USES

主编 李江萍

中考数学教学探究

新疆科学技术出版社

《中考数学教学探究》编委会

前　言

根据数学课程标准的要求及历年来的数学中考试题及学生答卷情况的分析，我们组织乌鲁木齐地区多位有教学经验的数学教师编写了《中考数学教学探究》一书。该书力求基础知识的学习掌握与方法能力培养的有机统一，力求为广大师生提供一套知识完备，重点、难点归纳准确，符合中考要求的知识复习体系及思路、方法、技能培养提高的训练体系。

全书共分为三个部分：

第一部分：基础知识梳理。

该部分对学生学过的基础知识分类梳理，对于基本概念、定理、规律、基本题型、解题方法及易错点进行全面系统的分析，使学生做到“心中有数”。

第二部分：综合练习。

该部分归纳总结基础知识，将知识的“点”，拓展到“线”、“面”。通过有目的地选择大量的数学问题的探究分析，使学生能够熟练准确地应用数学知识方法分析和解决问题。

第三部分：总结，提高。

该部分总结概括学生解题的思路、方法、解题的规律、技巧，提高学生解题的能力、速度，激活学生的大脑，从而达到提高数学思维的目的。

衷心地希望该书能对参加2008年数学中考的学生有所帮助。

由于水平有限，时间仓促，书中难免存在一些缺陷和不足之处，恳请指正。

《中考数学教学探究》编写组

2008年1月

目　录

第 1 课　有 理 数

【知识要点】

1. 有理数的意义：正负数表示相反意义的量.

2. 数轴：规定了原点、正方向和单位长度的直线叫数轴，数轴上的两个点表示的数，右边的数总比左边的数大.

3. 相反数：像 a 与 $-a$ 只有符号不同的两个数称互为相反数，互为相反数的两个数到原点的距离相等.

4. 绝对值：数轴上表示数 a 的点到原点的距离叫做数 a 的绝对值，记作 $|a|$.

5. 有理数的运算：（1）加法：同号两数相加，取原加数符号，并把绝对值相加；异号两数相加，取绝对值较大加数的符号并用较大绝对值减去较小绝对值.（2）减法：减去一个数等于加上这个数的相反数.（3）乘法：两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘. 负因数的个数为奇数时积为负，负因数的个数为偶数时积为正.（4）除法：除以一个数等于乘以这个数的倒数.（5）乘方：求 n 个相同因式积的运算叫乘方.

6. 近似数、有效数字和科学记数法：有效数字：从左边第一个不为 0 的数字起，到所精确的数位止，这些数字表示该数的有效数字.

注意：（1）科学记数法：把一个数写成 $a\times10^n$ 形式叫做科学记数法（$1\leqslant a<10$，n 为整数）.

（2）近似数 2.4 万是精确到千位，而不是十分位.

【例题精讲】

例 1. 一跳蚤在一数轴上从 0 点开始，第 1 次向右跳 1 个单位，紧接着第 2 次向左跳 2 个单位，第 3 次向右跳 3 个单位，第 4 次向左跳 4 个单位……依此规律跳下去，当它跳第 100 次落下时，落点处与 0 点位置如何？

分析：将向右跳记作“＋”，向左跳记作“－”，根据加法法则：确定跳蚤最后的位置只需将这些数相加即可.

解：将向右跳记作“＋”，将向左跳记作“－”

$1+(-2)+3+(-4)+\ldots+(-100)=-50$

∴跳蚤最后的位置在 0 点左边 50 个单位处.

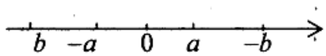
点评：此题具有新颖性、基础性，强调学生需通过问题的分析自主建立数学模型；将向左和向右的问题用正、负数的模型来表示，在此基础上，再运用有理数的加法原理将求落点问题转化为求有理数和的问题，同时要注意结果中正负号的意义.

例 2. 若 $a>0$，$b<0$，且 $a+b<0$，试用“$<$”号，连接 a，$-a$，b，$-b$.

分析：由于此题的条件中用字母表示数，不具体，要比较四个数的大小，比较抽象，可以借助数轴来解决.

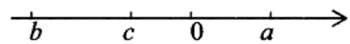
解：∵ $a>0$，$b<0$ 且 $a+b<0$，

∴ $|a|<|b|$.

已知数 a 与 b 在数轴上的位置如图所示，

它们的相反数 $-a$，$-b$ 在数轴上的相应位置也容易确定，根据“在数轴上表示的两个数，右边的数总比左边的数大”，得“$b<-a<a<-b$”.

