配合《普通高中数学课程标准（实验）》

2009 高考数学复习指导

GAOKAO SHUXUE FUXI ZHIDAO

主编 杨俊瑜 况国平

文科

下册

广东省出版集团
新世纪出版社

配合《普通高中数学课程标准(实验)》

2009

高考数学复习指导

文科·下册

主编　杨俊瑜　况国平

·广州·

广东省出版集团

新世纪出版社

高考数学复习指导

GAOKAO SHUXUE
FUXI ZHIDAO

图书在版编目（CIP）数据

2009高考数学复习指导．文科（上、下册）/杨俊瑜，况国平主编．广州：新世纪出版社，2008.5

ISBN 978-7-5405-3693-0

Ⅰ．2… Ⅱ．①杨… ②况… Ⅲ．数学课—高中—升学参考资料 Ⅳ．G634.603

中国版本图书馆CIP数据核字（2008）第060994号

出 版 人：陈锐军
责任编辑：李彩莲 高可时
封面设计：高豪勇
责任技编：陈静娴

2009 **高考数学复习指导·文科**（上、下册）

主编 杨俊瑜 况国平

*

新世纪出版社出版发行
（地址：广州市大沙头四马路10号）
广东科普印刷厂印刷
（厂址：广州市白云区三元里大道棠新西街69号）
890毫米×1240毫米 16开本 16.25印张 325千字
2008年5月第1版 2008年5月第1次印刷
ISBN 978-7-5405-3693-0
（上、下册）定价：31.50元

ISBN 978-7-5405-3693-0

9 787540 536930 >

主　编　杨俊瑜　况国平

编　者　赵银仓　孟胜奇　王振肃　黄云秀

苏传忠　何作龙　龚建兵　王树玲

于　涛　张小勇　张智姬　宋鹏辉

温冬生　赵金国　解兴武　邹仁高

吕小华　岳永巍　况国平

说　　明

本书依据《普通高中数学课程标准(实验)》和2008年高考《考试大纲》及说明，分课时编写，力求做到面向全体学生，注重不同层次学校的教学要求和不同层次学生的学习要求，分层次组织每课时的内容，使不同层次的学生都能通过本书的学习体会成功的喜悦.

本书分文科(上、下册)和理科(上、下册)，其中文科共17章、17份课标与考纲要求、95个课时、15份单元测试题；理科共19章、19份课标与考纲要求、113个课时、16份单元测试题. 本书覆盖了必修系列、必选修系列和任意选修系列高考要求的全部内容. 每章开头配有课标与考纲要求，把课程标准与考试大纲对该章的教学与考试要求进行了系统的归纳；每个课时含考纲要求、基础知识、基本训练、例题精讲、反馈训练、拓展提高、方法总结等七个部分，考纲要求是2008年高考中该节内容的最新要求；基础知识是该节重要知识点的系统归纳；例题和练习的内容则是针对不同层次学生的实际，分层次编写，期望让学生在掌握该节基本知识、基本技能的基础上，逐步掌握该节涉及的数学思想方法和解题方法，品味解题过程，进而形成自我完善和提高的能力；拓展提高部分是为学有余力的学生设计的，是这部分学生进一步提高、探究的平台；方法总结是对该节知识和内容的梳理，通过小结形成方法的归纳和思维的开发、拓展、发散、创新、提高. 本书强调基础，突出高考的重点、热点及能力要求，配有全部例题和练习题的答案及部分题的解答过程，供教师参考.

在使用本书时，首先要发挥教师的主导性，在教学过程中教师应站在学生的思维起点上展示其思维过程，在培养学生思维的过程中给学生留有足够的时间和空间，给学生的思维发展提供平台，同时还要结合学生的实际，决定教学内容的取舍，让不同层次的学生在每一节课都有可以学懂的内容，从而保持旺盛的学习兴趣和强烈的求知欲. 其次要充分发挥学生的学习主动性，本书的例题和练习题具有一定的基础性、综合性、覆盖性和创新性，充分考虑了高考的“热点”，并留有空白供学生书写解题过程，以帮助学生有效达到课标和考纲的要求.

本书的编写人员由对考试大纲和课程标准有着深入探讨和研究的经验丰富的教学一线的教师、高考研究人员组成，在编写过程中我们认真研讨、不断完善，力求通过我们的努力使本书成为复习迎考的精品. 但由于水平有限，或偶有疏忽，本书难免存在一些不足之处，恳切地期望读者的批评和建议，以便再版时修订.

编者

2008年5月

目　录

第七章　立体几何

几何学是研究现实世界中物体的形状、大小与位置关系的数学学科. 在立体几何初步部分，从对空间几何体的整体观察入手，认识空间图形；以长方体为载体，直观认识和理解空间点、线、面的位置关系；能用数学语言表述有关平行、垂直的性质与判定，并对某些结论进行论证. 了解一些简单几何体的表面积与体积的计算方法.

课程标准与考试大纲对本章的要求

1. 空间几何体

(1)利用实物模型，认识柱、锥、台、球及其简单组合体的结构特征.

(2)能画出和识别简单空间图形的三视图，会用斜二测法画出它们的直观图.

(3)通过观察用两种方法(平行投影与中心投影)画出视图与直观图，了解空间图形的不同表示形式.

(4)了解球、棱柱、棱锥、台的表面积和体积的计算公式.

2. 点、线、面之间的位置关系

(1)借助模型抽象出空间线、面位置关系的定义，了解作为推理依据的有关公理和定理.

(2)认识和理解空间中线面平行、垂直的有关性质与判定.

(3)能运用已获得的结论证明一些空间位置关系的简单命题.

7.1　空间几何体的结构特征

考纲要求

认识柱、锥、台、球及其简单组合体的结构特征，并能运用这些特征描述现实生活中简单物体的结构.

基础知识

1. 棱柱：有两个面互相平行，其余各面都是四边形，并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行，由这些面所围成的几何体叫做棱柱.

2. 棱锥：有一个面是多边形，其余各面是有一个公共顶点的三角形，由这些面所围成的几何体叫棱锥.

3. 棱台：用平行于棱锥底面的平面去截棱锥，底面与截面之间的部分，叫做棱台.

4. 圆柱：以矩形的一边所在直线为旋转轴，其余三边旋转形成的面所围成的旋转体叫做圆柱.

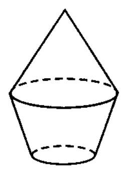
5. 圆锥：以直角三角形的一条直角边为旋转轴，其余两边旋转形成的曲面所围成的旋转体叫做圆锥.

