



高等职业技术教育基础课 “十一·五” 规划教材
(五年制)

工程力学

宋小壮○主编

(土木类)

GONGCHENG LIXUE



高等职业技术教育基础课“十一五”规划教材

(五年制)

工 程 力 学

(土木类)

主 编	宋小壮				
副主编	张益飞	易小娟			
参 编	黄凤珠	侯贵香	殷昌永	于苏民	
主 审	徐道远				



机械工业出版社

本书是根据教育部关于职业技术人才培养目标及教材建设总体要求编写的,降低了对学习者知识储备的要求,突出了实用性,扩大了工程知识的广度,体现了职业特色。本书对知识体系作了必要有效的调整,使多门与土木工程有关的力学内容融为一体,减少了学习时数。每章后附有小结、思考题、小实验、习题以及提高读者理性思维和素质的内容。

全书共10章,主要内容有静力学分析基础、力系的平衡问题、平面体系的几何组成分析、静定结构的内力分析、构件失效分析基础、构件的应力与强度计算、压杆稳定、静定结构的位移计算与刚度校核、超静定结构的内力计算、影响线与动荷载介绍。

本书可作为职业院校工民建、道桥、水利、市政等各专业工程力学教材,也可供相关工程和技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学(土木类)/宋小壮主编. —北京:机械工业出版社, 2006. 8

高等职业技术教育基础课“十一五”规划教材
ISBN 978-7-111-20181-6

I. 工... II. 宋... III. 工程力学—高等学校:技术学校—教材 IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 124439 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑:宋学敏 版式设计:张世琴 责任校对:陈延翔

封面设计:王伟光 责任印制:李妍

北京铭成印刷有限公司印刷

2007 年 1 月第 1 版第 1 次印刷

184mm × 260mm · 18.75 印张 · 457 千字

0001—3000 册

定价:26.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

销售服务热线电话:(010)68326294

购书热线电话:(010)88379639 88379641 88379643

编辑热线电话:(010)68354423

封面无防伪标均为盗版

前言

本书是根据教育部关于职业技术人才培养目标及教材建设总体要求,结合编者长期的教学实践与改革的经验和成果编写的。

本书在编写过程中,降低了对学习者知识储备的要求,学习者只要具备初中以上文化程度就可以进行工程力学的学习,因此符合职业院校学生(尤其五年制)的认识规律。编写中力求做到突出工程力学思想、理论联系实际、循序渐进,降低学习难度,扩大工程知识的广度,突出实用性。本书为了避免教学内容的重复,对知识体系作了必要有效的调整,使多门与土木工程有关的力学内容融为一体,使学习者能在较少的学时数内,通过本课程的学习,掌握运用力学的基本方法分析、判断和解决工程力学问题,并在学习工程力学课程的同时,培养理性的思维方式和工程力学素质。

本书内容丰富,以便各专业选用,不同的专业可根据需要决定取舍内容。每章后附有小结、思考题、小实验和习题,书末附有部分习题答案。为能更好地为教学服务,编写了丰富的习题内容,在教学中应加以选用。思考题和小实验中有部分问题需要学习者自己动手和动脑,很难在书本中找到现成的答案,以培养学习者的创新意识和创造能力。

本书中的名称、单位和符号均按照现行的国家标准编写,与以往的教材有一定的区别,希望使用者能早日适应这种变化。

本书承河海大学徐道远教授主审,由南京建筑高等职业技术学校宋小壮主编。参加本书编写的人员还有:南京工程高等职业技术学校张益飞、黄凤珠,常州建设高等职业技术学校易小娟、殷昌永,南京建筑高等职业技术学校侯贵香、南京交通职业技术学院于苏民。本书在编写过程中,南京河海大学王向东、南京航空航天大学吴文龙、虞伟建、南京交通职业技术学院刘静予提供了宝贵意见,并得到江苏联合职业技术学院程有鹏等和各分院领导的有力支持,在此一并表示感谢。为能更好地为教学服务,将陆续推出与教材配套的教学参考书和教学课件。