说明：数轴是非常重要的数学工具，它使数和数轴上的点建立了一一对应关系，它揭示了数和形之间的内在联系，本题使用的方法叫做数形结合法，即由数想到形（数轴），以形助数，使数在图形上直观地反映出来，条理清楚，形象深刻，有利于提高同学们的数与形的转化能力.

例 3.　实数 a、b、c 在数轴上对应的点如图所示，化简：

$a+|a+b|-|b-c|=$____________ .

分析：这是典型的数形结合题，解答此类题的关键是由实数在数轴上的对应位置来确定它们的大小，从而确定 $a+b$，$b-c$ 的符号，进而去掉绝对值符号，达到化简的目的.

解：$\because a>0, b<0, c<0$ 且 $|b|>|a|$，$|b|>|c|$

$\therefore a+b<0 \quad b-c<0$

$\therefore |a+b|=-(a+b) \qquad |b-c|=-(b-c)$

$\therefore$ 原式 $=a+[-(a+b)]-[-(b-c)]$

$=a-(a+b)+(b-c)$

$=a-a-b+b-c$

$=-c$

例 4. 计算：

$$(-2)^2-\left\{5.75-2^2\div\left[(-\frac{1}{2})^2+3\times(-0.75)\right]\times\frac{1}{8}\right\}$$

分析：计算 $4\div(-2)\times\frac{1}{8}$ 时，要注意运算顺序，在进行有理数的加减乘除和乘方混合运算时，对题目的观察分析很重要，通过观察分析，根据题目的结构特点，选择适当的运算顺序、运算定律和方法，可以合理、迅速、正确地进行运算.

解：原式 $=4-\left[5\frac{3}{4}-4\div(\frac{1}{4}-\frac{9}{4})\times\frac{1}{8}\right]$

$=4-\left[5\frac{3}{4}-4\div(-2)\times\frac{1}{8}\right]$

$=4-(5\frac{3}{4}+\frac{1}{4})$

$=4-6$

$=-2$

例 5. 2008 年国家公共财政将投入 2235 亿元，用于免除义务教育阶段学生的学杂费，用科学记数法表示这个数约为________元（保留 3 个有效数字）.

分析：科学记数法与近似数的有效数字时常结合在一起考查，对科学记数法和有效数字概念的理解是解决问题的关键.

解：2235 亿 $=2235\times10^8\approx2.24\times10^{11}$

例 6. 用“$\otimes$”定义新运算，对于任意实数 a，b 都有 $a\otimes b=b^2+1$

例如：$7\otimes4=4^2+1=17$ 　则 $5\otimes3=$______________.

若 m 为实数，则 $m\otimes(m\otimes2)=$______________.

分析：定义新运算是近几年中考命题的热点，突出考查学生的理解能力.

解：$5\otimes3=3^2+1=10$

而 $m\otimes2=2^2+1=5$

$\therefore m\otimes(m\otimes2)=m\otimes5=5^2+1=26$

【跟踪练习】

一、选择题

1. -2 的相反数是（　　）

A. 3　　B. 2　　C. -4　　D. 2 或 -4

2. $-\frac{3}{4}\div(-\frac{4}{3})\times\frac{3}{4}$ 的值等于（　　）

A. $\frac{4}{3}$　　B. $-\frac{4}{3}$　　C. $\frac{27}{64}$　　D. $-\frac{27}{64}$

3. 满足 $|x|<3$ 的整数是（　　）

A. ±2，±1，0　　B. 0，1，2　　C. ±3，±2，±1，0　　D. $-3<x<3$

4. 一台电视机成本为 a 元，销售价比成本价增加25%，因库存积压，所以就按销售价的70%出手，那么每台实际售价为（　　）

A. $(1+25\%)(1+70\%)a$ 元　　B. $70\%(1+25\%)a$ 元

C. $(1+25\%)(1-70\%)a$ 元　　D. $(1+25\%+70\%)a$ 元

5. 如果实数 a 与 b 互为相反数，则 a，b 一定满足（　　）

A. $ab=1$　　B. $ab=-1$　　C. $a+b=0$　　D. $a-b=0$

二、填空题

1. 计算 $1-|-1|=$ ________；　　2. 比较大小：$-\frac{2}{3}$ ________ $-\frac{2}{5}$

3. 若家用电冰箱冷藏室的温度是4°C，冷冻室的温度比冷藏室的温度低22°C，则冷冻室的温度是________.

4. 已知月球与地球的距离为384000km，这个距离用科学记数法表示为________km.