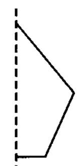
6. 圆台：用平行于圆锥底面的平面去截圆锥，底面与截面之间的部分，叫做圆台.

7. 球：以半圆的直径所在直线为旋转轴，将半圆旋转一周形成的几何体叫做球体，简称球.

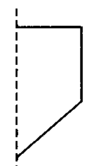
基本训练

1. 图示最左边的几何体是由右侧哪个平面图形旋转得到的(　　)

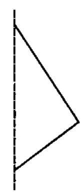




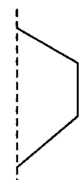
A.



B.

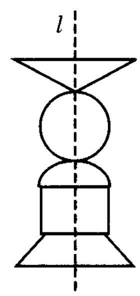


C.



D.

2. 如右图所示，是由等腰梯形、矩形、半圆、圆、倒三角形对接形成的轴对称平面图形，若将它绕轴 l 旋转 180°后形成一个组合体，下面说法不正确的是(　　)



A. 该组合体可以分割成圆台、圆柱、圆锥和两个球体

B. 该组合体仍然关于轴 l 对称

C. 该组合体中的圆锥和球只有一个公共点

D. 该组合体中的球和半球只有一个公共点

3. 用任意一个平面去截一个几何体，各个截面都是圆，则这个几何体一定是(　　)

A. 圆柱　B. 圆锥　C. 球体　D. 圆台

4. 关于空间几何体的结构特征，下列说法不正确的是(　　)

A. 棱柱的侧棱长都相等

B. 棱锥的侧棱长都相等

C. 棱台的上下底面是相似多边形

D. 棱台的侧棱长有的相等，有的不相等

5. 一个三棱锥，如果它的底面是直角三角形，那么它的三个侧面(　　)

A. 至多只能有一个是直角三角形

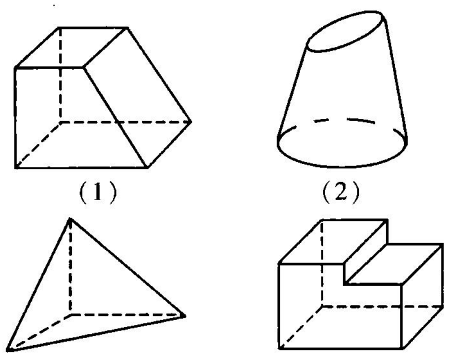
B. 至多只能有两个是直角三角形

C. 可能都是直角三角形

D. 必然都是非直角三角形

例题精讲

例 1 观察下列四个几何体，其中判断正确的是(　　)



(1)　(2)　(3)　(4)

A. (1)是棱台　　B. (2)是圆台

C. (3)是棱锥　　D. (4)不是棱柱

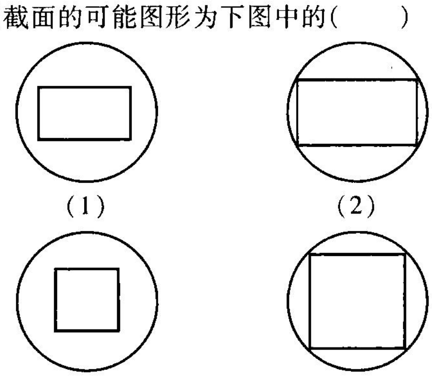
例 2 画一个三棱台，再把它分成

(1)一个三棱柱和另一个多面体；

(2)三个棱锥.

并用字母表示分割出的三棱柱和三棱锥.

例 3 一个正方体内接于一个球，过球心作一截面，则截面的可能图形为下图中的(　　)



(1)　(2)　(3)　(4)

A. (1)(3)　　B. (2)(4)

C. (1)(2)(3)　　D. (2)(3)(4)

例 4 边长为 5cm 的正方形 $EFGH$ 是圆柱的轴截面，则从 E 点沿圆柱的侧面到相对顶点 G 的最短距离是(　　)

A. 10cm　　B. $5\sqrt{2}$cm

C. $5\sqrt{\pi^2+1}$cm　　D. $\frac{5}{2}\sqrt{\pi^2+4}$cm

反馈训练

1. 有下列命题

①在圆柱的上、下底面的圆周上各取一点，则这两点的连线是圆柱的母线；

②圆锥顶点与底面圆周上任意一点的连线是圆锥的母线；

③在圆台上、下底面圆周上各取一点，则这两点的连线是圆台的母线；

④圆柱的任意两条母线所在的直线是互相平行的.

其中正确的是(　　)

A. ①②　B. ②③　C. ①③　D. ②④

2. 下列命题中，正确的是(　　)

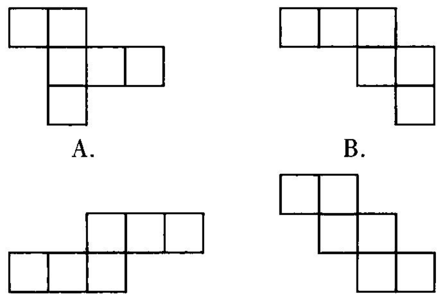
A. 有两个面互相平行，其余各面都是四边形的几何体叫棱柱

B. 棱柱中互相平行的两个面叫做棱柱的底面

C. 棱柱的侧面是平行四边形，而底面不是平行四边形

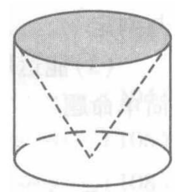
D. 棱柱的侧棱都相等，侧面是平行四边形

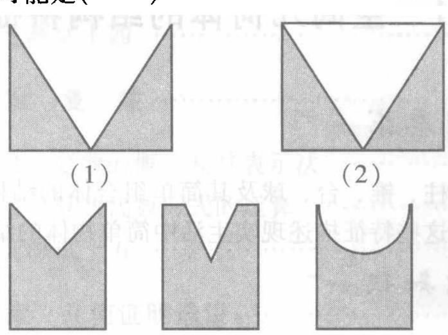
3. 如下图，非正方形表面展开图的是(　　)



A.　B.　C.　D.

4. 图示最右边的几何体由一个圆柱挖去一个以圆柱的上底面为底面，下底面圆心为顶点的圆锥而得. 现用一个竖直的平面去截这个几何体，则所截得的图形可能是(　　)





(1)　(2)　(3)　(4)　(5)

A. (1)(2)　　B. (1)(3)

C. (1)(4)　　D. (1)(5)

5. (06 江西)如果四棱锥的四条侧棱都相等，就称它为“等腰四棱锥”，四条侧棱称为它的腰，以下 4 个命题中，假命题是(　　)

