



东西方乐律学

研究及发展历程

李玫 著

中共音乐学院出版社



东西方乐律学

研究及发展历程

李政

著

中央音乐学院出版社

图书在版编目(CIP)数据

东西方乐律学研究及发展历程/李玫著. —北京：中央音乐学院出版社，2006.9

ISBN 978 - 7 - 81096 - 166 - 0

I . 东... II . 李... III . 律学—研究—世界 IV . J612

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 106894 号

东西方乐律学研究及发展历程

李 玫著

出版发行：中央音乐学院出版社

经 销：新华书店

开 本：787 × 1092 毫米 16 开 印张：17.75

印 刷：北京宏伟双华印刷有限公司

版 次：2007 年 4 月第 1 版 2007 年 4 月第 1 次印刷

印 数：1—2,000 册

书 号：ISBN 978 - 7 - 81096 - 166 - 0

定 价：32.00 元

中央音乐学院出版社 北京市西城区鲍家街 43 号 邮编：100031

发行部：(010) 66418248 66415711 (传真)

序言

赵宋光

在当代中国，以我的同辈们为例，音乐学家们有机遇跨进律学这一学科者，大多数仰仗杨荫浏先生和缪天瑞先生两位前辈的著述。惟独童忠良同志有幸于 20 世纪 50 至 60 年代在莱比锡音乐学院亲聆欧洲的教授讲授律学。自从 30 年代我国引进欧洲的音乐教育制度以来，直到 80 年代中期，在我国的各大音乐学院里都未曾开设律学课程。这究竟是律学学科的不幸，还是音乐教育的不幸？也许是这两种不幸相加导致的几代音乐家的不幸。

今天，我们把律学这一学科置于人类文明史的大视野和长历程中来重新观照，才得以从它稀疏而断续的足迹里感受到它存在的必然和生机的顽强。中华文化圈、印度文化圈和环地中海文化圈，曾是人类认知音律规律性的三个文明源头，各不相谋同时萌生在先，在不同成长阶段互相交汇在后。曾侯乙墓向我们透露了先秦的繁荣，人们已经熟知。从东汉到隋唐几百年间，由于龟兹音乐文化的存在，中华和印度这两种律学传统得以会面汇合。印度和环地中海两种律学传统的会面，则得机缘于茨冈（吉卜赛）民系在西亚、南欧、北非的流浪。环地中海文化圈对于律学的开发，曾出现了多个分支。公元前的繁花初放出现在希腊。中世纪的承续演变出现在波斯、阿拉伯。文艺复兴时期的复苏猛绽出现在意大利。在希腊罗马文化向北传播的同时，阿拉伯文化在北非大片土地深深扎根。被尊为“近现代和声之父”的 Zarlino，就诞生于环地中海文化圈，这是当代欧洲的任何一个音乐家都不应该忘记的；而 Zarlino 之所以能树起这块历史丰碑，就由于他懂得从律学数理来审视音律的和谐，这又是世世代代的各国音乐家都该知道的。在欧洲近代音乐文化的人才辈出和名作连珠，我们能摸到 Zarlino 所昭示的和谐数理经历逻辑推演的脉搏。而 20 世纪欧洲音乐的持续危机，正是由于在文化领地的大面积范围丢失了这一文化信息。

往往被忽略的历史事实是，在沿着 Zarlino 设定的“六数列”轨道不断延伸的几百年间，音乐实践逐渐对“六数列”有所超越，涉及了质因数 7、17、19。同样被忽略的是，其他文化圈的音乐实践有另一些数理开拓，有的涉及质因数 3 的高次幂，有的涉及质因数 11、13。正是这些数理开拓使这些音乐文化呈现出迥然不同于大小调的特色。