5. 温家宝总理有一句名言："多么小的问题，乘以13亿，都会变得很大；多么大的经济总量，除以13亿，都会变得很小." 据国家统计局公布，2004年我国淡水资源总量为26520亿 m^3，居世界第4位，但人均只有________ m^3，是全球人均水资源最贫乏的13个国家之一.

三、解答题

1. 计算 $12-(-18)+(-7)$.　　2. 计算 $(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{2})\times12$.

3. 计算 $-9+5\times(-6)-(-4)^2\div(-8)$.

4. 《广东省工伤保险条例》规定：职工有依法享受工伤保险待遇的权利. 某单位一名职工因公受伤住院治疗了一个月（按30天计），用去医疗费5000元，伙食费500元，工伤保险基金按规定给他补贴医疗费4500元，其单位按因公出差标准（每天30元）的70%补助给他作伙食费，则在这次工伤治疗中他自己只需支付多少元？

5. 出租车司机王师傅某天下午营运全是在东西走向的人民大道上，如果规定向东为正，向西为负，他这天下午的行程是（单位：km）：+15，−3，+14，−11，+10，−12，+4，−15，+16，−18.

（1）将最后一名乘客送到目的地时，王师傅距下午出发点的距离为多少千米？

（2）若汽车耗油量为0.3 L/km，那么王师傅下午营运共耗油多少升？

【挑战自我】

1. 看过《西游记》的同学，一定都知道孙悟空会分身术，他摇身一变，就变成了2个悟空；这两个悟空摇身一变，又各变成2个，一共有4个悟空；这4个悟空再变，又变成了8个悟空……假设悟空一连变了80次，那么一共有多少个悟空呢？若已知地球重约5.9×10^{23} kg，那么请你列出算式来估计一下，这些悟空的体重总和相当于多少个地球的重量呢？（假设每个悟空重50 kg）

2. 有一个商店把某件商品按进价加20%作为定价，可是总卖不出去；后来老板按定价减价20%，以96元出售，很快就卖掉了，则这次生意是盈是亏？盈亏多少元？

第2课　实　数

【知识要点】

1. 实数分类

$$\text{实数}\begin{cases}\text{正实数}\\ \text{零}\\ \text{负实数}\end{cases}$$

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数（包括正整数、零、负整数）}\\ \text{分数（包括正分数、负分数）}\end{cases}\\ \\ \text{无理数}\left.\begin{cases}\text{正无理数}\\ \text{负无理数}\end{cases}\right\}\text{无限不循环小数}\end{cases}$$

2. 平方根、立方根：若$x^2=a$，则数x叫做数a的平方根，记作$x=\pm\sqrt{a}$.

若$x^3=a$，则数x叫做数a的立方根，记作$x=\sqrt[3]{a}$.

3. 实数与数轴：实数与数轴上的点一一对应.

$$\text{4. 实数大小的比较}\begin{cases}\text{(1) 数轴比较法}\\ \text{(2) 绝对值比较法}\\ \text{(3) 平方比较法}\\ \text{(4) 用计算器求一个数的平方根和立方根并比较大小.}\end{cases}$$

【例题精讲】

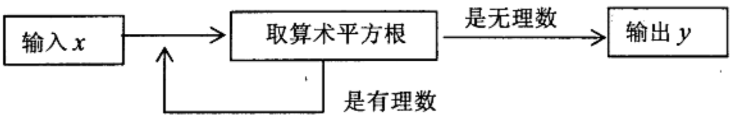
例1. 在$\frac{1}{3},\frac{\sqrt{2}}{3},\frac{\pi}{3}$中，其中无理数是__________.

分析：解此类题的关键是把握以下几个关键问题：(1) 正确理解无理数的概念；(2) 能写作$\frac{p}{q}$（p、

q为整数）形式的都是有理数.

解：无理数是$\frac{\sqrt{2}}{3},\frac{\pi}{3}$.

例2. 有一个数值转换器，如图所示，当输入的x为64时，输出的y是________.



分析：数值转换器的图示是一个操作程序，当你任意输入一个非负数时，先求出它的算术平方根，如果该算术平方根不是无理数，则将这个算术平方根作为新的输入值，再次运算，直到是无理数为止.

解：输入64，取其算术平方根为8，不是无理数，又代入求8的算术平方根为$\sqrt{8}$，满足无理数这个条件，于是输出. 答案为$\sqrt{8}$即$2\sqrt{2}$.

例3. 估计$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$与0.5的大小关系是：$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$______0.5（填“>”、“<”或“=”）.

答案：>.