A. 等腰四棱锥的腰与底面所成的角都相等

B. 等腰四棱锥的侧面与底面所成的二面角都

相等或互补

C. 等腰四棱锥的底面四边形必存在外接圆

D. 等腰四棱锥的各顶点必在同一球面上

6. 一个长方体共一顶点的三个面的面积分别是 $\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，$\sqrt{6}$，这个长方形的对角线的长是(　　)

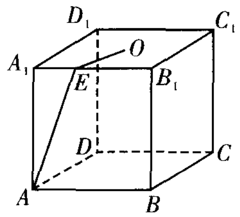
A. $2\sqrt{3}$　　B. $3\sqrt{2}$　　C. 6　　D. $\sqrt{6}$

7. 用平行于圆锥底面的平面截圆锥，所得截面面积与底面面积的比是 1∶3，这截面把圆锥母线分为两段的比是(　　)

A. 1∶3　　B. 1∶$(\sqrt{3}-1)$

C. 1∶9　　D. 1∶2

8. 已知边长为 a 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，O 为上底面 $A_1B_1C_1D_1$ 的中心，E 为棱 A_1B_1 上的一点且 $AE+EO$ 的长为最小，则最小值是________.



拓展提高

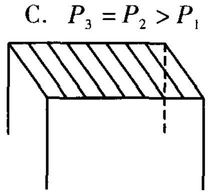
9. 用一个平面去截正方体，截面多边形的边数不可能为(　　)

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

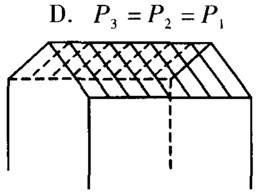
10. 一间民房的屋顶有三种不同的盖法：①单向倾斜；②双向倾斜；③四向倾斜. 记三种盖法的屋顶面积分别为 P_1，P_2，P_3，若屋顶斜面与水平面所成的角都是 α，则(　　)

A. $P_3>P_2>P_1$　　B. $P_3>P_2=P_1$

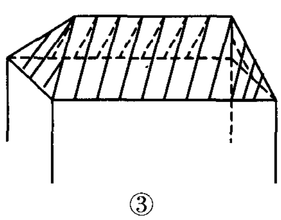
C. $P_3=P_2>P_1$　　D. $P_3=P_2=P_1$



①

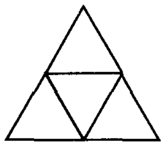


②

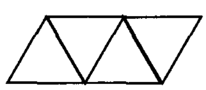


③

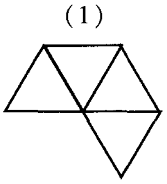
11. 在下面四个平面图形中，哪几个是四面体的展开图，其序号是__________.



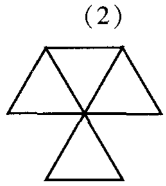
(1)



(2)



(3)



(4)

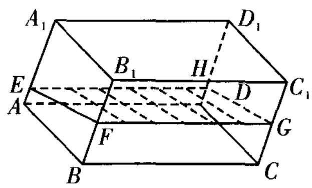
12. 如图，在透明的塑料制成的长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 容器内灌进一些水，固定容器底面一边 BC 于地面上，再将容器倾斜，随着倾斜程度的不同，有下列四个命题：

①水的部分始终呈棱柱状；

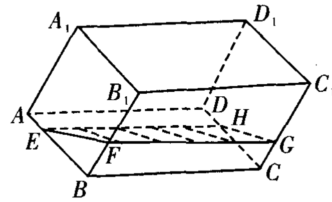
②水面 $EFGH$ 的面积不改变；

③棱 A_1D_1 始终与水面 $EFGH$ 平行；

④当容器倾斜到如图 (2)时，$BE\cdot BF$ 是定值.



图(1)



图(2)

其中正确的命题序号是________.

方法总结

1. 棱柱、棱锥、棱台是立体几何的基本概念，是解决许多问题的基石，准确理解概念是根本. 有些问题涉及它们的内在结构特征.

2. 圆柱、圆锥、圆台和球蕴含有丰富的运算；特别要重视轴截面、平行于底面的截面、侧面展开图等在解题中的作用.

7.2　简单空间图形的三视图和直观图

考纲要求

能画出简单空间图形(长方体、球、圆柱、圆锥、棱柱等的简易组合)的三视图，能识别上述的三视图所表示的立体模型，会用斜二测画法画出它们的直观图.

会用平行投影和中心投影两种方法，画出简单空间图形的三视图与直观图，了解空间图形的不同形式.

会画出某些建筑物的三视图与直观图(在不影响图形特征的基础上，尺寸线条等不作严格要求).

基础知识

1. 中心投影：把光线由一点向外散射形成的投影

平行投影：在一束平行光线照射下形成的投影

正投影：在平行投影中，投影线正对着投影面时

2. 空间几何体的三视图包括：正视图、侧视图、俯视图.

正视图：光线从几何体前面向后面正投影得到的图

侧视图：光线从几何体左面向右面正投影得到的图(左视图)

俯视图：光线从几何体上面向下面正投影得到的图

3. 斜二测画法的步骤：

(1)在已知图形中取互相垂直的 x 轴和 y 轴，两轴相交于点 O，画直观图时，把它们画成对应的 x'轴和 y'轴，两轴交于点 O'，且使 $\angle x'O'y'=45°$，它们确定的平面表示水平面.

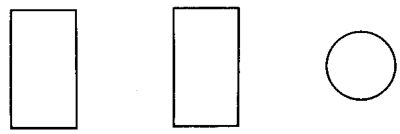
(2)已知图形中平行于 x 轴或 y 轴的线段，在直观图中分别画成平行于 x'轴或 y'轴的线段.

(3)已知图形中平行于 x 轴的线段，在直观图中保持原长度不变，平行于 y 轴的线段，长度为原来的一半.

4. 平行投影的投影线互相平行，而中心投影的投影线相交于一点.