律学学科在近代衰微，有文化生态和教育生态的外因境遇，也有自身概念结构疾患的内因根由。这两者，在几十年的学术思虑中一直煎熬着我。这煎熬也从我传到学生，李玫从硕士论文到博士论文的节节提升，或许也该归功于这煎熬。有转机吗？当我们能够——如这部书稿所启迪——从人类文明史的大视野和长历程重新考察律学学科的命运，重新感受其顽强生机之时，就不难从剧烈的危急感中解脱出来了。这个大视野的长历程，缪天瑞

先生曾在半世纪之久《律学》一书再三修订的过程中，向我们层层展示。今天，李玫利用信息时代的传媒，利用国际文化交流的崭新渠道，获取了许多前所未知的史料，进一步拓宽视野。这是我几十年来做不到的。这令我在通读这部书稿时由衷涌起阵阵感激之情。

诊治律学学科的概念结构疾患，看来还将费些时日。但今天我们已不必为它衰微厄运的前景如何担忧。在人类文明史上，它曾以不可抗拒的规律性多源萌生存活，还将以不可磨灭的勃勃生机发育壮大，而且还将以自己抽枝放苞的强劲生命力注入未来的人类音乐文化，煞住百年颓势。

哪个文化群体率先听到这一历史呼唤而自觉肩负这项历史重任，哪个文化群体就将有能力在 21 世纪引领人类音乐文化走出那“法老称霸的疆土”。

从更广阔的方面看，人类文明史上的许多音乐文化现象，都是在特定的历史条件下产生的，是特定历史条件下的产物。因此，要研究音乐文化，就必须从历史的角度出发，才能真正揭示其内在的规律性和本质特征。

辛小山先生著《乐学新探》，对我国古代音乐史进行了深入的研究，提出了许多独到的见解。他指出，中国音乐史上的“五音”说，是古代音乐理论的一个重要组成部分。所谓“五音”，即宫、商、角、徵、羽。宫，是音乐的主音，相当于现代音乐中的“C大调”。商，是宫的上方五度音，相当于现代音乐中的“G大调”。角，是宫的下方四度音，相当于现代音乐中的“F大调”。徵，是宫的上方二度音，相当于现代音乐中的“D大调”。羽，是宫的上方七度音，相当于现代音乐中的“A大调”。这五音的组合，就是“五声”。五声的产生，与古代社会生产力的发展水平密切相关。在原始社会，人们主要以狩猎为生，狩猎工具主要是弓箭和石器，狩猎对象主要是野兽。人们在狩猎过程中，逐渐学会了用弓箭射杀野兽，用石器砍伐树木。这些活动，使人们在劳动中逐渐形成了对自然界的初步认识，从而产生了最初的音乐观念。最初，人们只是通过模仿鸟鸣、兽叫等自然界的音响，来表达自己的情感。后来，随着生产工具的改进，人们开始学会制作简单的乐器，如鼓、锣、钹等，从而进一步丰富了音乐的表现形式。到了奴隶社会时期，随着阶级压迫的加剧，人们开始形成一定的社会分工，出现了专门从事音乐活动的职业者，如乐师、乐工等。他们不仅能够创作出各种各样的乐曲，而且还能根据不同的场合和需要，灵活地运用各种乐器进行表演。这样，音乐便逐渐成为一种重要的社会交际手段，进而发展成为一门独立的艺术门类。

在古代社会，音乐的主要功能是服务于政治、军事和社会礼仪。因此，音乐家们往往被看作是帝王的耳目，是国家的喉舌。他们必须具备较高的政治敏锐性和艺术修养，才能胜任这一重要职责。同时，由于音乐与政治、军事和社会礼仪密切相关，因此，音乐家们往往也受到统治者的高度重视。例如，在春秋战国时期，音乐家们常常被封为卿大夫，甚至有的还被授予爵位。这说明，音乐在当时的社会生活中占有非常重要的地位。当然，这也与当时的生产力水平有关。在生产力水平较低的情况下，人们只能通过音乐来表达自己的情感，而无法通过其他方式。因此，音乐便成为人们生活中不可或缺的一部分。可以说，音乐是古代社会的一根红线，贯穿于整个社会生活的各个方面。