分析：计算器的使用及简单的实数大小比较越来越多地出现在试题中，在本题中，可用计算器通过计算比较，也可用比较的方法.

$$\because 0.5=\frac{1}{2}\quad 而\sqrt{5}-1>1$$

$$\therefore \frac{\sqrt{5}-1}{2}>\frac{1}{2}即\frac{\sqrt{5}-1}{2}>0.5$$

例4. 计算$(-\frac{1}{4})^{-1}+(-2)^2\times(\sqrt{5})^0-\sqrt[3]{-8}\div|-2|$.

分析：有理数的运算律在实数范围内都适用，运算顺序是先算乘方，再算乘除，最后算加减，运算中有括号的，先算括号里面的，同级运算从左到右依次进行，此题可按运算律先计算算式中的各个部分.

解：$$原式=\frac{1}{(-\frac{1}{4})}+4\times1-(-2)\div2$$
$$=-4+4+1$$
$$=1$$

例5. 若无理数a满足不等式$1<a<4$，请写出两个符合条件的无理数__________.

分析：这是一道开放型试题，同学们学了两种常见的带平方根且开方开不尽的和带立方根开方开不尽的无理数，这种题目主要是注意到a的两个端点数1和4，根据开方与乘方互为逆运算，先计算$1^3=1$，$4^3=64$，因此，写成立方根的被开方数是大于1且小于64之间的任何一个数即可，同理也可以写出平方根的形式.

解：$\sqrt[3]{3}$，$\sqrt{13}$　（答案不唯一，只要符合题意即可）

例6. 学校准备在旗杆附近修建一个面积是$81m^2$的草坪，方案一：建成正方形的；方案二：建成圆形的. 如果请你决策，从节省工料的角度考虑，你选择哪个？请说明理由（π取3.14）.

分析：从节省工料的角度考虑，就是用料少，即图形周长小，因此，只需要由已知条件算出各图形的周长，然后比较大小就可以.

解：设正方形的边长为am，则$a^2=81$，$a=\pm\sqrt{81}$即$a=\pm9$

又因为$a>0$，所以$a=9$，$4a=36$；

所以方案一建成正方形的草坪，需要用料36m.

设圆的半径为rm，则$\pi r^2=81$　　$r=\pm\sqrt{\dfrac{81}{\pi}}$

即$r\approx\pm5.08$，因为$r>0$，所以$r\approx5.08$

$2\pi r\approx31.90$m

由于$31.90<36$，显然第二种方案用料少一些，因此，选用第二种方案.

例 7. 有一个立方体集装箱，体积为64m^3，现准备将其扩充，以盛放更多的货物，其棱长增加几米，才能使体积达到512m^3？

分析：由立方体的体积可以求棱长，然后比较大立方体的棱长和小立方体的棱长，就可以解决此问题.

解：设小立方体的棱长为am，依题意得$a^3=64$　则$a=\sqrt[3]{64}$　即$a=4$

设大立方体的棱长为bm，依题意得$b^3=512$　则$b=\sqrt[3]{512}$　即$b=8$

因为$b-a=4$m，所以将其棱长增加4m，就能使体积达到512m^3.

例 8. $\sqrt{10}$在两个连续整数a和b之间，$a<\sqrt{10}<b$，那么a，b的值分别是________.

分析：10介于两个连续整数3和4的平方之间，即$3^2<10<4^2$，也就是$3<\sqrt{10}<4$.

解：$a=3,b=4$.

例 9. 计算$\sqrt{25}-\sqrt[3]{8}$，结果是（　　）

A. 3　　B. 7　　C. -3　　D. -7

解：原式$=5-2=3$，故选 A.

【跟踪练习】

一、选择题

1. 9的算术平方根是（　　）

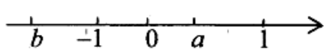
A. -3　　B. 3　　C. ±3　　D. 81

2. 有下列说法：（1）有理数和数轴上的点一一对应；（2）不带根号的数一定是有理数；（3）负数没有立方根；（4）$-\sqrt{17}$是17的平方根. 其中正确的是（　　）

A. 0个　　B. 1个　　C. 2个　　D. 3个

3. 下列计算结果为负数的是（　　）

A. $(-3)^0$　　B. $-|-3|$　　C. $(-3)^2$　　D. $(-3)^{-2}$



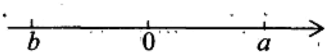
4. 实数a，b在数轴上的位置如下图所示，则下列结论错误的是（　　）

A. $a+b<0$　　B. $ab<0$　　C. $-b>a$　　D. $a-b<0$

5. 设$\sqrt{26}=a$，则下列结论正确的是（　　）

A. $4.5<a<5.0$　　B. $5.0<a<5.5$　　C. $5.5<a<6.0$　　D. $6.0<a<6.5$

6. 实数a，b在数轴上的位置如下图所示，那么化简$|a-b|-\sqrt{a^2}$的结果是（　　）



A. $2a-b$　　B. b　　C. $-b$　　D. $-2a+b$

二、填空题

1. $\sqrt{3}$ 的相反数是________.

