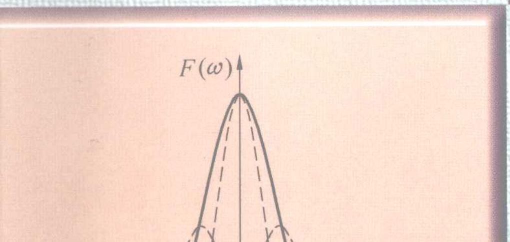
高等学校“十一五”规划教材

SIGNALS AND SYSTEMS



信号与系统

赵淑清 李绍滨 主编

哈爾濱工業大學出版社

高等学校“十一五”规划教材

信号与系统

赵淑清　李绍滨　主编

哈爾濱工業大學出版社

内容简介

全书共分九章，主要内容是信号与系统的时域及变换域的分析。本书按知识的递进方式排列，将信号与系统的分析分为两大类，第 1、2、7 章为时域分析，第 3、4、8 章为变换域分析。时域分析的数学基础为函数与微积分，变换域分析的数学基础为傅里叶变换、拉普拉斯变换、Z 变换。第 5、6 章是系统分析，以变换域分析为主。第 9 章是状态变量分析，为复杂系统的计算机分析打下基础。书后附有常用变换表、Matlab 程序和部分习题答案。

本书的目的是为读者建立信号和系统的知识体系，打下牢固的信号和系统分析的基础。本书可作为电子信息类本科生的教材或教学参考书，也可作为从事相关领域工作的科技人员的自学参考书。

图书在版编目（CIP）数据

信号与系统 / 赵淑清，李绍滨主编. —哈尔滨：哈尔滨工业大学出版社，2008.3

ISBN 978-7-5603-2653-5

Ⅰ.信… Ⅱ. ①赵… ②李… Ⅲ. 信号系统 Ⅳ. TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 009834 号

责任编辑 张秀华
封面设计 卞秉利
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社　　址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号　邮编 150006
传　　真 0451-86414749
印　　刷 哈尔滨工业大学印刷厂
开　　本 787mm×1092mm　1/16　印张 21.75　字数 500 千字
版　　次 2008 年 3 月第 1 版　2008 年 3 月第 1 次印刷
书　　号 ISBN 978-7-5603-2653-5
印　　数 1 ~ 4 000
定　　价 30.00 元

前言

电子信息类专业属知识密集型学科，是理论和技术发展十分迅速的科学研究领域，也是具有很强工程背景的一类专业。《信号与系统》作为电子信息类专业的学科基础课，不仅通信工程、电子信息工程、计算机科学与技术、自动化等信息类专业学生需要掌握，与信息类专业有关的其他专业，如测控技术与仪器、生物医学工程等专业的学生也都需要掌握信号与系统领域的知识。

目前国内的同类教材很多，内容和结构排列也各有特色。有的信号与系统分之，有的连续和离散合之；有的注重数学基础，加入了很多数学元素；有的注重内容全面，包括了积分变换和数字信号处理的内容。作者以为，信号与系统是一门学科基础课，是信息类专业涉及信号和系统分析的第一门课程，重在基础的建立和专业概念的引入，结构并不是主要问题，按照易于学习的顺序或许能更好地为读者服务。作者具有多门信号类课程的教学经历，深知信号与系统的概念对后续课程的作用与影响，因此本书努力跳出数学的樊篱，侧重在概念上尤其是在信号与系统的应用上给读者以新的体验。

考虑到本课程已是专业课程学习的开始，为了改变只做题不问概念的学习模式，提高学生理解实际应用问题的能力，书中给出不同难度的例子，包括一些结合实际应用的例子。每章末还配了一些思考题，侧重概念的建立。虽然本书通篇都是数学推导与运算，但读者应注意的是物理概念的建立，而不要把学习的重点放在如何计算高难度的微积分上。本书对复习考研有一定的帮助，对自学者也会有帮助。

本书信号与系统的分析分为两大类，第 1、2、7 章为时域分析，第 3、4、8 章为变换域分析。时域分析的数学基础为函数与微积分，变换域分析的数学基础为三大变换，即傅里叶变换、拉普拉斯变换、Z 变换。第 5、6 章是信号和系统的应用分析，以变换域分析为主。第 9 章是状态变量分析，为复杂系统的计算机分析打下基础。为了与后续课有适当分离，本书不包括离散傅里叶变换与功率谱部分，这些内容在数字信号处理和随机信号分析中有系统的介绍。

