累积问题。因而这种方法具有计算速度快, 占有内存小及检测性能好等优点。我们将在介绍随机 Hough 变换时详细介绍。

下面简要介绍一下对偶点检测法^[17]的基本原理。对于具有两条正交对称轴的平面图形, 由于对称性, 在图形边界上至少存在着两个点, 其外法线方向相反, 称这两点互为对偶点。图形或图像边界的一对对偶点在图形或图像发生平移、缩放和旋转后, 仍然互为对偶点, 这是对偶点关于平移、缩放和旋转的不变性质。利用对偶点及其不变性, 再借助于图像区域边缘的梯度信息, 就可以在图像检测中准确、快速、方便地求得图像区域的形心, 这对于圆和椭圆检测来说非常重要, 可以利用这个确定的形心来方便地进行检测。

其形心的计算如下:

根据梯度信息求得两个互为对偶点的边缘点坐标为: $P(x, y)$ 和 $\bar{P}(\bar{x}, \bar{y})$ 。则形心坐标为:

$$x_0 = (x + \bar{x})/2, \quad y_0 = (y + \bar{y})/2 \quad (1.18)$$

使用两个一维累加数组分别进行统计, 由峰值确定形心坐标值。如果图像边缘上有点

的对偶点不止一个时，可以用上式计算出多个形心，然后由形心累加器数组中的峰值来正确检测出图像的形心。

还要对椭圆的长短轴半径进行确定，可以把椭圆看作是将半径为 a 的圆沿短轴向按压缩比系数 $\mu = b/a$ 压缩而得到的。由式 (1.16) 和式 (1.17) 有：

$$a = \{[(x - x_0)\cos\theta + (y - y_0)\sin\theta]^2 + [-(x - x_0)\sin\theta + (y - y_0)\cos\theta]^2 / \mu^2\}^{\frac{1}{2}} \quad (1.19)$$

用此式来检测椭圆边缘时，无需先验知识来确定参数 θ 、 μ 的取值范围，而统一由式 (1.20) 给出：

$$\theta \in [-\pi/2, \pi/2], \mu \in [\mu_{\min}, 1] \quad (1.20)$$

通常取 $\mu_{\min} = 0.3 \sim 0.5$ ，参数 θ 、 μ 的步长视检测精度而定，使用一个 3 维累加器数组 (a, θ, μ) 进行统计，由峰值确定参数 a, θ, μ 和 $b = \mu a$ 。

文献[21]也提出了一种方法可以加快检测的五点椭圆检测算法：

- ① 对原始图像利用 Sobel 算子提取边缘图像；
- ② 边缘连接得到较高质量的边缘图像；
- ③ 中值滤波去除孤立噪声点；
- ④ 利用方向匹配模板检测长度大于阈值的连续边缘曲线段，并统计曲线长度；
- ⑤ 按照曲线段的长度从大到小选择曲线段，等间隔采样五点，计算中心，长短轴半径，利用 HT 判断是否为椭圆，如是存椭圆的参数，并且去除对应的边缘图像中的点及其对应的曲线段。

重复以上步骤直到所有曲线段检测完毕。

1.5 抛物线 Hough 变换

1.5.1 概述

对抛物线的检测涉及到四个参数，分别是顶点 (x_0, y_0) 、方向 θ 和焦点参数 p 。对于更复杂的图形，将会有更多的参数来确定其在图像空间内的形状。对于一个维数高的形状就需要一个大的累加器数组，从而计算时间和存储器需求呈指数增长。

1.5.2 抛物线 Hough 变换参数方程

抛物线是所有到焦点的距离和到准线的距离相等的点的集合，一个最简单的抛物线的例子是其准线为 x 轴或者 y 轴，则另外的一个轴为其对称轴。在实际的图像中，曲线可以是任意方向的。如图 1.8 所示是任意方向的抛物线。