序 论

一、学科定义

什么是律学？用数理方法来探讨音程关系以及音高、音准的规定性，这就是有关音律的学问。

提起律学，人们的第一反应会说，太抽象了，太难了。可实际上，只要我们进行音乐活动，我们就已经在跟音律相互关系的规律打交道了。比如，制造乐器，就要调整乐器的音高；演奏乐器，首先要校音；而要合唱，就要有一个共同的音高标准；不同乐器的合奏，更需要多考虑各个乐器与整个乐队的和谐关系；我们唱出的若干乐音，互相之间总是有着一定的波长比关系，关系越简单，声音就越协和，反之，就不协和。律学研究能够解释音程之间和谐的本质，音乐进行中不协和到协和或反之，张力的消长是怎样的。这内在的比例关系，我们平时虽然感觉到，却并不理解，但一旦想要知道究竟，关于音律的思考就成为一门学问。我们的一举一动，都受物体运动规则的约束，如果没有地心引力的作用，我们可能就要飞出地球；如果没有足够的摩擦阻力，我们可能就会走路如滑行。我们并没有在意那些引力的数据或摩擦力的数据，可一旦我们想知道为什么我们不会飘到星外去，就必须了解物理学的基本道理。同样，**律学就是研究音律制度构成与应用的科学**。当我们需要了解音程之间的相互关系，以便使音乐表演更完善、音乐创作有更深层理论的支持，就必须了解律学的基本道理。

在很长一段时间里，多数人认为：我不懂律学照样可以拉琴、唱歌、作曲或评论音乐。如果有人问，音程关系的自然本性是什么？我也可以回答：能听辨不同的音程，说明我已经把握了音程的本性。当然，在自然状态下，音程关系的自然本性是可以凭听觉感性直接去把握的，所以在实践领域中没有理性认识，不懂律学也不妨碍你音乐艺术活动的正常进行。但在音乐学这一理论领域中，律学却是不可或缺的重要基础。

认为不懂律学不妨碍音乐行为，这样的想法只会使自己的音乐行为始终停留在一个自在阶段，而难以上升到自为境界。音乐学研究若缺乏律学知识与律学方法的支持，就难免入误区而不自知。如果你认为律学是门过了时的学问，那也大错特错了。律学是为许多音乐学学科服务的科学工具。基础乐理需要它，关于音程、和弦、调式的讲解需要它；旋律学研究需要它；和声学研究需要它；世界民族音乐研究也需要它。总之，它是整个音乐学学科的基础，有了正确、扎实的律学功底，你的学术能力会得到大大扩展。

律学的研究需要数学方法，而学习音乐者又多数对于数学比较陌生，所以感觉很难。

在律学的表述和探讨中，现有的方法也不够理想，还有待改进。所以说，方法的缺点也使初学者很难入门。要解决这个问题，需要从两方面着手：首先，在当今社会科学、自然科学大交融的时代，研究音乐学的人也需要掌握基本的数学方法，另一方面，律学研究者要改进固有的方法，以达到深入浅出的境界。笔者将尽量在下边的文字中用较轻松的笔调，帮您进入律学走廊，了解这门学科的发生、发展及一些有趣味的知识。

二、研究对象、范围

说起律学研究的对象，其实就是音乐所用音律之间的音程关系。音乐中所有有关音高的方面都涉及音程关系，对音程关系进行研究就涉及律学。反过来，就是说律学必须对音乐所用的音律从音程关系的视角进行研究。

音乐所用的音绝大多数是有确定高度的，以某些特定音程为依据，用数学方法规定一系列乐音高度的体系就是律制（tuning system）。这个体系中每个单位称为“律”，音阶是按照音程关系的一定规格从律制中选出若干律而构成的音列，其中每个单位称为“音”，“音”与“律”合称“音律”时，除指律制外，还指在高度上做精确规定的所有乐音。^①