附录包括傅里叶变换、拉普拉斯变换、Z 变换的变换表，并给出了 Matlab 用于信号与系统分析的典型例子，书后还附有部分习题答案。

参加本书编写的还有袁洪芳、杨巧宁，王若楠提供了 Matlab 程序和部分习题答案，哈尔滨工业大学的学生为部分习题提供了答案。在本书编写的过程中，得到很多同事和朋友的帮助和支持，在此表示感谢。

限于作者的水平有限，如有不妥之处，敬请读者批评指正。

作　者

2007 年 9 月

目　录

第 1 章　信号的时域分析

1.1　信　号

信息是现代社会存在的基础，无信息的“寂静”环境对于现代人来讲是无法生存的。数字需要传输、文字需要传输、声音需要传输、图像也需要传输，所有信息都需要传输。

信号是信息传输的载体，当信息为文字时，首先在发送端对文字编码，也就是说用数字来表示文字，然后将数字载入信号并对含有信息的信号传输。在接收端，先将数字从信号中提取出来，再将数字译成文字信息。这是一个完整的信息传输过程。

信号作为载体来传输信息，并不是说信息与信号的表现形式完全不同。当要传输一个电压脉冲信号时，在有些情况下就是直接传输，那么这个电脉冲既是信息也是信号。另外，就信息传输全过程而言，信息和信号可以清晰地区别，而当传输过程只是全部信息传输过程的一部分时，通常用原始信号、传输的信号和处理的信号来区别，这时不再强调信息与信号的不同，不要把信息与信号严格割裂开。

虽然信号有多种形式，如光信号和声信号，但在目前阶段，由电子系统大量处理并广泛应用的信号仍然是电信号。这里所说的信号也限定在电流信号、电压信号和电磁波信号的范畴。

电信号的传输始于 19 世纪，1837 年莫尔斯发明的电报和 1876 年贝尔发明的电话，被认为是电信号传输技术发展的两个里程碑。此后，关于电信号传输的研究和发明以及相关的理论和技术在经历两次世界大战后得到了迅速的发展。

电信号的传输指标主要表现在快速、准确、有效，为了满足这些要求避免不了地要将其转换成便于传输和处理的信号形式。

电信号的物理形态是电流、电压或电磁波。电话线、电视电缆、自由空间都有不同形式的信号在传输。信号的数学形态就是变量为时间的函数。一方面可以用描述函数的方法来描述信号，包括数学表达式和函数图像，也就是用时间作为自变量的函数和以时间为横坐标的函数图像 (称为“波形”) 来表示。严格地说，函数可以是多值的，而信号只能是单值的。另一方面，还可以将时间函数进行某些变换，在变换域中用表达式和函数图像来表示，这将是以后各章继续讨论的内容。

既然信号是用来作为载体传输信息的，那么就需要用适当的设备来传输和处理信号，获得所需的信息，这些设备就称为系统。以前课程中学习的各种由元器件组成的电路都可视为系统，有关系统的知识将在后面的章节详细地讨论。

1.2　信号的分类

同一种信号，例如电信号，又可以从不同角度对其进行分类。从函数的外部形态看，可以将信号分为不同形式的信号。

1. 实际信号与理想信号

所谓实际信号就是用数学表达式或波形来表示的在真实世界中存在的信号。

虽然理想信号也可以用数学表达式或波形来表示，但却是在实际系统中并不存在的信号。引入理想信号的目的是对实际信号的一个近似，为的是用数学方法处理方便。

2. 连续时间信号与离散时间信号

按时间函数自变量t的连续性和离散性，可将信号分为连续时间信号与离散时间信号。除有限不连续点外，对于任意$t\in(a,b)$都存在函数值$f(t)$，这样定义在(a,b)上的函数就称为连续信号。

与连续时间信号对应的是离散时间信号，这是一种自变量为离散形式的信号，如果一个函数是离散时间信号，那么函数值往往表示为$f(t_i)$，$f(t_j)$。

进一步，有一种定义在均匀间隔时间上的离散时间信号，除了规定的等间隔时间点$t=nT$ (n为整数)之外，函数没有定义，本书涉及的离散时间信号主要指这种情况。

另一种称为序列的信号是以离散的数值为变量的函数，如果离散的数值是由时间演化来的整数，则称这样的信号为时间序列。如果离散的数值是由空间位置演化来的整数，则称这样的信号为空间序列。静止图像就是空间序列。