由于时间仓促,加上水平有限,书中难免有不足之处,欢迎大家批评指正。

编者

目 录

前言		第一节 内力计算基础	68
引言	1	第二节 轴向拉(压)杆的内力	69
第一章 静力学分析基础	3	第三节 扭转杆件的内力	71
第一节 力和力偶	3	第四节 静定单跨梁的内力	72
第二节 受力分析基础	9	第五节 静定多跨梁和刚架的内力分析	87
小结	16	第六节 平面静定桁架的内力分析	94
思考题	17	第七节 其他常见结构的内力分析介绍	99
小实验	18	小结	101
习题	18	思考题	102
第二章 力系的平衡问题	24	小实验	103
第一节 平面力系的简化	24	习题	103
第二节 平面力系的平衡	26	第五章 构件失效分析基础	112
第三节 物体系统的平衡	33	第一节 应力、应变、胡克定律	112
第四节 考虑摩擦的平衡问题	36	第二节 应力状态分析介绍	115
第五节 空间力系平衡的介绍	40	第三节 材料拉伸和压缩时的力学性能	117
小结	46	第四节 构件失效分析及其分类	119
思考题	48	小结	120
小实验	49	思考题	120
习题	49	小实验	120
第三章 平面体系的几何组成分析	58	习题	121
第一节 结构组成的几何规则	58	第六章 构件的应力与强度计算	123
第二节 结构组成的分析方法	61	第一节 强度失效和强度条件	123
第三节 体系的几何组成与静定性的关系	63	第二节 截面图形的几何性质	125
小结	63	第三节 轴向拉(压)杆的应力与强度	129
思考题	64	第四节 连接件的实用计算	132
小实验	64	第五节 圆轴扭转时的应力与强度	136
习题	64	第六节 梁弯曲时的应力与强度	140
第四章 静定结构的内力分析	68	第七节 组合变形杆件的强度计算方法	151
		小结	155
		思考题	156
		小实验	157
		习题	157

第七章 压杆稳定	165	第四节 力矩分配法	230
第一节 压杆的失稳失效	165	第五节 超静定结构特性	241
第二节 压杆的稳定条件	169	小结	245
小结	174	思考题	245
思考题	175	小实验	248
小实验	175	习题	248
习题	175		
第八章 静定结构的位移计算与 刚度校核	180	第十章 影响线与动荷载介绍	256
第一节 轴向拉(压)杆的变形	180	第一节 影响线的概念	256
第二节 静定结构的位移计算	183	第二节 用静力法作简支梁的影响线	256
第三节 单跨静定梁的变形与刚度计算	192	第三节 影响线的应用	259
小结	200	第四节 动荷载的概念	261
思考题	201	第五节 冲击应力	262
小实验	201	小结	264
习题	201	思考题	265
		小实验	265
第九章 超静定结构的内力计算	206	习题	265
第一节 力法	206		
*第二节 对称性的利用	214	附录 型钢规格表	267
第三节 位移法	220	习题答案	275
		参考文献	290



引言

工程力学是属于经典力学范畴内偏重于工程应用的一门技术基础课程。力学作为一门基础的自然学科,是人类认识世界、改造世界的锐利武器。它形成了一套朴素的辩证唯物论的严谨思想体系,是人类文明中一颗璀璨的明珠。因此学习力学对形成辩证唯物论的世界观是非常有利的,对学习者的思维训练也是极有益的,通过力学的学习可以培养严谨、理性的思维习惯。

工程力学也是土木工程计算的理论基础,通过学习可以逐步形成工程理念,同时只有学好了工程力学才能真正为掌握好土木工程的专业知识奠定基础,才能不断地更新专业知识。大量的实践证明,只有学好了本课程才可能具备良好的工程素质,才能在工作现场用理性的思维解决千变万化的工程实际问题。

工程中各种各样的建筑物、机械等承受外力作用的部分,都是由若干构件(或零件)按照一定的规律组合而成的,称为结构(图0-1)。结构和构件就是工程力学的研究对象。

物体在空间的位置随时间的改变,称为机械运动,例如车辆的行驶、机器的运转等。在绝大多数工程问题中,都把地球作为参考体,若物体相对于地球静止或作匀速直线运动,则称物体是平衡的。平衡是机械运动的特殊状态,探求物体的平衡规律是工程力学的一项重要任务。