基本训练

1. 已知某物体的三视图如图所示，那么这个物体的形状是(　　)



A. 长方体　　B. 圆柱

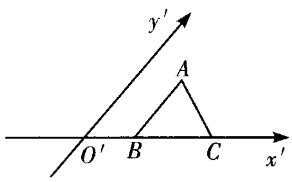
C. 正方体　　D. 圆锥

2. 一个几何体的某一方向的视图是圆，则它不可能是(　　)

A. 球体　　B. 圆锥

C. 圆柱　　D. 长方体

3. 下图是水平放置的三角形的直观图，$AB\parallel y'$轴，则$\triangle ABC$是(　　)



A. 等边三角形　　B. 等腰三角形

C. 直角三角形　　D. 等腰直角三角形

4. 关于直观图画法的说法中，不正确的是(　　)

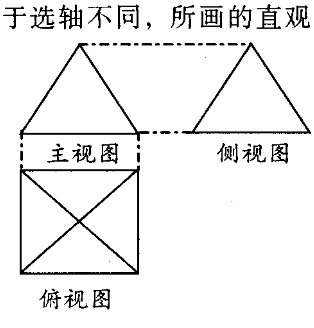
A. 原图中平行于 x 轴的线段，其对应线段仍平行于 x 轴，其长度不变

B. 原图中平行于 y 轴的线段，其对应线段仍平行于 y 轴，其长度不变

C. 画与坐标系 xOy 对应的坐标系 $x'O'y'$时，$\angle x'O'y'$可以等于 135°

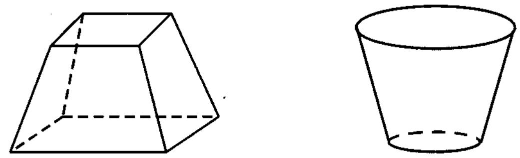
D. 作直观图时，由于选轴不同，所画的直观图可能不同

5. 若某几何体的三视图如右图所示，则该几何体为________.

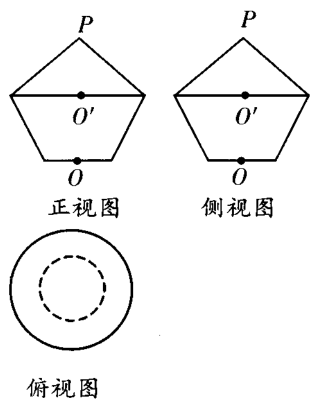


例题精讲

例 1　画出下列几何体的三视图.



例 2　如图所示，已知几何体的三视图，用斜二测画法画出它的直观图.

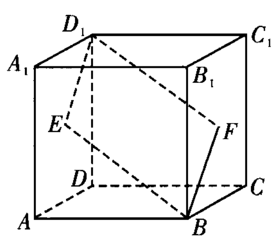


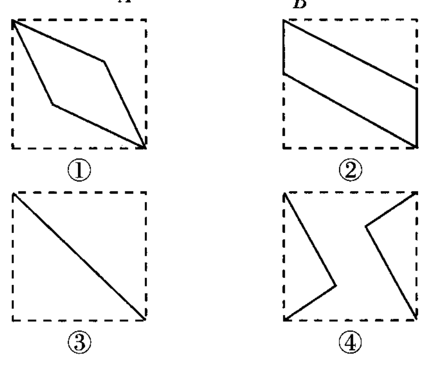
例 3　如图所示的是由若干个小立方体所搭成的几何体的俯视图，小正方体中的数字表示该位置小立方体的个数，请画出该几何体的主视图和左视图.

1	2	3
		2

俯视图

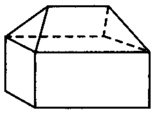
例 4　如图，E、F 分别为正方体的面 ADD_1A_1、面 BCC_1B_1 的中心，则四边形 BFD_1E 在该正方体的面上的射影可能是________(要求：把可能的图的序号都填上).

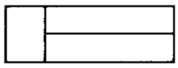




反馈训练

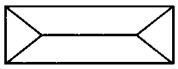
1. 左图是某物体的直观图，则其俯视图为(　　)



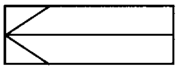


A.

B.

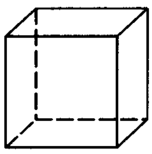


C.

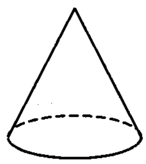


D.

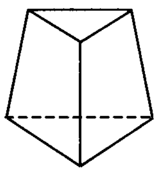
2. (07 山东)下列几何体各自的三视图中，有且仅有两个视图相同的是(　　)



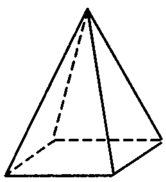
①正方体



②圆锥



③三棱台

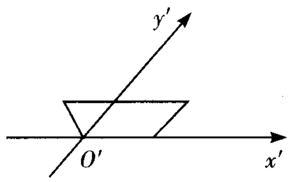


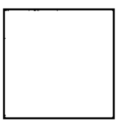
④正四棱锥

A. ①②　　B. ①③

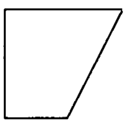
C. ①④　　D. ②④

3. 上图为一平面图形的直观图，则此平面图形可能是下图中的(　　)

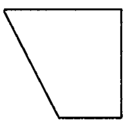




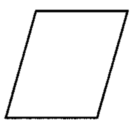
A.



B.

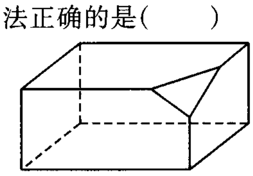


C.

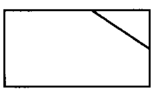


D.

4. 一个长方体去掉一角的直观图如下图，关于它的三视图下列画法正确的是(　　)

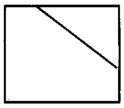


A. 它的正视图是

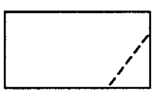


B. 它的正视图是

C. 它的左视图是



D. 它的俯视图是



5. 下列叙述中正确的个数是(　　)

①相等的角，在直观图中仍相等；

②长度相等的线段，在直观图中长度仍相等；

③若两条线段平行，在直观图中对应线段仍平行；

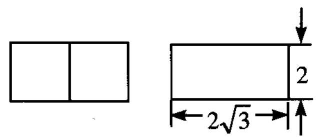
④若两条线段垂直，则在直观图中对应的线段也互相垂直.

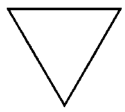
A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

6. 如果一个几何体的三视图之一是三角形，那么这个几何体可能是________(要求至少写出两种).

7. $\triangle A'B'C'$是正$\triangle ABC$的斜二测画法的水平放置图形的直观图，若$\triangle A'B'C'$的面积为$\sqrt{3}$，那么$\triangle ABC$的面积为____________.

8. 一个正三棱柱的三视图如下图所示，求这个正三棱柱的表面积.