图 1.2.1 和图 1.2.2 分别给出了连续时间信号和离散时间信号的波形。这里约定离散时间信号用圆点和连接线一起来表示。

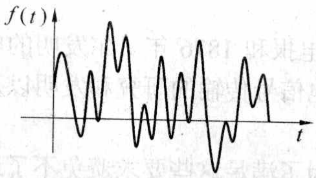


图 1.2.1　连续时间信号

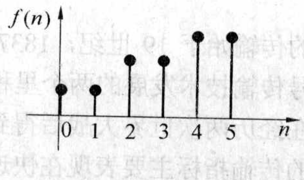


图 1.2.2　离散时间信号

3. 确定信号与随机信号

可以用确定的时间函数表示的信号就是确定信号，用随机过程及随机变量表示的信号就是随机信号。对于确定信号，可以惟一确定出任意时刻函数的值。但是在实际应用中，信号往往具有不可预知的不确定性，因此实际信号一般是确定信号与随机信号的混合信号。本书主要涉及确定信号，随机信号将在“随机信号分析”课程中学习。

图 1.2.3 和图 1.2.4 分别给出了确定信号和随机信号的波形。

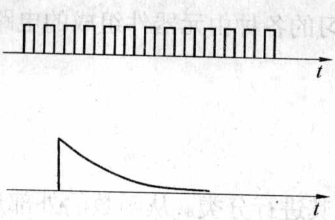


图 1.2.3　确定信号

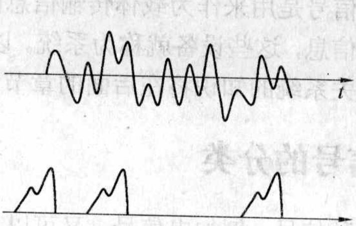


图 1.2.4　随机信号

4. 一维信号与多维信号

有一个时间变量的函数就是一维信号，很自然，一个具有 n 个变量的函数就是 n 维信号。一个电压波形是一维信号，而一幅图像就是二维信号。图 1.2.1～ 图 1.2.4 都是一维信号，图 1.2.5 是二维信号。

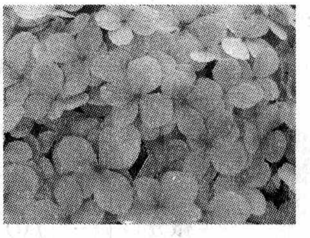


图 1.2.5　二维信号

除此之外，还可以根据函数的内部形态，将信号分为不同形式的信号。

5. 周期信号与非周期信号

周期信号与非周期信号分别对应周期函数与非周期函数。但是在实际信号中，真正的周期信号是不存在的，充其量只能是在相当长时间内按一定周期重复的信号。只有理想信号才可能是周期信号，因为它可以定义在 $t\in(-\infty,\infty)$，并周而复始地重复。

6. 能量型信号与功率型信号

根据信号能量的特点可将信号分成能量型信号和功率型信号。若 $t\in(-\infty,\infty)$，信号的能量有限，则信号称为能量型信号。若 $t\in(-\infty,\infty)$，信号的能量无限但平均功率有限，则信号称为功率型信号。

如果对信号的功能进行细分，还可以分出诸如基带信号、窄带信号、调制信号、视频信号，等等。

1.3　信号的运算

信号的运算分为几大类，一般的函数运算相当于信号幅度运算，变量的代换相当于时间运算，最复杂的运算当属函数域的变换。函数域的变换又有很多类型，本书中函数域的变换限定在频域以及与频域相关的变换域。

由于连续时间信号的数学形态就是变量为时间的函数，离散时间信号是以离散的时间为变量的函数，因此可以对信号进行所有初等数学运算和高等数学运算。

从表达式上看连续时间信号和离散时间信号只是自变量不同，至于它们的内在区别将在第 6 章详细讨论。

常用的有工程意义的初等数学运算主要有信号与常量的加减乘除、信号与信号的加减乘除、连续时间信号的微积分、离散时间信号的差分及累加等。一维连续时间信号的初等运算见表 1.3.1。

表 1.3.1　一维连续时间信号的初等运算

运 算	信号 $f_1(t)$ 与常量 c 的运算	信号 $f_1(t)$ 与信号 $f_2(t)$ 的运算
加	$f(t)=c\pm f_1(t)$	$f(t)=f_1(t)\pm f_2(t)$
乘	$f(t)=c\cdot f_1(t)$	$f(t)=f_1(t)\cdot f_2(t)$
除	$f(t)=f_1(t)/c$	$f(t)=f_1(t)/f_2(t)$

将表 1.3.1 中的连续时间 t 换为离散时间 n，就得到了一维离散时间信号的初等数学运算表达式。一维连续时间信号和离散时间信号的高等数学运算见表 1.3.2。

表 1.3.2　一维连续时间信号的高等数学运算

运算	连续时间信号	运算	离散时间信号
微分	$f(t)=\dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}$	差分	前向 $\Delta x(n)=x(n+1)-x(n)$ 后向 $\nabla x(n)=x(n)-x(n-1)$
积分	$f(t)=\int_a^t x(\tau)\mathrm{d}\tau$	累加	$y(n)=\sum\limits_{k=-\infty}^{n}x(k)$