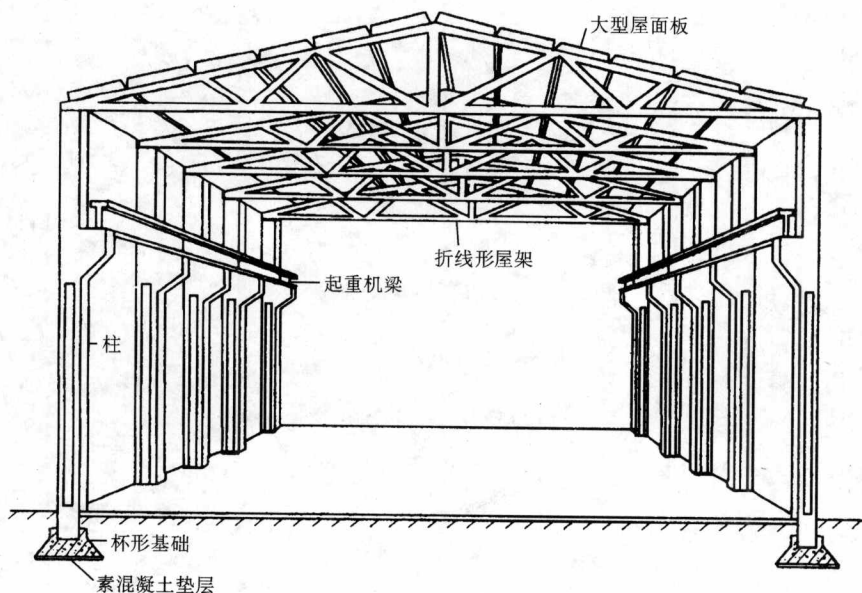


图0-1 单层厂房结构

工程结构和构件受力的作用而丧失正常功能的现象,称为失效。在工程中,要求构件和结构必须安全正常地工作而不能发生失效,同时又要求构件和结构在工程中经济节约,外形

美观，三者如何有机的统一，是工程力学的另一项重要任务。

理论分析、试验分析和计算分析是工程力学中三种主要的研究方法。理论分析是以基本概念和定理为基础，经过数学推演，得到问题的解答，它是广泛使用的一种方法。工程力学的基本概念和定理都是以试验为基础的，构件的失效则与所选材料的力学性能有关。材料的力学性能是材料在力的作用下，抵抗变形和破坏等表现出来的性能，必须通过材料试验才能测定。另外，对于现有理论还不能解决的某些复杂的工程力学问题，有时要依靠试验方法加以解决。试验分析方法在工程力学中既是理论分析的基础，又与理论分析互为补充。因此，试验分析方法在工程力学中占有重要的地位。随着计算机技术的飞速发展，工程力学的计算手段发生了根本性变化，使计算得到简化，例如几十层的高层建筑的结构计算，现在仅用几小时便得到全部结果。不仅如此，在理论分析中，可以利用计算机得到难于导出的公式或不便于用公式进行的计算；在试验分析中，计算机可以整理数据、绘制试验曲线，选用最优参数，甚至可以模拟试验，得出试验结果，包括在试验室无法进行的试验等。计算机分析已成为一种独特的研究方法，其地位将越来越重要。应该指出，上述工程力学的三种研究方法是相辅相成、互为补充、互相促进的。学习工程力学首先应掌握好传统的理论分析与试验分析方法，因为它是进一步学习工程力学其他内容以及掌握计算机分析方法的基础。

工程力学并不是高深莫测的，在我们生活的方方面面都有许多力学问题，只不过自觉或不自觉在运用力学规律。在学习工程力学时，必须理论联系实际，遇到实际问题尽量用学到的理论加以定性或定量的解释。学习工程力学应重视运算能力的提高，很多工程最终是要用数据来表达的，因而运算能力是一名工程技术人员应具备的重要素质之一。