2. 写出一个无理数，使它与 $\sqrt{2}$ 的积是有理数，这个数是________.

3. 若 m，n 满足 $|m+2|+(n-1)^2=0$，则 $mn=$ ________.

4. 如右图，是一个简单的实数运算程序. $\boxed{\text{输入}\ x} \to \boxed{x^2} \to \boxed{-1} \to \boxed{\text{输出}}$，

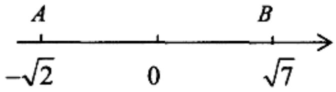
当输入 x 的值为 $-2\sqrt{3}$ 时，输出的值为________.

5. $\sqrt{16}$ 的平方根是________.

6. $(\sqrt{2})^0=$________，$(\frac{1}{2})^{-2}=$________.

7. 若 a，b 互为相反数，c，d 互为倒数，则 $\sqrt{a+b}+\sqrt[3]{cd}=$________.

8. 如下图，在数轴上点 A 和点 B 之间表示的整数有_____个.



三、解答题

1. 计算 $\sqrt{18}-\frac{1}{2}\div 2^{-1}-\frac{4}{\sqrt{2}}+1$

2. 计算 $\sqrt[3]{-3\frac{3}{8}}+2\left|1-\sqrt{3}\right|-\frac{1}{2}(\pi-1)^0-\sqrt{12}$

3. 计算 $(-1)^2+(-\frac{1}{2})^{-1}-5\times(2008-\pi)^0$

4. 已知 $x=(2+\sqrt{5})^{2008}\cdot(\sqrt{5}-2)^{2007}$，求 $\sqrt{x(x-4)}$ 的值.

【挑战自我】

1. $\sqrt{11}$ 的小数部分可用实数表示成________.

2. 用计算器探索：（1）$\sqrt{121(1+2+1)}=$________；

（2）$\sqrt{12321(1+2+3+2+1)}=$________；

（3）$\sqrt{1234321(1+2+3+4+3+2+1)}=$________；

由此猜想 $\sqrt{1234567654321(1+2+3+4+5+6+7+6+5+4+3+2+1)}=$________.

第3课　　整　式

【知识要点】

1. 与单项式有关的概念：数与字母的积，这样的式子叫单项式，单独一个字母或数也叫单项式，其中的数字因数叫单项式的系数；所有字母的指数和叫单项式的次数.

2. 与多项式有关概念：几个单项式的和叫做多项式；其中每个单项式叫做多项式的项；不含字母的项叫常数项；多项式里次数最高的项的次数叫多项式的次数.

3. 整式的概念：单项式和多项式统称整式.

4. 与同类项有关的概念：所含字母相同，并且相同字母的指数也相同的项，叫做同类项. 把同类项合并成一项就叫做合并同类项. 在合并同类项时，把同类项的系数相加，字母和字母的指数不变.

5. 整式加减法：整式加减法的实质就是去括号、合并同类项.

6. 去（添）括号法则：去（添）括号后，括号前是“＋”号，去掉（括号）括号后（里）的各项的符号都不变；括号前是“－”号，去掉（括号）括号后（里）的各项的符号都改变.

7. 幂的运算性质：（1）$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$；（2）$(a^m)^n=a^{mn}$；（3）$(ab)^n=a^nb^n$；（4）$a^m\div a^n=a^{m-n}$（$a\neq0$，$b\neq0$，m，n均为任意数）. 特别规定：（1）$a^0=1$（$a\neq0$）；（2）$a^{-p}=\dfrac{1}{a^p}$（$a\neq0$，p是正整数）.

8. 单项式乘以单项式的法则：单项式与单项式相乘，把它们的系数、相同字母的幂分别相乘，其余字母连同它的指数不变，作为积的因式.

9. 单项式乘以多项式的法则：单项式与多项式相乘，就是根据分配律，用单项式去乘多项式的每一项，再把所得的积相加.

10. 多项式乘以多项式的法则：多项式与多项式相乘，先用一个多项式的每一项乘另一个多项式的每一项，再把所得的积相加.