不论是信号与常量之间的运算还是信号与信号之间的运算，都是对信号幅度的改变，而对时间 t 或 n 的运算则会产生信号的移位、翻转或尺度的改变。

由于信号是变量为时间 t 或 n 的函数，而 t 或 n 的正负代表了将来时间和过去时间，如果信号中包含一些时间 t 或 n 的运算，那么信号在时间轴上就会有相应的改变。

1. 信号的时间移位

将连续时间信号 $f(t)$ 的时间变量由 t 变换成 $t-t_0$ 或 $t+t_0$，t_0 为常数，信号就产生了时间移位 $f(t\pm t_0)$。正号表示时间超前，负号表示时间滞后。图 1.3.1 给出了 $t_0=1$ 的情况。

离散时间信号 $f(n)$ 的时间移位表示为 $f(n\pm m)$，需要说明的是离散时间信号的时间移位只能是整数。图 1.3.2 给出了 $m=2$ 的情况。

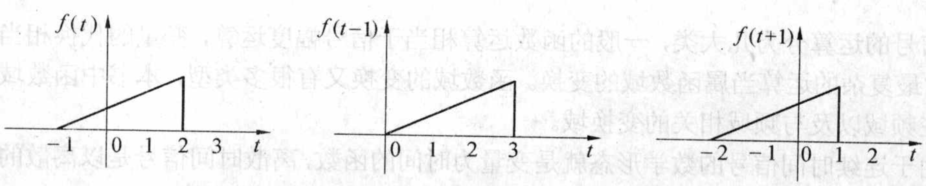


图 1.3.1　连续时间信号的移位

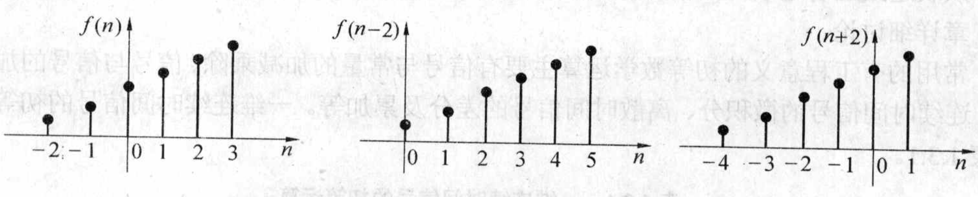


图 1.3.2　离散时间信号的移位

2. 信号的翻转

信号的翻转也称信号的反褶。如果将信号 $f(t)$ 的时间变量 t 用 $-t$ 代替，即由 $f(t)$ 变为 $f(-t)$，这时信号便产生了翻转，或者说信号波形相对纵轴产生了反褶，如图 1.3.3 所示。离散时间信号的翻转如图 1.3.4 所示。

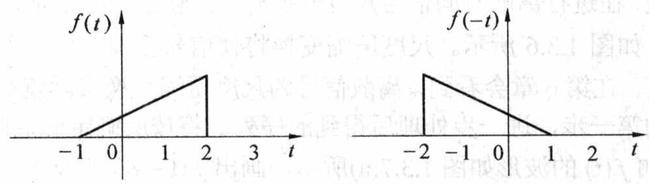


图 1.3.3　连续时间信号的翻转

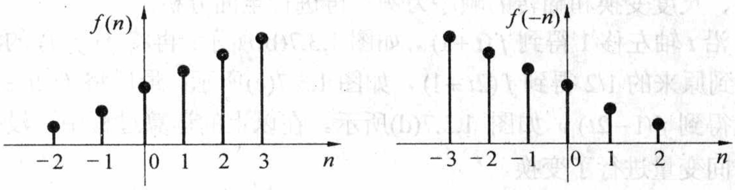


图 1.3.4　离散时间信号的翻转

3. 信号的尺度变换

将信号 $f(t)$ 的时间变量 t 变换为 at 称为尺度变换。这里只考虑 $a>0$ 的情况，因为 $a<0$ 时可以先进行一次反褶。信号的尺度变换包括两种情况，当 $a>1$ 时，表示信号波形 $f(t)$ 沿时间轴进行压缩；而当 $a<1$ 时，则表示信号波形 $f(t)$ 沿时间轴进行扩展。图 1.3.5 给出了 $a=2$ 和 $a=1/2$ 的情况。