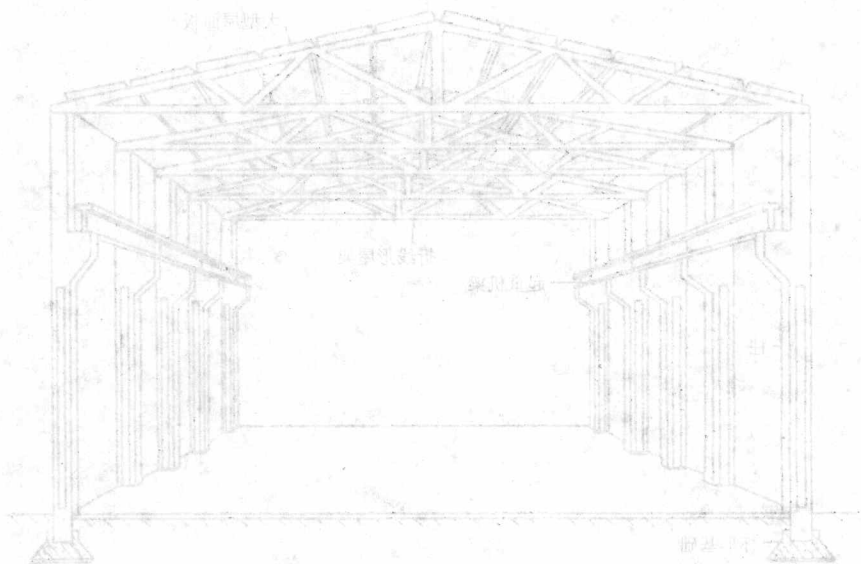


图 1-1 某建筑结构的框架图

本课程主要介绍工程力学的基本概念、基本理论和基本计算方法。通过学习，使学生掌握工程力学的基本知识，为后续课程的学习打下基础。本课程的教学目标是：使学生掌握工程力学的基本概念、基本理论和基本计算方法；使学生了解工程力学在工程中的应用；使学生具备分析和解决工程问题的能力。



第一章

静力学分析基础

第一节 力和力偶

一、力

1. 力的概念

人们对力的认识是在长期的生活实践中逐步形成的,用手提起重物时,手臂的肌肉会感到紧张,我们说手臂正在用力。而手臂所起的作用也可以用其他物体来代替,比如,手可以拿住重物,绳子也可以拴住重物,这说明不仅人能对物体有力的作用,物体之间也有力的作用。力作用在物体上会产生什么样的效果?用力推静止的小车,小车就会运动起来;用力拉弹簧,弹簧就会变形。那么,在工程力学中所讲的力又是什么?

力是物体之间的相互机械作用,这种作用使物体的运动状态发生变化(运动效应),或者使物体的形状发生改变(变形效应)。

力对物体的作用产生两种效应:运动效应和变形效应。其中运动效应可以分解成移动效应和转动效应两种。例如在足球比赛中,如果运动员要踢出香蕉球(弧线球),在击球时必须使球向前运动的同时还需使球绕球心转动。前者为移动效应,后者为转动效应。

实践表明,力对物体的效应取决于力的大小、方向和作用点三个要素,称为力的三要素。

在国际单位制(SI)中,力的单位为牛顿(N),工程实际中常采用牛顿的倍数单位千牛(kN), $1\text{kN}=10^3\text{N}$ 。

作用于一个物体上的两个或两个以上的力所组成的系统,称为力系。对物体作用效果相同的力系,称为等效力系。如果一个力和一个力系等效,则该力为力系的合力,而力系中的各个力称为这个力的分力。

2. 力的性质

力是一个有大小和方向的量,所以力是矢量,可以用一段带箭头的线段来表示,线段的长短代表大小,箭头表示力的指向(图 1-1)。规定用黑体字母 $\boldsymbol{F}$ 表示力矢量,而用普通字母 F 表示力的大小。通过力的作用点并沿着力的方向作一条直线,这条直线称为力的作用线。

作用于物体上同一点的两个力可以合成为一个合力,合力也作用于该点,合力的大小、方向由这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线来表示(图 1-2)。这一性质也称为力的平行四边形法则,可用矢量式