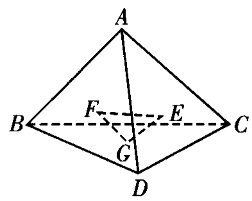




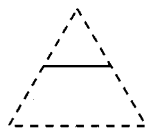
单位：mm

拓展提高

9. 如图，在正四面体$ABCD$中，E，F，G分别是三角形ADC，ABD，BCD的中心，则$\triangle EFG$在该正四面体各个面上的射影所有可能的序号是(　　)

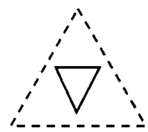


①



②

③



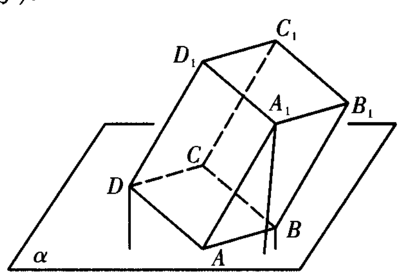
④

A. ①③　　B. ②③④

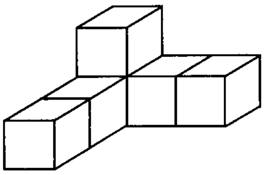
C. ③④　　D. ②④

10. (06 安徽)多面体上，位于同一条棱两端的顶点称为相邻的，如下图，正方体的一个顶点A在平面α内，其余顶点在α的同侧，正方体上与顶点A相邻的三个顶点到α的距离分别为1，2和4，P是正方体的其余四个顶点中的一个，则P到平面α的距离可能是：①3；②4；③5；④6；⑤7.

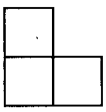
以上结论正确的为______________(写出所有正确结论的编号).



11. 下面是由六个相同的正方体堆成的物体，如图①.



①

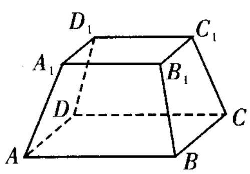


②

(1)画出这个物体的正视图；

(2)移动小正方体使组合物体的俯视图如图②，试画出它的侧视图.

12. 如图所示的四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中上底是边长为2cm 的正方形，下底是边长为 3cm 的正方形，上下两底面间的距离为2cm. 作出它的三视图.



方法总结

1. 学习三视图应会选取投影面，正确放置三视图中三个图的位置，掌握三视图之间的规律：长对正，高平齐，宽相等.

2. 解与直观图有关的问题时，应熟练掌握斜二测画法的规则，关键是确定直观图的顶点或其他关键点，因此尽量把顶点或其他关键点放在轴上或与轴平行的直线上.

7.3 平面的性质、异面直线

考纲要求

理解空间直线、平面位置关系的定义，并了解可以作为推理依据的公理和定理.

基础知识

1. 点与直线的位置关系：点在直线外　点在直线上

点与平面的位置关系：点在平面内　点在平面外

直线与直线的位置关系：平行　相交　异面

直线与平面的位置关系：平行　相交　平面内

平面与平面的位置关系：平行　相交

2. 公理1：如果一条直线上的两点在一个平面内，那么这条直线上所有的点在此平面内.

公理2：过不在同一条直线上的三点，有且只有一个平面.

公理3：如果两个不重合的平面有一个公共点，那么它们有且只有一条过该点的公共直线.

公理4：平行于同一条直线的两条直线互相平行.

3. 异面直线：不同在任何一个平面内的两条直线叫做异面直线，异面直线所成的角的范围是$(0, \frac{\pi}{2}]$.

基本训练

1. 有下列四个命题：

(1)过三点确定一个平面；

(2)矩形是平面图形；

(3)三条直线两两相交则确定一个平面；

(4)两个相交平面把空间分成四个区域.

其中错误命题的序号是(　　)

A. (1)和(2)　　B. (1)和(3)

C. (2)和(4)　　D. (2)和(3)

2. 以下命题正确的是(　　)

A. 两个平面可以只有一个交点

B. 一条直线与一个平面最多有一个公共点

C. 两个平面有一个公共点，它们可能相交

D. 两个平面有三个公共点，它们一定重合

3. 异面直线是(　　)

A. 同在某一个平面内的两条直线

B. 某平面内一条直线和这个平面外的一条直线

C. 分别位于两个不同平面内的两条直线

D. 无交点且不共面的两条直线

4. $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是正方体，O 是 B_1D_1 的中点，直线 A_1C 交平面 AB_1D_1 于点 M，则下列结论中错误的是(　　)

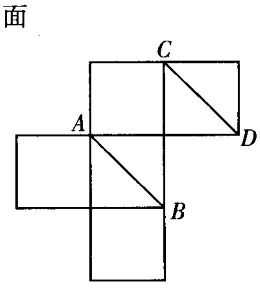
A. A，M，O 三点共线

B. M，O，A_1，A 四点共面

C. A，O，C，M 四点共面

D. B，B_1，O，M 四点共面

5. 如图，将无盖正方体纸盒展开，直线 AB、CD 在原正方体中的位置关系是(　　)



A. 平行

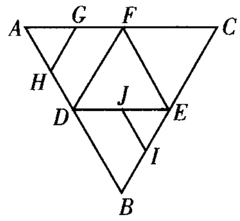
B. 相交且垂直

C. 异面

D. 相交成60°

例题精讲

例 1 （03 北京春）如图，在正三角形 ABC 中，D，E，F 分别为各边的中点，G，H，I，J 分别为 AF，AD，BE，DE 的中点. 将 $\triangle ABC$ 沿 DE，EF，DF 折成三棱锥以后，GH 与 IJ 所成角的度数为(　　).

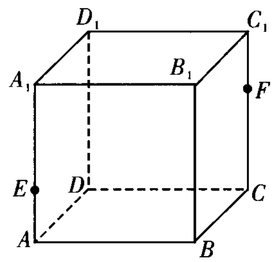


A. $90°$　　B. $60°$

C. $45°$　　D. $0°$

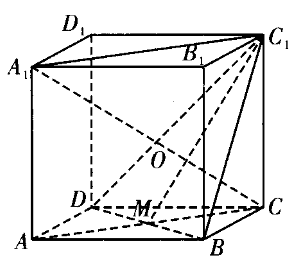
例 2 如图正方体中，E，F 分别是 AA_1，CC_1 上的点并且 $AE=C_1F$.

求证：B，E，D_1，F 共面.



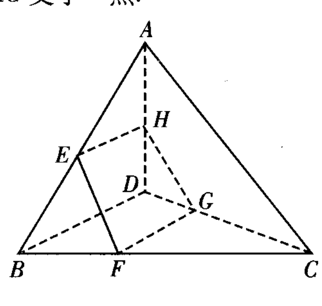
例 3 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，对角线 $A_1C\cap$ 平面 $BDC_1=O$，AC，BD 交于点 M.