乘法公式：平方差公式$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$，完全平方公式：$(a\pm b)^2=a^2\pm2ab+b^2$.

11. 单项式除以单项式的法则：单项式相除，把系数、同底数幂分别相除后，作为商的因式；对于只在被除式里含有的字母，则连同它的指数一起作为商的一个因式.

12. 多项式除以单项式的法则：多项式除以单项式，先把这个多项式的每一项分别除以单项式，再把所得的商相加.

13. 分解因式：把一个多项式化成几个整式的积的形式，这种变形叫做把这个多项式分解因式.

14. 分解因式的方法：

（1）提公因式法：如果一个多项式的各项含有公因式，那么就可以把这个公因式提出来，从而将多项式化成两个因式乘积的形式，这种分解因式的方法叫做提公因式法.

（2）运用公式法：平方差公式：$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$；

完全平方公式：$a^2\pm2ab+b^2=(a\pm b)^2$.

15. 分解因式的步骤：分解因式时，首先考虑是否有公因式，如果有公因式，一定先提取公因式，然后再考虑是否能用公式法分解.

16. 分解因式时常见的思维误区：

（1）提公因式时，其公因式应找字母指数最低的，而不是以首项为准.

（2）提取公因式时，若有一项被全部提出，括号内的项“1”易漏掉.

（3）分解不彻底，如保留中括号形式，还能继续分解等.

【例题精讲】

例 1. 设$A=5x^2+4x-1$，$B=-x^2-3x+3$，$C=8-7x-6x^2$，请说明$A-B+C$的值与x的取值无关.

分析：所给多项式的值与x无关，即要求多项式的值不含x，所以要将A、B、C所表示的代数式代入进行加减运算，最后所得的结果中不含x，就能说明$A-B+C$的值与x的取值无关.

解：$\because A-B+C=(5x^2+4x-1)-(-x^2-3x+3)+(8-7x-6x^2)$

$=5x^2+4x-1+x^2+3x-3+8-7x-6x^2$

$=(5+1-6)x^2+(4+3-7)x-1-3+8$

$=4$

$\because 4$为常数项，

$\therefore$结论成立.

点评：把A、B、C表示的多项式看成一个整体，用括号括起来，以减少符号方面的错误.

例 2. a是绝对值等于2的负数，b是最小的正整数，c的倒数的相反数是-2. 求代数式$4a^2b^3-[(2abc+(5a^2b^3-7abc)-a^2b^3)]$的值.

分析：由已知条件可知$a=-2$，$b=1$，$c=\dfrac{1}{2}$，然后化简代数式，最后将已知条件代入求值.

解：$\because a$是绝对值等于2的负数，$\therefore a=-2$

$\because b$是最小的正整数，$\therefore b=1$

$\because c$的倒数的相反数是-2，$\therefore c=\dfrac{1}{2}$

$4a^2b^3-[2abc+(5a^2b^3-7abc)-a^2b^3]$

$=4a^2b^3-2abc-5a^2b^3+7abc+a^2b^3$

$=5abc$

$\because a=-2$，$b=1$，$c=\dfrac{1}{2}$

$\therefore$原式$=5\times(-2)\times1\times\dfrac{1}{2}=-5$

点评：求代数式值的题目，一般是找到代数式中的字母的值，将代数式化简后代入求值.

例 3.（2006·济南市）请你从下列各式中，任选两式作差，并将得到的式子进行因式分解.

$4a^2$，　　$(x+y)^2$，　　1，　　$9b^2$.

分析：本题存在12种不同的作差结果.

如：$4a^2-1$；$9b^2-1$；$4a^2-9b^2$；$1-4a^2$；$1-9b^2$；$9b^2-4a^2$，这6种形式

解1：$4a^2-9b^2$

$=(2a+3b)(2a-3b)$.

$(x+y)^2-1$；$(x+y)^2-4a^2$；$(x+y)^2-9b^2$；$1-(x+y)^2$；$4a^2-(x+y)^2$；$9b^2-(x+y)^2$另6种形式为.

解2：$1-(x+y)^2$

$=[1+(x+y)][1-(x+y)]$

$=(1+x+y)(1-x-y)$.

例 4．(2007·浙江温州)给出三个多项式：$\dfrac{1}{2}x^2+x-1$，$\dfrac{1}{2}x^2+3x+1$，$\dfrac{1}{2}x^2-x$，请你选择其中两个进行加法运算，并把结果因式分解.

分析：本题有三种选择，答题时因选择的多项式不同，运算过程和结果也不同.