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2$$

表示。即两个交于一点力的合力,等于这两个力的矢量和;反过来,一个力也可以依照力的平行四边形法则,按指定方向分解成两个分力。

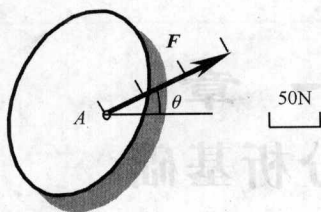


图 1-1 力

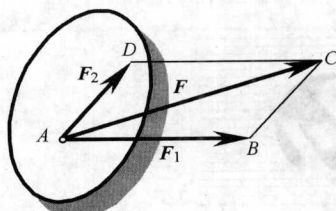


图 1-2 力的合成

同理，作用于物体上同一点的 n 个力组成的力系，多次采用两两合成的方法，最终可合成为一个合力 F_R ，它等于这个力系中所有力的矢量和，即

$$F_R = F_1 + F_2 + \cdots + F_n = \sum_{i=1}^n F_i = \Sigma F \quad (1-1)$$

即 n 个力交于一点，则可以合成为一个合力，合力的作用线通过原力系的交点（ ΣF 是 $\sum_{i=1}^n F_i$ 在力学中的简化表示）。

由于力是物体间的相互作用，力的产生必定牵涉到两个相互作用的物体，当一个物体受到另一个物体作用的同时也对另一个物体产生作用。这种两物体间相互作用的力，总是大小相等、方向相反、沿同一直线，分别作用在这两个物体上。这一性质也称为力的作用与反作用定律。

作用在同一物体上的两个力如大小相等、方向相反、沿同一直线，那么这两个力对物体的运动效应没有影响，则这两个力的合力为零；反过来，一物体上只作用了两个力，而物体是平衡的，那么这两个力必然大小相等、方向相反、沿同一直线。这一性质也称为二力平衡原理。

物体在一个力系作用下处于平衡状态，则称这个力系为平衡力系，在平衡力系作用下物体不产生运动效应。

二、力在直角坐标轴上的投影

为了便于计算，在力学计算中常常通过力在直角坐标轴上的投影将矢量运算转化为代数运算。

1. 力在直角坐标轴上的投影

如图 1-3 所示，在力 F 作用的平面内建立直角坐标系 Oxy 。由力 F 的起点 A 和终点 B 分别向 x 轴引垂线，垂足分别为 x 轴上的两点 A' 、 B' ，则线段 $A'B'$ 称为力 F 在 x 轴上的投影，用 F_x 表示，即

$$F_x = \pm A'B'$$

投影的正负号规定如下：若从 A' 到 B' 的方向与轴正向一致，投影取正号；反之取负号，力在坐标轴上的投影是代数量。

同样，力 F 在 y 轴上的投影 F_y 为

$$F_y = \pm A''B''$$

由图 1-3 可得

$$\left. \begin{aligned} F_x &= \pm F \cos \alpha \\ F_y &= \pm F \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

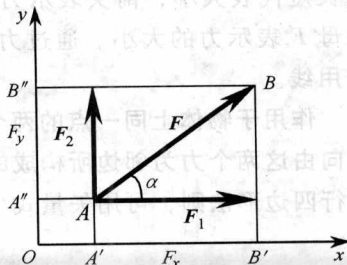


图 1-3 力在直角坐标轴上的投影

式中, α 为力与 x 轴所夹的锐角, 图 1-3 中 F_1 、 F_2 是力 F 沿直角坐标轴方向的两个分力, 是矢量。它们的大小和力 F 在轴上投影的绝对值相等, 即

$$F_1 = |F_x|, \quad F_2 = |F_y|$$

而投影的正(负)号代表了分力的指向和坐标轴的指向一致(或相反), 这样投影就将分力的大小和方向表示出来了, 从而将矢量运算转化成了代数运算。在后面的运算中, 也常常利用投影和沿直角坐标轴方向两力的关系, 确定这两力的大小, 将一个力分解成两个相互垂直的分力, 称为力的正交分解, 是运算中常采用的方法。

为了计算方便, 往往先根据力与某轴所夹的锐角来计算力在该轴上投影的绝对值, 再由观察来确定投影的正负号。

例 1-1 试分别求出图 1-4 中各力在 x 轴和 y 轴上投影。已知 $F_1 = 100\text{N}$, $F_2 = 150\text{N}$, $F_3 = F_4 = 200\text{N}$, 各力方向如图所示。