坐标系 $x' - y'$ 是以坐标系的原点为圆心对坐标系 $x - y$ 旋转角度 θ 而得到的。抛物线的顶点在坐

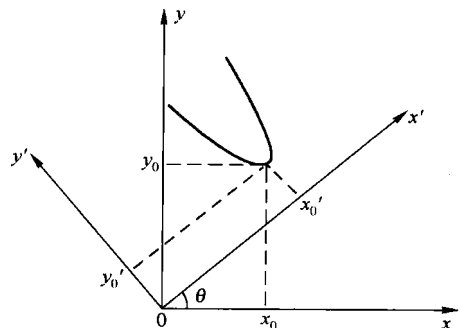


图 1.8 任意方向的抛物线

标系 $x'-y'$ 中是 (x'_0, y'_0) ，在坐标系 $x-y$ 中是 (x_0, y_0) ，在坐标系 $x'-y'$ 中抛物线方程为

$$(y' - y'_0) = \frac{1}{2p}(x' - x'_0)^2 \quad (1.21)$$

其中， p ——抛物线的焦点参数。

如果直接对上式进行 Hough 变换，对抛物线的检测涉及到四个参数，分别是顶点 (x_0, y_0) ，方向 θ 和焦点参数 p ，那么就需要一个四维的参数累积数组，计算量较大。我们可以参考以下算法^[22]。

1.5.3 抛物线检测的快速算法

逆时针旋转角度 θ 的标准二维几何变换矩阵为：

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

利用式 (1.22) 的变换关系替代式 (1.21) 中的 x', y', x'_0, y'_0 ，式 (1.21) 可以写为：

$$\begin{aligned} & (-x \sin \theta + y \cos \theta) - (-x_0 \sin \theta + y_0 \cos \theta) \\ &= \frac{1}{2p} [(x \cos \theta + y \sin \theta) - (x_0 \cos \theta + y_0 \sin \theta)]^2 \end{aligned} \quad (1.23)$$

式 (1.23) 的微分为

$$\begin{aligned} & -\sin \theta + \frac{dy}{dx} \cos \theta \\ &= \frac{1}{p} [(x \cos \theta + y \sin \theta) - (x_0 \cos \theta + y_0 \sin \theta)] \cdot \left[\cos \theta + \frac{dy}{dx} \sin \theta \right] \end{aligned} \quad (1.24)$$

把式 (1.24) 代入式 (1.23)，能够得出抛物线的顶点和方向的新关系，从而得出 y_0 和 x_0, θ 的关系如下：

$$y_0 = \frac{k(x \cos \theta + y \sin \theta) + (x \sin \theta - y \cos \theta)}{k \sin \theta - \cos \theta} - \frac{k \cos \theta + \sin \theta}{k \sin \theta - \cos \theta} x_0 \quad (1.25)$$

$$\text{其中 } k = \frac{-\sin \theta + \frac{dy}{dx} \cos \theta}{2 \left(\cos \theta + \frac{dy}{dx} \sin \theta \right)} \quad (1.26)$$

从这种关系可以看出对于任意方向的抛物线检测三维的累加器数组已经足够了。让参数 $\{x_0, y_0\}$ 取一系列离散整数值，计算相应的 θ 值，再用一个三维累加数组统计。参数 x_0, y_0 决定抛物线的顶点， θ 决定抛物线的方向，当这三个参数确定以后，代入式 (1.23)，即可确定 p 值的大小。

与普通的 HT 检测所需的四维的累加器比较可知，这种方法在检测抛物线时提高了处理的速度，降低了存储器的需求。该算法利用一般的抛物线参数把累加器数组从四维降到三维，如果已知抛物线的方向则累加器数组可以降到二维并且检测精确性将会更好。该算法也可以对不是十分严格的抛物线进行检测。如果抛物线的方向是沿着 x 或者 y 轴的方向或者抛物线的方向已知，则该算法具有好的精确性，对任意方向的抛物线检测的误差可能是由于对边缘