解：如选择多项式：$\dfrac{1}{2}x^2+x-1$，$\dfrac{1}{2}x^2+3x+1$

则 $(\dfrac{1}{2}x^2+x-1)+(\dfrac{1}{2}x^2+3x+1)=x^2+4x=x(x+4)$

点评：中考中关于整式的运算和因式分解的考法越来越活，让学生自由选择运算的难易程度，考试时不必写出每种运算的可能性，但在练习时要做出每种可能性，增加练习量，找规律，考试时选最佳的运算即可.

【跟踪练习】

一、选择题

1. 已知代数式$\frac{1}{2}x^{a-1}y^3$与$-3x^{-b}y^{2a+b}$是同类项，那么a，b的值是（　　）

A. $\begin{cases}a=2\\b=-1\end{cases}$　　B. $\begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}$　　C. $\begin{cases}a=-2\\b=-1\end{cases}$　　D. $\begin{cases}a=-2\\b=1\end{cases}$

2. 化简$m-n-(m+n)$的结果是（　　）

A. 0　　B. $2m$　　C. $-2n$　　D. $2m-2n$

3. 若$x=2$，则$\frac{1}{8}x^3$的值是（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. 4　　D. 8

4. 一次课堂练习，小敏同学做了如下四道因式分解题，你认为小敏做得不够完整的一题是（　　）

A. $x^3-x=x(x^2-1)$　　B. $x^2-2xy+y^2=(x-y)^2$

C. $x^2y-xy^2=xy(x-y)$　　D. $x^2-y^2=(x-y)(x+y)$

5. 如图3-1，在边长为a的正方形中挖去一个边长为b的小正方形（$a>b$），再沿虚线剪开，如图(1)，然后拼成一个梯形，如图(2)，根据这两个图形的面积关系，表明下列式子成立的是（　　）

A. $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

B. $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

C. $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

D. $a^2-b^2=(a-b)^2$

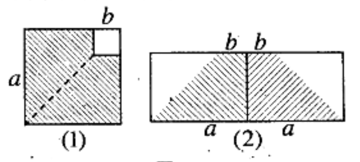


图3-1

二、填空题

1. 多项式$2x^4-3x^5-2\pi^4$是________次________项式，最高次项的系数是________，四次项的系数是________，常数项是________.

2. 在x^2，$\frac{1}{2}(x+y)$，$-\frac{1}{x}$，$\frac{1}{\pi}$，-3，$\frac{100}{x}-3$中，单项式是________，多项式是________，整式是________.

3.（2007·湖北宜宾）因式分解：$xy^2-2xy+x=$__________.

（2007·浙江金华）因式分解：$2x^2-18=$__________.

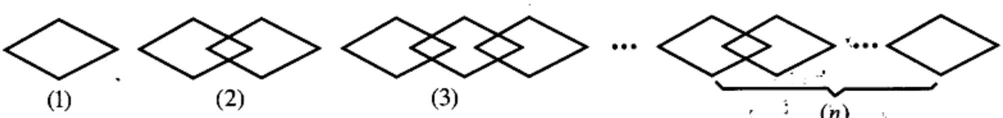


图 3-2

4.找规律：如图3-2，第（1）幅图中有1个菱形，第（2）幅图中有3个菱形，第（3）幅图中有5个菱形，则第（n）幅图中共有__________个菱形.

三、解答题

1. 计算：

(1) $(x-y)^2-(x+y)(x-y)$　　(2) $[x(x^2y^2-xy)-y(x^2-x^3y)]\div 3x^2y$

(3) $(xy+1)(x^2y^2-1)(-xy+1)$　　(4) $(x-2y)^2(x+2y)^2$

2. 因式分解：

(1) $16x^4-1$　　(2) x^3-3x

(3) $(a-b)(x-y)-(b-a)(x+y)$　　(4) $(a+b)^2-2(ac+bc)+c^2$

3. 化简求值：$[(xy+2)(xy-2)-2x^2y^2+4]\div xy$，其中 $x=10$，$y=\frac{1}{25}$.

【挑战自我】

1.（2006·张家界市）已知 $x^2-2y=1$，那么 $2x^2-4y+3=$__________.

2. 从某整式减去 $xy-2yz+3zx$，因误认为加上此式，则答案为 $2yz-3zx+2xy$，试求正确答案.

第4课　分　式

【知识要点】

1. 分式的定义：如果 A、B 表示两个整式，并且 B 中含有字母，那么式子 $\frac{A}{B}$ 叫做分式.

2. 分式有意义的条件是分母不能为0；分式值为零的条件是分子为0，分母不为0.