解 由式(1-2)可得出各力在 x 、 y 轴上的投影为

$$F_{1x} = F_1 \cos 45^\circ = 100\text{N} \times 0.707 = 70.7\text{N}$$

$$F_{1y} = F_1 \sin 45^\circ = 100\text{N} \times 0.707 = 70.7\text{N}$$

$$F_{2x} = -F_2 \cos 30^\circ = -150\text{N} \times 0.866 = -129.9\text{N}$$

$$F_{2y} = -F_2 \sin 30^\circ = -150\text{N} \times 0.5 = -75\text{N}$$

$$F_{3x} = F_3 \cos 90^\circ = 0$$

$$F_{3y} = -F_3 \sin 90^\circ = -200\text{N} \times 1 = -200\text{N}$$

$$F_{4x} = F_4 \cos 60^\circ = 200\text{N} \times 0.5 = 100\text{N}$$

$$F_{4y} = -F_4 \sin 60^\circ = -200\text{N} \times 0.866 = -173.2\text{N}$$

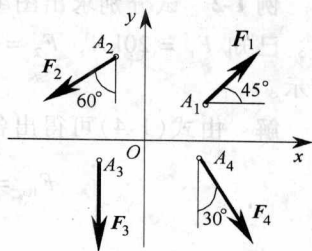


图 1-4

反过来, 如已知一个力在直角坐标系的投影, 可以求出这个力的大小和方向。由图 1-3 可知:

$$\left. \begin{aligned} F &= \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \\ \alpha &= \arctan \frac{|F_y|}{|F_x|} \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

式中, 取 $0 \leq \alpha \leq \pi/2$, α 代表力 F 与 x 轴的夹角, 具体力的指向可通过投影的正负值来判断, 如图 1-5 所示。

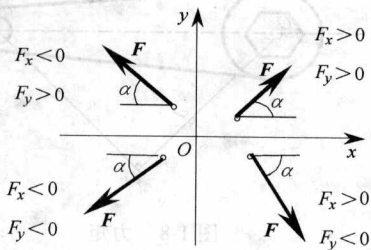


图 1-5 力方向的判断

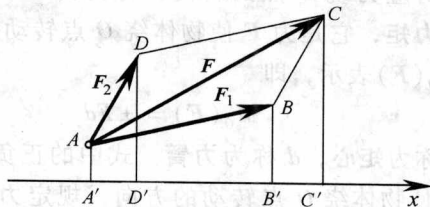


图 1-6 合力投影定理

2. 合力投影定理

由于力的投影是代数量, 所以各力在同一轴的投影可以进行代数运算, 由图 1-6 不难看出, 由 F_1 与 F_2 的和组成力系的合力 F 在任一坐标轴(如 x 轴)上的投影 $F_x = A'C' = A'B' +$

$B'C' = A'B' + A'D' = F_{1x} + F_{2x}$, 对于多个力组成的力系以此推广, 可得合力投影定理:

合力在直角坐标轴上的投影(F_{Rx}, F_{Ry})等于各分力在同一轴上投影的代数和, 即

$$\left. \begin{aligned} F_{Rx} &= F_{1x} + F_{2x} + \cdots + F_{nx} = \sum_{i=1}^n F_{ix} = \sum F_x \\ F_{Ry} &= F_{1y} + F_{2y} + \cdots + F_{ny} = \sum_{i=1}^n F_{iy} = \sum F_y \end{aligned} \right\} \quad (1-4)$$

如果将各个分力沿直角坐标轴方向进行分解, 再对平行于同一坐标轴的分力进行合成(方向相同的相加, 方向相反的相减), 可以得到合力在该坐标轴方向上的分力(F_{Rx}, F_{Ry})。可以证明, 合力在直角坐标系坐标轴上的投影(F_{Rx}, F_{Ry})和合力在该坐标轴方向上的分力(F_{R1}, F_{R2})大小相等, 而投影的正(负)号代表了分力的指向和坐标轴的指向一致(相反)。

例 1-2 试分别求出图 1-7 中各力的合力在 x 轴和 y 轴上投影。已知 $F_1 = 20\text{kN}$, $F_2 = 40\text{kN}$, $F_3 = 50\text{kN}$, 各力方向如图所示。