我们学习音乐、研究音乐的人总是免不了和音程打交道。一开始，基础乐理讲音程；研究地方民间音乐风格时，也要讲音程；从审美角度分析一个音乐作品时，甚至会细致到因为一个什么样的音程引起我们怎样的审美联想等等。作曲技术理论的和声、对位、配器、织体等等，也都是在讲音程组织的规则……当我们讨论旋律音程的结构与音准；调式与和声理论中的和谐原理；多声部纵向结合时的各种音程关系；转调理论；乐器制造以及调律中音准与音位的确定；重唱、重奏及合唱合奏中的音准调节……所有这些音乐过程都涉及到音程的研究。

但由于乐理知识通俗讲法中的缺陷，由于工业文明的产物——十二平均律被认做世界通行的金科玉律，对于它本质上反自然规范的特点不了解，由此引起的误会，已经误导了一批批学生和学者的思维。事实上，音乐艺术所使用的音程关系的自然数理依据是基于简单的整数比关系，人为的十二平均律制则以开方所获得的无理数为依据；自从十二平均律通行以来，其价值在于能够灵活地模拟和仿制各种自然音程，但从未取代自然音程在人类审美听觉中的意义。就各种音程的自然数理依据而言，它们的结构并不是封闭僵死的，而是随着人类艺术实践的历史进步而不断开拓的，生律法品种逐步增多，生律法推衍的幅度逐渐延伸，音乐实践所用的音系不断成长成熟，其中的规律性正有待于律学这门学科用数理方法加以揭示。十二平均律在音乐实践中的存在，并不勾销这些研究任务，而只是提供了一个简便的参照系。

^① 参见赵宋光、韩宝强撰写的《中国大百科全书·音乐舞蹈卷》律学条目，第407页。

中国音乐史学研究与教学

目 录

序 言	赵宋光 (1)
序 论	(3)
一、学科定义	(3)
二、研究对象、范围	(4)

上 编 研究方法

第一章 理论律学的方法	(3)
第一节 理论律学的基本概念	(3)
一、音程系数 (Intervallic coefficient)	(3)
二、音程值 (Intervallic value)	(6)
三、相对波长 (Relative wavelength) 与相对音高 (Relative pitch height)	(12)
四、跃迁算子 (Transition operator) 与跃程值 (Transitional intervallic value)	(14)
第二节 与音律相关的长度认识所经历的正反合历程	(15)
一、长度比值 (Length rate) 古代各种文化用长度表述音律.....	(16)
二、频率比值 (Frequency rate) 近现代律学研究方法的变化	(17)
三、周期比值 (Cyc. of vibration rate) 现代物理学为律学思维带来质的飞跃.....	(17)
第三节 真数与对数两个领域里的沟通对应	(19)
一、用不同文化圈所用的音程值单位来表述从相对波长到相对音高的推算过程	(20)
二、运算实例分析	(21)

第二章 生律法的自然依据	(22)
第一节 谐音列 (Harmonic tone series) 所含的自然音程.....	(22)
一、谐音列的意义	(22)
二、谐音号数与各音的比例当数一致	(23)
三、真数换算成对数的基本数据表	(23)
第二节 各种律制概述	(25)
一、五度相生律 (System of tuning in perfect fifths 或 Pythagorean intonation)	(25)
二、纯律 (Just intonation) ——三、六度生律法	(28)
三、平均律 (Equal temperament)	(32)
四、其他各种生律法	(34)