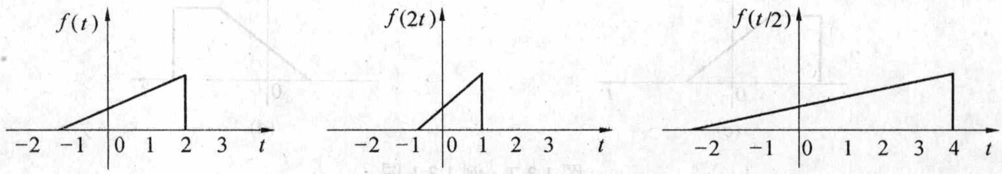


图 1.3.5　连续时间信号的尺度变换

离散时间信号 $f(n)$ 的尺度变换 $f(an)$ 与连续时间信号有所不同。由于离散时间信号只在 n 为整数的时刻上有定义，所以一般离散时间信号只做整数或有理数的尺度变换，如 $f(4n)$ 或 $f(2n/3)$。

当 $a>1$ 时，设 $f_1(m)=f(an)$，信号 $f(an)$ 沿 n 轴进行压缩，那些 $n=m/a$ 不是整数的值 $f(an)$ 将被压缩掉。当 $a<1$ 时，设 $f_2(m)=f(an)$，信号 $f(an)$ 沿时间 n 轴进行扩展，对于 $m=an$ 不是整数的时刻，将插入零值 $f(m)=0$。图 1.3.6 中给出了 $a=2$ 和 $a=1/2$ 的情况。

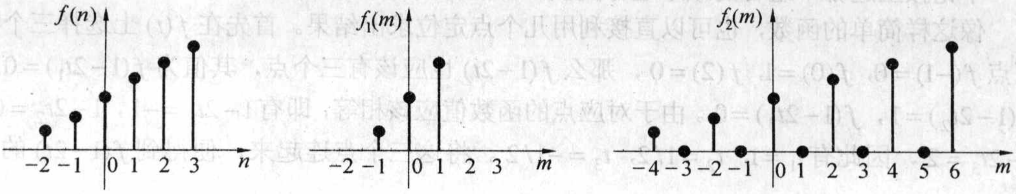


图 1.3.6　离散时间信号的尺度变换

应该注意的是，在进行离散时间信号尺度变换时，不论是$a>1$还是$a<1$，$f(an)$与$f(n)$都不能一一对应，如图 1.3.6 所示。尺度压缩变换将使信号丢掉一些信息，尺度扩展变换则会使信号发生失真。在第 6 章会看到，离散信号的尺度压缩变换实际就是重采样，而尺度扩展变换则是插值的第一步，进一步处理后得到的序列，将按所确定的准则逼近$f(n)$。

例 1.3.1 已知$f(t)$的波形如图 1.3.7(a)所示，画出$f(1-2t)$的波形。

解：本题包括了时间翻转、平移和尺度变换运算。一般来讲，这三种运算先做哪一个都可以，先以平移、尺度变换和翻转的顺序为例，再进行全面分析。

首先将$f(t)$沿t轴左移 1 得到$f(t+1)$，如图 1.3.7(b)所示；再将$f(t+1)$的波形以纵轴为中心，横向压缩到原来的 1/2 得到$f(2t+1)$，如图 1.3.7(c)所示；最后将$f(2t+1)$的波形以纵轴为轴翻转，就得到$f(1-2t)$，如图 1.3.7(d)所示。在以上的运算过程中，没有对幅度进行运算，只是对时间变量进行了变换。

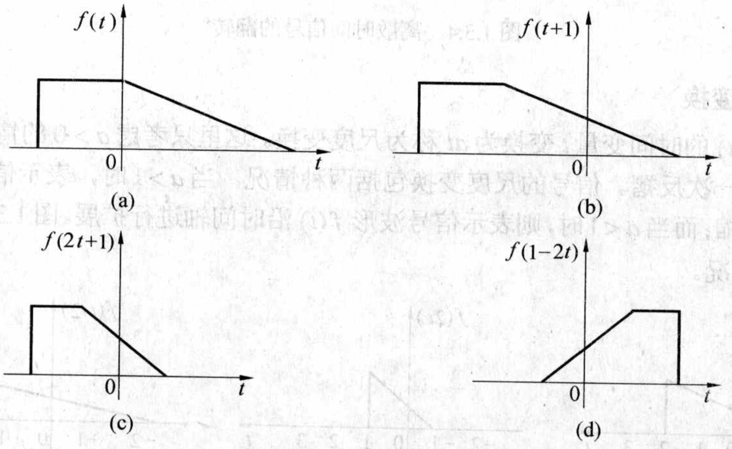


图 1.3.7 例 1.3.1 图

全面地看，从$f(t)$到$f(1-2t)$的变换需要三个运算步骤，按不同的顺序组合共有 6 条通路，如图 1.3.8 所示。沿着虚线箭头所示方向，可以有如下组合。