求证：点 C_1，O，M 共线.



例 4 如图所示，已知空间四边形 $ABCD$，E，H 分别是边 AB，AD 的中点，F，G 分别是边 BC，CD 上的点，且 $\dfrac{CF}{CB}=\dfrac{CG}{CD}=\dfrac{2}{3}$，

求证：直线 EF，GH，AC 交于一点.



反馈训练

1. 下列命题中正确命题的个数是(　　)

(1) 三点确定一个平面

(2) 若点 P 不在平面 α 内，A，B，C 三点都在平面 α 内，则 P，A，B，C 四点不在同一平面内

(3) 两两相交的三条直线在同一平面内

(4) 两组对边分别相等的四边形是平行四边形

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

2. 空间不全共线的四个点可确定(　　)个平面

A. 1　　B. 3　　C. 4　　D. 1 或 4

3. 已知异面直线 a 和 b 所成的角为 $50°$，P 为空间一定点，则过点 P 且与 a，b 所成的角都是 $30°$ 的直线条数有且仅有(　　)

A. 1 条　　B. 2 条　　C. 3 条　　D. 4 条

4. 已知 m，n 为异面直线，$m\subset$ 平面 α，$n\subset$ 平面 β，$\alpha\cap\beta=l$，则 l(　　)

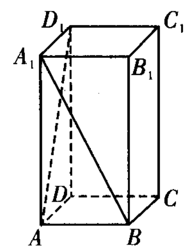
A. 与 m，n 都相交

B. 与 m，n 中至少一条相交

C. 与 m，n 都不相交

D. 至多与 m，n 中的一条相交

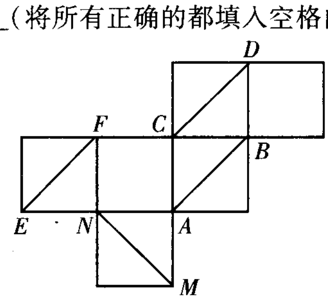
5. （07 全国Ⅰ）如图，正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AA_1=2AB$，则异面直线 A_1B 与 AD_1 所成角的余弦值为(　　)



A. $\dfrac{1}{5}$　　B. $\dfrac{2}{5}$

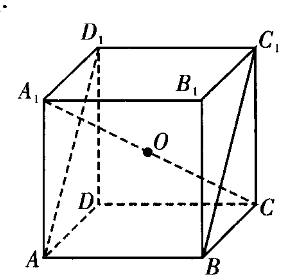
C. $\dfrac{3}{5}$　　D. $\dfrac{4}{5}$

6. 下图是一个正方体的展开图，在原正方体中，有下列命题(1) AB 与 EF 所在直线平行；(2) AB 与 CD 所在直线异面；(3) MN 与 BF 所在直线成 $60°$ 角；(4) MN 与 CD 所在直线互相垂直. 其中正确命题的序号为__________(将所有正确的都填入空格内).



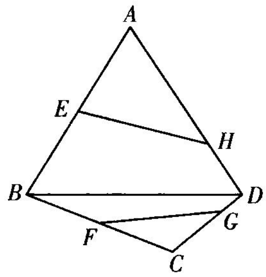
7. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，设 A_1C 与平面 ABC_1D_1 交于 O.

求证：B，O，D_1 三点共线.



8. 已知空间四边形 $ABCD$ 中，E，F 分别是边 AB，CB 的中点. G，H 分别是边 CD，AD 上的点，且 $\frac{DG}{DC}=\frac{DH}{DA}=\frac{1}{3}$.

求证：三直线 EH，FG，BD 交于一点.



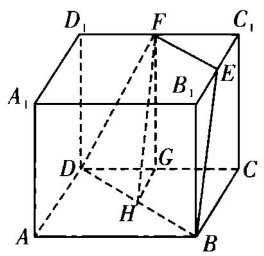
拓展提高

9. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E，F，G 分别为 AB，BC，CC_1 的中点，则 EF 与 BG 所成角的余弦值为__________.

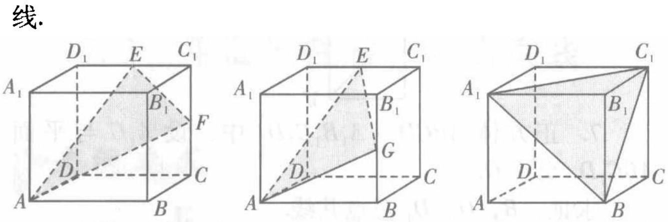
10. 棱长为 a 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E，F 分别是 B_1C_1，C_1D_1 的中点.

(1)求证：E，F，B，D 四点共面；

(2)求四边形 $EFDB$ 的面积.



11. 如图所示，$ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是正方体，在图(1)(2)中 E，F，G 分别是 C_1D_1，CC_1，BB_1 的中点，画出图(1)(2)(3)中有阴影的平面与平面 $ABCD$ 的交线.



(1)　　　　(2)　　　　(3)

方法总结

1. 证明共面通常有方法：(1)先作一个平面，再证明有关的点在此平面内；(2)分别过某些点作多个平面，然后证明这些平面重合.

2. 证明点共线的问题，一般转化为证明这些点是某两个平面的公共点. 这样，可以根据公理 2 证明这些点都在这两个平面的交线上.

3. 证明三线共点，可证其中两条直线有交点，且交点在第三条直线上.

7.4　平行问题(一)

考纲要求

从定义、公理和定理出发，认识和理解空间中线面平行的有关性质与判定.

基础知识

1. 平行公理：平行于同一条直线的两条直线互相平行.

2. 空间两条不重合的直线的位置关系：

(1)在同一平面内 $\begin{cases}\text{相交直线}\\\text{平行直线}\end{cases}$

(2)不同在任何一个平面内——异面直线.

3. 直线和平面的位置关系：

(1)直线在平面内——有无数个公共点；

(2)直线在平面外

$\begin{cases}\text{直线和平面相交——有且只有一个公共点}\\\text{平行直线——无公共点}\end{cases}$

4. 直线和平面平行的判定定理：如果平面外的一条直线与平面内的一条直线平行，那么这条直线就和这个平面平行.

(1)注意条件“直线在平面外”；

(2)定理可简述为“若线线平行，则线面平行”.

5. 直线和平面平行的性质定理：如果一条直线和一个平面平行，经过这条直线的平面和这个平面相交，那么这条直线就和这条交线平行.