下 编 律学研究历史的发展与回顾

第一章 中国最早的律学实践与记载	(41)
第一节 《管子·地员篇》——三分损益法的最早记录	(41)
第二节 曾侯乙编钟铭文	(42)
一、编钟铭文记录了早期弦律的应用实践	(43)
二、铭文内容的律学表达	(44)
第三节 《吕氏春秋·季夏纪·音律篇》——十二律相生而出的最早记录	(49)
第二章 中国律学理论的纵深发展	(52)
第一节 《淮南子》律数——自然数的开拓	(52)
一、初立黄钟大数	(52)
二、寻找等差数列	(53)
三、淮南律数内涵的乐律学能量	(54)
四、淮南律数的历史意义与思想价值	(57)
第二节 《史记·生钟分》——智慧的表述体系	(57)
第三节 京房六十律的理论价值及其他	(59)
一、京房六十律的内容与方法	(60)
二、京房的数据及严密的逻辑	(63)
三、钱乐之三百六十律	(67)
第四节 应用律学的杰出成果——荀勖笛律	(68)
一、荀勖管口校正数的计算方法	(70)
二、荀勖十二笛及开孔数据	(70)
三、荀勖笛律留下的难题	(73)
第五节 何承天新律及其他	(76)
一、何承天化繁为简的新律	(76)
二、刘焯律	(79)
第六节 王朴新律及其他	(80)
一、对三分损益法巧妙变革的王朴新律	(80)
二、蔡元定十八律	(82)
第七节 琴律学	(84)
一、琴上十三徽的律学内涵	(84)
二、文献中记载的定弦法	(88)
三、暗徽的设置	(100)
四、具有多维生律因素的琴律	(102)

(8) 第八节 中国对十二平均律的研究	(116)
(801) 一、朱载堉——最早创立十二平均律	(116)
(802) 二、朱载堉的计算方法	(117)
第三章 印度人奇妙的律学理论	(120)
第一节 古老的“22 斯鲁蒂”理论	(120)
一、记录在印度古籍《乐舞论》中的两种音阶	(121)
二、记录在印度古籍《乐海》中的“格音阶”	(123)
三、三种音阶的主要差异	(125)
第二节 16 世纪以后律学研究的学理化发展	(128)
一、拉玛马特亚最早用实践的方法逼近数理表达	(128)
二、阿霍帕拉·彭迪达的掐段率	(129)
三、帕特肯代所创立的拉格分类法之得与失	(133)
第四章 阿拉伯一波斯人的律学成就	(135)
第一节 量音理论 (Theory of measurement)	(135)
一、三分三倍相生最初的九律	(136)
二、法拉比《音乐全书》中记录的乌德琴定弦法	(136)
三、中指品位的改造	(138)
四、特殊音程的历史价值	(139)
第二节 乌德品位记录下的律学成就	(141)
一、阿尔·法拉比的 10 个乌德品位	(141)
二、四弦十品乌德琴音位图	(142)
三、含中立音的四音列与调式	(143)
第三节 萨菲丁的不平均十七律及 12 种调式	(145)
一、萨菲丁的不平均十七律	(146)
二、萨菲丁乌德音位图展示出的四音列构成	(146)
三、12 种调式	(149)
四、对阿拉伯民族调式及音律特征的最终理想化保护	(154)
五、17 种“金斯”的音律结构	(155)
第五章 欧洲乐律学发展历程	(159)
第一节 古希腊的“数理派”、“和谐派”及四音列	(159)
一、自然四音列 (Diatonic tetrachord)	(160)
二、变化四音列 (色彩性 Chromatic tetrachord)	(167)
三、四分音四音列 (Enharmonic tetrachord)	(167)

四、阿希达斯方案	(168)
第二节 欧洲人的纯律探索及中庸全音调律法	(169)
一、拉莫斯的纯律理论	(170)
二、扎里诺的纯律理论	(173)
三、纯律在音乐实践中的问题	(179)
四、中庸全音律 (Mean-tone temperament) 的探索	(181)
五、巴赫的调节律——Well temperament	(184)
第三节 十二平均律的探索	(185)
一、思想方法的变迁	(186)
二、西蒙·斯台文对十二平均律的研究	(188)
三、梅尔桑的十二平均律	(190)
第六章 在物理学、数学新概念激励下的律学研究	(193)
第一节 对数的发现和小微音差的表达	(193)
一、对数的发明并被用于音乐领域	(193)
二、小微音差的发现	(194)
第二节 谐音列与共泛音结合	(194)
一、迷人的沉音列概念	(195)
二、小三和弦的共泛音结合样式	(196)
三、沉音列是否存在	(197)
四、和声二元论的发展历程	(198)
第三节 各种多律位的平均律	(200)
一、不同的五十三平均律或趋匀律	(200)
二、二十四平均律或趋匀律	(201)
第七章 中国近现代乐律学研究状况	(202)
第一节 20世纪上半叶的律学研究	(202)
一、在律学研究中引进欧洲的声学、数学方法	(202)
二、对东西方律制进行比较研究	(203)
第二节 20世纪下半叶的乐律学研究	(204)
一、琴律研究	(204)
二、对曾侯乙编钟铭文的律学内涵之研究	(205)
三、琴律研究方法体系化	(205)
四、有关笛律的研究	(209)
五、有关中立音的研究	(210)
最后的话：学科发展的未来走向	(215)