(1) $f(t)\to f(t+1)\to f(2t+1)\to f(1-2t)$

(2) $f(t)\to f(t+1)\to f(1-t)\to f(1-2t)$

(3) $f(t)\to f(2t)\to f(2t+1)\to f(1-2t)$

(4) $f(t)\to f(2t)\to f(-2t)\to f(1-2t)$

(5) $f(t)\to f(-t)\to f(1-t)\to f(1-2t)$

(6) $f(t)\to f(-t)\to f(-2t)\to f(1-2t)$

不论按上述哪个组合的顺序进行变换，都能得到正确的结果。

像这样简单的函数，也可以直接利用几个点定位求出结果。首先在$f(t)$上选择三个特征点$f(-1)=0$，$f(0)=1$，$f(2)=0$，那么$f(1-2t)$也应该有三个点，其值为$f(1-2t_1)=0$，$f(1-2t_2)=1$，$f(1-2t_3)=0$。由于对应点的函数值应该相等，即有$1-2t_1=-1$，$1-2t_2=0$，$1-2t_3=2$，因此有$t_1=1$，$t_2=1/2$，$t_3=-1/2$。将这三个点连起来，便得到$f(1-2t)$的波形。

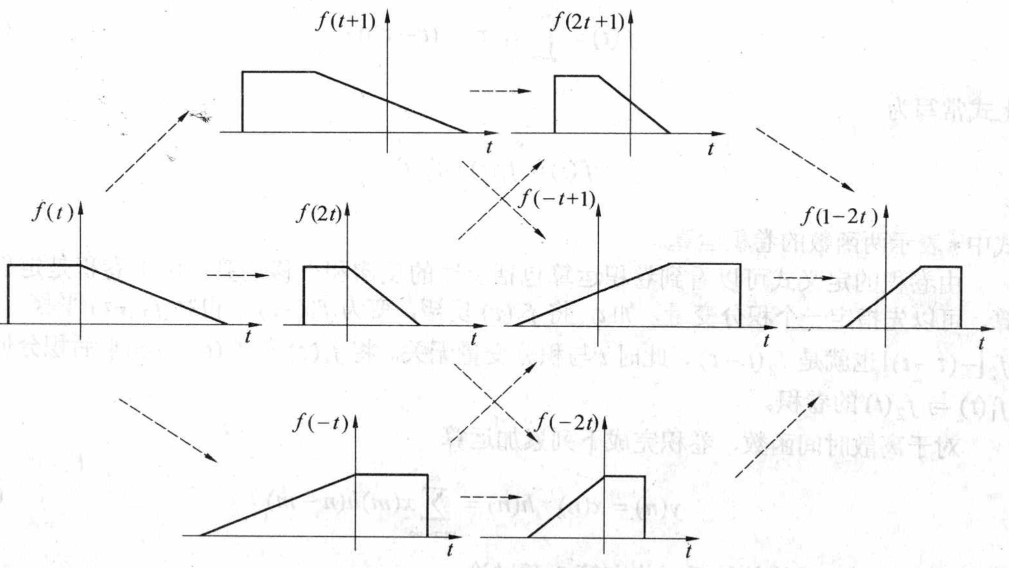


图 1.3.8　例 1.3.1 的所有变换组合

例 1.3.2　已知 $f(5-n)$ 的波形如图 1.3.9(a)所示，画出 $f(2n+3)$ 的波形。

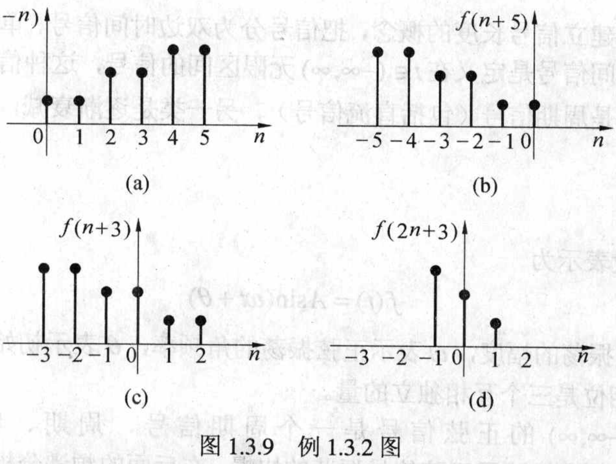


图 1.3.9　例 1.3.2 图

解：先将 $f(5-n)$ 的波形沿纵轴翻转，得到 $f(n+5)$，如图 1.3.9(b)所示。然后将 $f(n+5)$ 的波形沿 n 轴右移 2，得到 $f(n+3)$，如图 1.3.9(c)所示。再将 $f(n+3)$ 波形以纵轴为中心横向压缩到原波形的 1/2。由于离散信号的定义，时间压缩变换使得信号有损失，最后得到 $f(2n+3)$，如图 1.3.9(d)所示。