(1)定理应用中关键是构造“交线”；

(2)定理可简述为“若线面平行，则线线平行”.

基本训练

1. 若直线 $a//$直线 b，直线 c 与 a 是异面直线，则 c 与 b 的位置关系是(　　)

A. 必定不平行　　B. 必定不相交

C. 必定相交　　D. 必定异面

2. 分别和两条异面直线都相交的两条直线(　　)

A. 必定是异面直线

B. 必定是平行直线

C. 是异面直线或相交直线

D. 是平行直线或互相垂直的直线

3. 如果一条直线和一个平面平行，则这条直线平行于这个平面内的(　　)

A. 任意一条直线

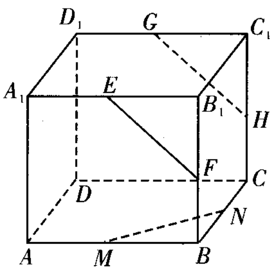
B. 唯一确定的一条直线

C. 无数条相互平行的直线

D. 无数条共点的直线

4. 在空间中，过已知直线上的一点可以作________条直线与已知直线垂直；过已知直线外的一点可以作________条直线与已知直线平行；过已知直线外的一点可以作________条直线与已知直线构成异面直线.

5. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$（如图）中，已知 E，F，G，H，M，N 都是棱的中点. 试判断下面两条直线的位置关系：



EF 与 GH 是________直线；

EF 与 MN 是________直线；

MN 与 GH 是________直线.

例题精讲

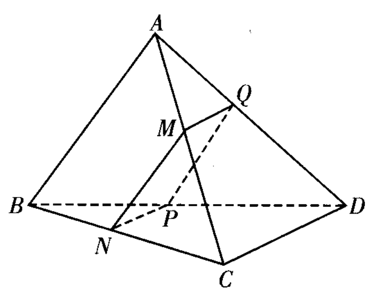
例1 P 为平行四边形 $ABCD$ 外一点，E 是 PA 的中点，O 是 AC 和 BD 的交点.

求证：OE∥平面 PBC.

例2 用平行于四面体 $ABCD$ 的一组对棱 AB，CD 的平面截此四面体.

(1)求证：所得截面 $MNPQ$ 是平行四边形；

(2)如果 $AB=CD=a$，求证：四边形 $MNPQ$ 的周长为定值.



例3 已知 P、Q 是单位正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的面 AA_1D_1D、面 $A_1B_1C_1D_1$ 中心.

(1)求线段 PQ 的长；

(2)证明：PQ∥平面 AA_1B_1B.

例4 已知直线 a∥平面 α，且 a∥平面 β，平面 α 与 β 的交线为 l，求证：a∥l.

反馈训练

1. 在空间中，下面哪一个命题是真命题(　　)

A. 若两条直线和第三条直线成等角，则这两条直线平行

B. 若两条直线分别和第三条直线垂直，则这两条直线平行

C. 若两条直线没有公共点，则这两条直线平行

D. 若两条直线都和第三条直线平行，则这两条直线平行

2. a、b、c 是空间三条直线，若 a∥b，$a\perp c$，则 b 与 c(　　)

A. 必定垂直　　B. 必定相交

C. 必定垂直且相交　　D. 必定垂直且异面

3. 若空间四边形的两条对角线互相垂直且相等，则顺次连结这个空间四边形各边中点所成的四边形(　　)

A. 是正方形　　B. 只能是菱形

C. 只能是矩形　　D. 是等腰梯形

4. 平面内一点 A 与平面外一点 B 的连线，与这个平面内任意一条直线的位置关系是(　　)

A. 必定平行　　B. 必定异面

C. 必不相交　　D. 必不平行

5. (04 全国Ⅳ)对于直线 m，n 和平面 α，下列命题中的真命题是(　　)

A. 如果 $m\subset\alpha$，$n\not\subset\alpha$，m，n 是异面直线，那么 n∥α

B. 如果 $m\subset\alpha$，$n\not\subset\alpha$，m，n 是异面直线，那

么 n 与 α 相交

C. 如果 $m\subset\alpha$，$n/\!/\alpha$，m，n 共面，那么 $m/\!/n$

D. 如果 $m/\!/\alpha$，$n/\!/\alpha$，m，n 共面，那么 $m/\!/n$

6. 两条异面直线在同一个平面内的射影是(　　)

A. 必是两条相交直线

B. 不可能是两条相交直线

C. 必是两条平行直线

D. 不可能是一条直线

7. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，CD_1 与平面 A_1BC_1 的位置关系是________；CD_1 与平面 ABC_1 的位置关系是________.

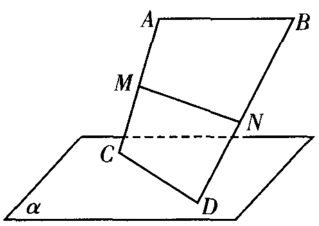
8. 设 α，β 表示平面，a 表示直线且不在 α，β 内，并有：(1)$\alpha/\!/\beta$；(2)$a\perp\alpha$；(3)$a\perp\beta$. 以其中任意两个为条件，另一个为结论，可以构造出三个命题，其中正确命题的个数有______个.

拓展提高

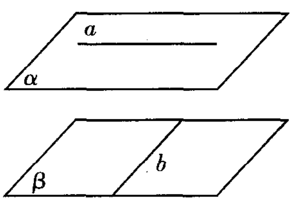
9. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E，F 分别是 AB，C_1D_1 的中点，BC_1 与平面 A_1ECF 的位置关系是________；EF 与过 A，B，C_1 的平面的位置关系是________.

10. (07 上海)在平面上，两条直线的位置关系有相交、平行、重合三种. 已知 α，β 是两个相交平面，空间两条直线 l_1，l_2 在 α 内的射影为直线 s_1，s_2，在 β 内的射影为直线 t_1，t_2. 利用 s_1 与 s_2，t_1 与 t_2 的位置关系，写出一个总能确定 l_1，l_2 是异面直线的充分条件是________________.

11. 已知线段 AB 与 CD 所在直线异面，$CD\subset$平面 α，$AB/\!/\alpha$，M，N 分别是线段 AC 与 BD 的中点. 求证：$MN/\!/$平面 α.



12. 已知 a、b 是异面直线，$a\subset\alpha$，$b\subset\beta$，$a/\!/\beta$，$b/\!/\alpha$. 求证：$a/\!/\beta$.