附录

附录一 对钱乐之三百六十律的清理及补正	(217)
附录二 术语及叙辞表 (Glossary)	(243)
附录三 音分/频率对照表	(254)
附录四 参考资料 (Bibliographys)	(259)
附录五 保护无形文化遗产还需建立文化结构形态的系统化研究	(265)
后记	(270)

上 编

研究方法

第一章 理论律学的方法

律学属于声学 (Acoustics)、数学 (Mathematics) 和音乐学 (Musicology) 的交缘学科。音乐所用的音绝大多数是有确定高度 (fixable pitch) 的，这些声音的物理属性和律制的数理规定性，都决定了对它们的研究必须通过物理学和数学的方法。在这基础上，律学研究还必须结合世界各民族音乐中实际运用的音阶、调式，研究各种律制在应用中的实际情况。

第一节 理论律学的基本概念

一、音程系数 (Intervallic coefficient)

1. 音程系数的定义

系数是指测量某种性质或特征的数以及一般在计算中使用的因子，音程系数当然就是指能表达音程性质的数。理论律学的一个重要任务就是要计量各种音程的大小。

一定的音程对应于两个长度之间的一定的比值。例如，纯八度对应于比值 2 (两长度之比为 $2:1$)，纯五度对应于比值 $\frac{3}{2}$ (两长度之比为 $3:2$)。比值可以写成分数，当比值写成假分数时，称之为“音程系数” (intervallic coefficient)^①；写成真分数，则称为“音程系数的倒数”。音程系数是指任何音程关系的两音之振动周期比的比值。它的大小能显示音程距离的大小。例如：

纯八度 > 纯五度 > 纯四度

$$2 > \frac{3}{2} > \frac{4}{3}$$

由于振动周期可以确定不移地体现音高物理本质，采用振动周期 (即时间中的绝对波长) 作为表达数据，音程系数的关系式就可以表达为：

某两音之间音程关系的音程系数 = $\frac{\text{较低音律的振动周期}}{\text{较高音律的振动周期}}$

以当代标准音 a^1 为例，振动周期为 $\frac{1}{440}$ 秒，比它高纯五度的音 (略高于 e^2)，振动周期是 $\frac{1}{660}$ 秒。这是无条件的。

^① 赵宋光：《理论律学的基本方法》，原载《音乐艺术》1984年第3期，现收入《赵宋光文集》第二卷，广州花城出版社2001年第1版，第300—314：302页。

$$a^1 \text{ 与上方纯五度音之间音程关系的音程系数} = \frac{\frac{1}{440} \text{ 秒}}{\frac{1}{660} \text{ 秒}} = \frac{3}{2}$$

如果采用的数据为振动频率，关系式为：

$$\text{某两音之间音程关系的音程系数} = \frac{\text{较大的振动频率数值}}{\text{较小的振动频率数值}}$$

仍以当代标准音 a^1 为例，每秒振动次数为 440 次，比它高纯五度的音，每秒振动次数为 660 次，这是无条件的。

$$a^1 \text{ 与上方纯五度音之间音程系数} = \frac{660}{440} = \frac{3}{2}$$

这就是人们通常所说的“频率比”，但需要强调的是，这个分数数值，不仅仅表示两个振动频率数的“比”（ratio），而且给定了“比值”（rate）。所以应该称为“频率比值”。从现象上看，“频率比值”的形式与“音程系数”的形式是一样的，读者会有疑问：为什么不用已有的术语，而一定要用一个新的语词“音程系数”呢？因为“频率比值”只说出了计算途径，没说出计算的目的和数值的功用。我们计算的目的是求得一个对应于特定音程、能够标志这个音程相对大小的数值，这数值还能揭示每个音程的特定本质。所以说，只有“音程系数”可以表达这个概念。