时间翻转和平移运算的直接应用就是函数的卷积。从数学意义上看，卷积就是一种积分，在此暂时称为是两个函数的积分。因为参与卷积的两个函数可能是“信号”，也可能是第 2 章讨论的“系统”。连续时间函数的卷积是一种积分运算，离散时间函数的卷积是一种累加运算，一般统称为卷积。

两个连续时间函数 $f_1(t)$ 与 $f_2(t)$ 的卷积定义为

$$f(t)=\int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau)f_2(t-\tau)\mathrm{d}\tau \tag{1.3.1}$$

上式常写为

$$f(t)=f_1(t)*f_2(t) \tag{1.3.2}$$

式中$*$表示两函数的卷积运算。

由卷积的定义式可以看到卷积运算包括上述的反褶和平移运算。由于卷积是定积分运算，可以先指定一个积分变量，如τ，将$f_2(\tau)$反褶，变为$f_2(-\tau)$，再将$f_2(-\tau)$平移t，变为$f_2[-(\tau-t)]$也就是$f_2(t-\tau)$，此时t与积分变量无关。将$f_1(\tau)$和$f_2(t-\tau)$相乘后积分便得到$f_1(t)$与$f_2(t)$的卷积。

对于离散时间函数，卷积完成下列累加运算

$$y(n)=x(n)*h(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)h(n-m) \tag{1.3.3}$$

卷积运算有很多独特的性质，将在第2章讨论。

1.4 双边时间信号

为了在时域中建立信号长度的概念，把信号分为双边时间信号、单边时间信号及有限长时间信号。双边时间信号是定义在$t\in(-\infty,\infty)$无限区间的信号，这种信号主要有两类，一类是等幅振荡，也就是周期信号（包括直流信号），另一类是逐渐衰减，包括单调衰减和振荡衰减信号。

1. 正弦信号

正弦信号一般表示为

$$f(t)=A\sin(\omega t+\theta) \tag{1.4.1}$$

式中，A表示正弦振荡的幅度，ω表示正弦振荡的角频率，θ表示初始相位。正弦信号的幅度、频率和初始相位是三个互相独立的量。

定义在$t\in(-\infty,\infty)$的正弦信号是一个周期信号，周期、频率和角频率满足$T=1/f=2\pi/\omega$。频率描述了正弦信号振荡的快慢，在后面的频谱分析中正是要分析信号振荡的快慢，因此频率是信号的一个重要参量。图1.4.1为正弦信号的波形。由于正弦函数和余弦函数之间的关系，在用它们表示信号时，经常将它们统称为正弦信号。

正弦信号的一个重要性质是对它进行微分或积分运算之后，仍为同频率的正弦信号，但幅度和相位有所变化。

2. 指数信号

指数信号表示为

$$f(t)=A\mathrm{e}^{at} \tag{1.4.2}$$

式中，A 和 a 为常数。当 $a<0$ 和 $a>0$ 时，指数信号分别是单调下降和单调上升的，而当 $a=0$ 时，指数信号退化为直流信号，a 的大小与指数信号上升或下降的快慢有关。图 1.4.2 中给出了 $a<0$ 、$a>0$ 和 $a=0$ 三种情况的信号波形。

对指数信号进行微分或积分运算，结果仍然是指数信号形式。

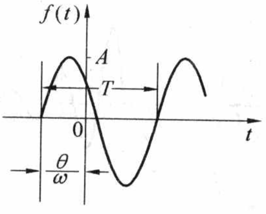


图 1.4.1　正弦信号

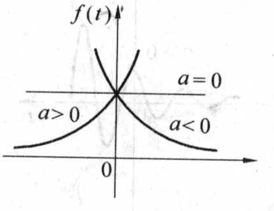


图 1.4.2　指数信号

进一步，如果 a 为复数，即 $a=\sigma+\mathrm{j}\omega$，那么

$$f(t)=A\mathrm{e}^{(\sigma+\mathrm{j}\omega)t} \tag{1.4.3}$$

称为复指数信号。

欧拉公式将正弦信号和复指数信号联系在一起，因此，根据需要经常把这两种信号互换。如用正弦和余弦信号表示复指数信号，可得

$$\begin{aligned}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}&=\cos(\omega t)+\mathrm{j}\sin(\omega t)\\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}&=\cos(\omega t)-\mathrm{j}\sin(\omega t)\end{aligned} \tag{1.4.4}$$