方法总结

1. 线线平行$\xrightarrow{\text{判定定理}}$线面平行$\xrightarrow{\text{性质定理}}$线线平行.

2. 线线平行的证明方法

(1)平行公理：$a/\!/b$，$a/\!/c\Rightarrow b/\!/c$.

(2)线线平行的定义：①a，$b\in\alpha$，②a，b 无公共点$\Rightarrow a/\!/b$.

(3)线面平行的性质：$a/\!/\alpha$，$a\subset\beta$，$a\cap\beta=b\Rightarrow a/\!/b$.

(4)面面平行的性质：$a/\!/\beta$，$\alpha\cap\gamma=a$，$\beta\cap\gamma=b\Rightarrow a/\!/b$.

(5)直线与平面垂直的性质：$a\perp\alpha$，$b\perp\alpha\Rightarrow a/\!/b$.

7.4　平行问题(二)

考纲要求

从定义、公理和定理出发，认识和理解空间中线面平行的有关性质与判定.

基础知识

1. 两个平面的位置关系

(1)两个平面平行——没有公共点；

(2)两个平面相交——有一条公共直线.

2. 两个平面平行的判定定理：$a\subset\alpha$，$b\subset\alpha$，$a\cap b=A$，且 $a/\!/\beta$，$b/\!/\beta\Rightarrow\alpha/\!/\beta$.

(1)注意条件“$a\cap b=A$”不能遗漏，定理应为“五推一”；

(2)定理可简述为“若线面平行，则面面平行”.

3. 两个平面平行的性质定理：$\alpha/\!/\beta$，$\alpha\cap\gamma=a$，$b\cap\gamma=b\Rightarrow a/\!/b$.

(1)注意条件“$\alpha\cap\gamma=a$，$\beta\cap\gamma=b$”不能用“$a\subset\alpha$，$b\subset\beta$”代替，定理应为“三推一”；

(2)定理可简述为“若面面平行，则线线平行”.

基本训练

1. 直线和平面平行的充要条件是：这条直线和平面内的(　　)

A. 一条直线不相交

B. 两条直线不相交

C. 无数条直线不相交

D. 任意一条直线不相交

2. 下面的命题中，为真命题的是(　　)

A. 若平面 α 上有一条直线和平面 β 平行，则 $\alpha/\!/\beta$

B. 若平面 α 上有两条直线和平面 β 平行，则 α

$/\!/ \beta$

C. 若平面 α 上有两条直线分别和平面 β 上的两条直线平行，则 $\alpha /\!/ \beta$

D. 若平面 α 上有两条相交直线分别和平面 β 上的两条相交直线平行，则 $\alpha /\!/ \beta$

3. 一条直线和一个平面平行，夹在直线和平面间的两条线段长相等，则这两条线段所在的直线的位置关系是(　　)

A. 平行　　B. 相交

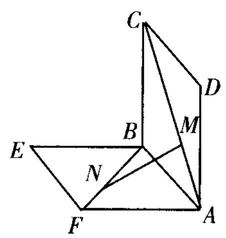
C. 异面　　D. 以上都可能

4. 过直线外一点且与这条直线平行的平面有________个.

5. 已知直线 $a \perp$ 直线 b，$a /\!/$ 平面 β，则 b 与 β 的位置关系为____________.

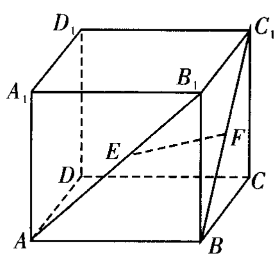
例题精讲

例 1 如图，正方形 $ABCD$ 和正方形 $ABEF$ 所在平面互相垂直，M、N 分别是对角线 AC 和 BF 上的点，且 $AM = FN = \frac{3}{7}AC$. 求证：$MN /\!/$ 平面 BEC.

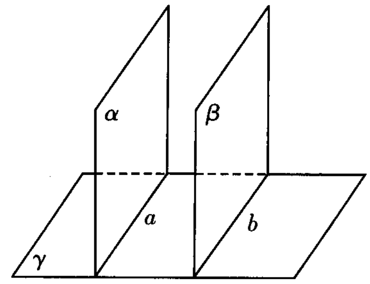


例 2 如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，侧面对角线 AB_1，BC_1 的中点分别为 E，F.

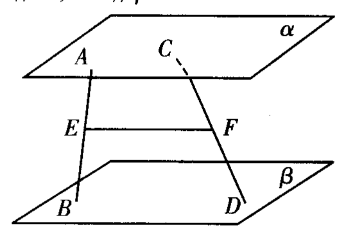
求证：(1)平面 $ACD_1 /\!/$ 平面 A_1BC_1；(2)$EF /\!/$ 平面 ABC.



例 3 如图，已知 $\alpha \perp \gamma$，$\alpha \cap \gamma = a$，$\beta \perp \gamma$，$\beta \cap \gamma = b$，$a /\!/ b$，求证：$\alpha /\!/ \beta$.



例 4 如图所示，已知平面 $\alpha /\!/$ 平面 β，AB，CD 是两条异面直线夹在 α，β 间的两条线段，E，F 分别是 AB，CD 的中点，求证：$EF /\!/ \alpha$，$EF /\!/ \beta$.



反馈训练

1. 下列命题正确的是(　　)

A. 垂直于同一直线的两条直线平行

B. 过直线外一点作直线的垂线是唯一的

C. 垂直于同一平面的两条直线平行

D. 如果一直线和一平面不相交，则它们一定平行

2. 若直线 $l /\!/$ 平面 α，直线 $l /\!/$ 平面 β，$\alpha \cap \beta = a$，则(　　)

A. l 与 a 为异面直线　　B. $l \perp a$

C. l 与 a 共面且相交　　D. $l /\!/ a$

3. 以下命题：

①若 $a /\!/ b$，$b \subset \alpha$，则 $a /\!/ \alpha$

②若 $a /\!/ \alpha$，$b /\!/ \alpha$，则 $a /\!/ b$

③若 $a /\!/ b$，$b /\!/ \alpha$，则 $a /\!/ \alpha$

④若 $a /\!/ \alpha$，$b \subset \alpha$，则 $a /\!/ b$

其中正确命题的个数是(　　)

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

4. 若平面 $\alpha /\!/$ 平面 β，直线 $a \subset \alpha$，点 $B \in \beta$，则在 β 内过点 B 的所有直线中(　　)

A. 不一定有与 a 平行的直线

B. 只有两条与 a 平行的直线

C. 存在无数条与 a 平行的直线