真分数和假分数两种比值形式都有资格表示某个音程的物理意义，但要显示音程的大小时，真分数就不如假分数方便。因为，两音音波长度差异越大，音程也就越大，而真分数则正好相反，分子、分母差数越大，这分数的数值就越小，比如，纯八度这个音程用真分数数值来表示是 $\frac{1}{2} = 0.5$ ，而纯五度这个音程用真分数数值来表示是 $\frac{2}{3} = 0.6666$ ，这与音程越大的事实是相反的；假分数分子、分母差越大，这分数数值越大，与音程越大的事实是顺对应的。所以，对“音程系数”的规定是：让较大的当前项，比值 > 1 ，而比值 < 1 的则称为“音程系数的倒数”。所以音程系数可以理解为“用假分数形式表述的周期比值”。

2. 音程系数与谐音列的对应关系

问：我想写出常见音程的音程系数，有简便的方法吗？

答：有，利用谐音号数。

在基本乐理里我们都学过“泛音列”。现在把这称呼给予科学化、规范化。我们把基音和各泛音合在一起，统称“谐音”，基音与各泛音形成的音列就称为“谐音列”。再给这音列的各音统一编号：基音编为 1 号，第一泛音编为 2 号，第二泛音编为 3 号，……。这些号数就能用来写出音程系数。

$$\text{某两谐音相距音程的音程系数} = \frac{\text{较大谐音号数}}{\text{较小谐音号数}}$$

例如：

1 号谐音与 2 号谐音相距纯八度，

$$\text{纯八度的音程系数} = \frac{2}{1} = 2$$

2号谐音与3号谐音相距纯五度，

$$\text{纯五度的音程系数} = \frac{3}{2}$$

3号谐音与4号谐音相距纯四度，

$$\text{纯四度的音程系数} = \frac{4}{3}$$

依此类推，不难写出其余4个常见音程的音程系数。列表如下：

表 1

音程名称	音程系数	音程名称	音程系数
纯八度	2		
纯五度	$\frac{3}{2}$	纯四度	$\frac{4}{3}$
纯律大三度	$\frac{5}{4}$	纯律小六度	$\frac{8}{5}$
纯律小三度	$\frac{6}{5}$	纯律大六度	$\frac{5}{3}$

观察这些数据，我们不难发现音程系数互相推算的方法。

当音程相加时，音程系数要相乘。

当音程相减时，音程系数要相除
(被减者的系数当被除数)。

例如：

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{纯五度} + \text{纯四度} = \text{纯八度} \\ \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} = 2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{纯五度} - \text{纯律大三度} = \text{纯律小三度} \\ \frac{3}{2} \div \frac{5}{4} = \frac{6}{5} \end{array} \right.$$

由此不难发现音程转位时系数演变的规律。请观察：

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{纯八度} - \text{纯律大三度} = \text{纯律小六度} \\ 2 \div \frac{5}{4} = \frac{8}{5} \end{array} \right.$$

可发现的规律是：

音程转位时——
系数颠倒乘2。

用这些方法，我们就能由已知的音程系数推算出未知的音程系数。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{纯五度} - \text{纯四度} = \text{大全音} \\ \frac{3}{2} \div \frac{4}{3} = \frac{9}{8} \end{array} \right.$$

大全音转位，是较小的小七度

$$\frac{9}{8} \text{ 颠倒乘2: } \frac{8}{9} \times 2 = \frac{16}{9}$$