如用复指数信号表示正弦和余弦信号，可得

$$\begin{aligned}\cos(\omega t)&=\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}+\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t})\\ \sin(\omega t)&=\frac{1}{2\mathrm{j}}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t})\end{aligned} \tag{1.4.5}$$

复指数信号 $f(t)=A\mathrm{e}^{(\sigma+\mathrm{j}\omega)t}=A\mathrm{e}^{\sigma t}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$ 中的实指数部分 $\mathrm{e}^{\sigma t}$ 表示幅度的增加或衰减，而 $\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$ 表示幅度的震荡。由式(1.4.4)

$$f(t)=A\mathrm{e}^{(\sigma+\mathrm{j}\omega)t}=A\mathrm{e}^{\sigma t}[\cos(\omega t)+\mathrm{j}\sin(\omega t)] \tag{1.4.6}$$

当 $\omega=0$ 时，复指数信号无震荡且虚部为零，这时退化为指数信号。

图 1.4.3 给出了当 $\omega\neq0$ 时，$\sigma>0$ 、$\sigma=0$ 和 $\sigma<0$ 三种情况的信号波形。

复指数信号在信号与系统分析中有着重要的作用，实际应用中往往把正弦函数表示成复指数函数，当两个正弦函数相乘时，利用复指数相乘可以避免正弦函数的和差运算。

3. 抽样函数

抽样函数 $\mathrm{Sa}(t)$ 表示为

$$\mathrm{Sa}(t)=\frac{\sin t}{t} \tag{1.4.7}$$

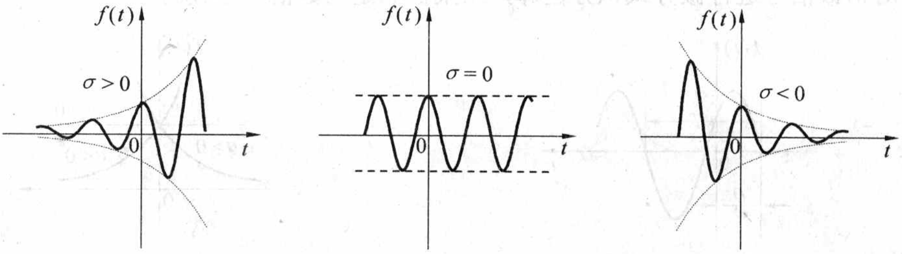


图 1.4.3　复指数信号的实部

抽样函数波形如图 1.4.4 所示。

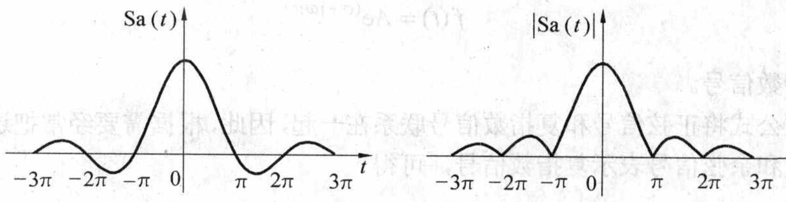


图 1.4.4　抽样函数

$\mathrm{Sa}(t)$ 函数具有如下性质：

(1) 抽样函数为偶函数

$$\mathrm{Sa}(t)=\mathrm{Sa}(-t) \tag{1.4.8}$$

(2) 随着 $|t|$ 的增加，$\mathrm{Sa}(t)$ 振荡衰减，当 $t\to\pm\infty$ 时

$$\lim_{|t|\to\infty}\mathrm{Sa}(t)=0 \tag{1.4.9}$$

(3) $\mathrm{Sa}(t)$ 有无穷个零点，当 $t=\pm\pi,\pm 2\pi,\pm 3\pi,\cdots$ 时，$\mathrm{Sa}(t)=0$；

(4) $\mathrm{Sa}(t)$ 有无穷个极值，位于 $t=0$ 处的极值最大。$\mathrm{Sa}(t)$ 在 $[-\pi,\pi]$ 的值统称为主瓣，也即正负第一零点之间的值。其他相邻零点之间的值称为旁瓣，$|\mathrm{Sa}(t)|$ 的最大旁瓣幅度为

$$20\log[|\mathrm{Sa}(t)|]=-13.2\ \mathrm{dB} \tag{1.4.10}$$

(5) $\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{Sa}(t)\,\mathrm{d}t=\pi$，由于 $\mathrm{Sa}(t)$ 为偶函数，所以有 $\int_{0}^{\infty}\mathrm{Sa}(t)\,\mathrm{d}t=\dfrac{\pi}{2}$。

抽样函数的两个极限情况用途非常广泛。这里讨论如下的抽样函数