3. 分式的基本性质：分式的分子、分母都乘以（或除以）同一个不等于零的整式，分式的值不变.

4. 分式的加减运算：

同分母分式加减法法则：同分母分式相加减，分母不变，分子相加减.

用字母可表示成：$\frac{b}{a}\pm\frac{c}{a}=\frac{b\pm c}{a}$

异分母分式加减法法则：异分母分式相加减，先通分，化为同分母的分式，然后再按同分母分式的加减法法则进行计算.

用字母可表示成：$\frac{b}{a}\pm\frac{d}{c}=\frac{bc}{ac}\pm\frac{ad}{ac}=\frac{bc\pm ad}{ac}$

5. 通分找最简公分母的步骤：

（1）如果分式的分母是多项式，要先进行因式分解.
（2）最简公分母的系数是各分母系数的最小公倍数.
（3）各个分式分母中出现的字母或式子都要在最简公分母中出现.
（4）取各字母或式子的最高次幂.

6. 分式乘法法则：两个分式相乘，把分子相乘的积作为积的分子，把分母相乘的积作为积的分母.

7. 分式除法法则：两个分式相除，把除式的分子和分母颠倒位置后再与被除式相乘.

【例题精讲】

例 1. 当 x 取何值时，式子 $\frac{|x|-2}{(x+1)(x+2)}$ 有意义？当 x 取什么数时，该式子值为零？

分析：分式的分母不为零时分式有意义；分式的值为零必须满足两个条件：（1）分子为零；（2）分母不为零.

解：由 $(x+1)(x+2)=0$

得 $x=-1$ 或 -2

所以，当 $x\neq-1$ 且 $x\neq-2$ 时，原分式有意义

由分子 $|x|-2=0$ 得 $x=\pm2$

当 $x=2$ 时，分母 $x^2+3x+2\neq0$

当 $x=-2$ 时，分母 $x^2+3x+2=0$，原分式无意义.

所以当 $x=2$ 时，式子 $\frac{|x|-2}{(x+1)(x+2)}$ 的值为零.

例 2. 先化简 $(1+\frac{1}{x-1})\div\frac{x}{x^2-1}$，再选择一个恰当的 x 值代入并求值.

分析：先化简再求值，选择一个恰当的 x 的值，要选使原式和化简后的式子都有意义的值.

解：原式 $=(\frac{x-1}{x-1}+\frac{1}{x-1})\cdot\frac{(x+1)(x-1)}{x}=\frac{x}{x-1}\cdot\frac{(x+1)(x-1)}{x}=x+1$

x 取不等于 -1，0，1 的其他值，求值正确即可．如当 $x=2$ 时，原式 $=2+1=3$.

点评：x 的取值不能使原分式无意义，所以 x 取不等于 -1，0，1 的数.

例 3. 化简求值：$\frac{x^2+2x+1}{x+2}\div\frac{x^2-1}{x-1}-\frac{1}{x+2}$，其中 $x=\sqrt{2}$.

分析：先化简，再代入求值，注意运算顺序.

解：化简：原式 $=\frac{(x+1)^2}{x+2}\div\frac{(x+1)(x-1)}{x-1}-\frac{1}{x+2}=\frac{(x+1)^2}{x+2}\cdot\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}$

$$=\frac{x+1}{x+2}-\frac{1}{x+2}=\frac{x}{x+2}$$

当 $x=\sqrt{2}$ 时，原式 $=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+2}=\frac{\sqrt{2}(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}=\sqrt{2}-1$

例 4. 已知 a^2-6a+9 与 $|b-1|$ 互为相反数，求代数式

$(\frac{4}{a^2-b^2}+\frac{a+b}{ab^2-a^2b})\div\frac{a^2+ab-2b^2}{a^2b+2ab^2}+\frac{b}{a}$ 的值.

分析：要求代数式的值，则需通过已知条件求出 a，b 的值，又因为 $a^2-6a+9=(a-3)^2\geqslant0$，$|b-1|\geqslant0$，利用非负数及相反数的性质可求出 a，b 的值.

解：由已知得 $a-3=0$，$b-1=0$，解得 $a=3$，$b=1$

$$原式=[\frac{4}{(a+b)(a-b)}+\frac{a+b}{ab(b-a)}]\div\frac{a^2+ab-2b^2}{ab(a+2b)}+\frac{b}{a}$$

$$=[\frac{-(a-b)^2}{ab(a-b)(a+b)}]\div\frac{a^2-b^2+ab-b^2}{ab(a+2b)}+\frac{b}{a}$$