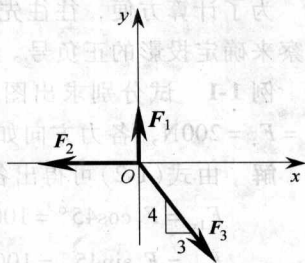


图 1-7

解 由式(1-4)可得出各力的合力在 x 、 y 轴上的投影为

$$\begin{aligned} F_{Rx} &= \sum F_x = F_1 \cos 90^\circ - F_2 \cos 0^\circ + F_3 \times \frac{3}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \\ &= 0 - 40\text{kN} + 50\text{kN} \times \frac{3}{5} = -10\text{kN} \\ F_{Ry} &= \sum F_y = F_1 \sin 90^\circ + F_2 \sin 0^\circ - F_3 \times \frac{4}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \\ &= 20\text{kN} + 0 - 50\text{kN} \times \frac{4}{5} = -20\text{kN} \end{aligned}$$

三、平面问题中力对点的矩

1. 平面中力对点的矩

如图 1-8 所示, 用扳手拧紧螺母时, 作用于扳手上的力 F 使扳手绕 O 点转动, 其转动效应不仅与力的大小和方向有关, 而且与 O 点到力作用线的垂直距离 d 有关。将乘积 Fd 再冠以适当的正、负号对应力绕 O 点的转向, 称为力 F 对 O 点的矩, 简称力矩, 它是力 F 使物体绕 O 点转动效应的度量, 用 $M_O(F)$ 表示, 即

$$M_O(F) = \pm Fd \quad (1-5)$$

O 点称为矩心, d 称为力臂。式中的正负号用来区别力 F 使物体绕 O 点转动的方向, 规定力 F 使物体绕矩心 O 点逆时针转动时为正, 反之取负号。

力矩在下列两种情况下等于零: 力等于零或力的作用线通过矩心(即力臂等于零)。

当力沿作用线移动时, 不会改变它对矩心的力矩。这是由于力的大小、方向及力臂的大小均未改变的缘故。

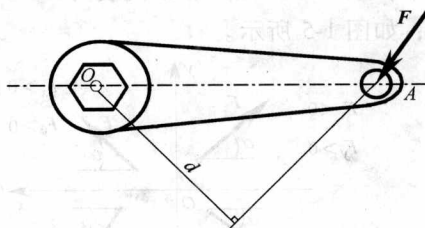


图 1-8 力矩

力矩的单位常用 $\text{N} \cdot \text{m}$ 或 $\text{kN} \cdot \text{m}$ ，有时为运算方便也采用 $\text{N} \cdot \text{mm}$ 的单位。其中， $1\text{kN} \cdot \text{m} = 10^3 \text{N} \cdot \text{m} = 10^6 \text{N} \cdot \text{mm}$ 。

例 1-3 如图 1-9 所示，当扳手分别受到 F_1 、 F_2 、 F_3 作用时，求各力分别对螺母中心 O 点的力矩。已知 $F_1 = F_2 = F_3 = 100\text{N}$ 。

解 根据力矩的定义可知

$$M_o(F_1) = -F_1 d_1 = -100\text{N} \times 0.2\text{m} = -20\text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_o(F_2) = F_2 d_2 = 100\text{N} \times 0.2\text{m} / \cos 30^\circ = 23.1\text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_o(F_3) = F_3 d_3 = 100\text{N} \times 0 = 0$$

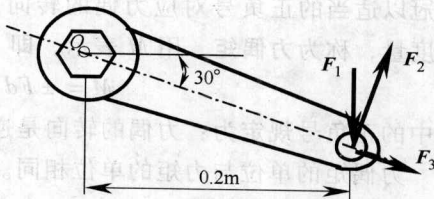


图 1-9

2. 合力矩定理

由于一个力系的合力产生的效应是和力系中各个分力产生的总效应是一样的。因此，合力对平面上任一点的矩等于各分力对同一点的矩的代数和，这就是合力矩定理，即

$$M_o(F_R) = M_o(F_1) + M_o(F_2) + \cdots + M_o(F_n) = \sum_{i=1}^n M_o(F_i) \quad (1-6)$$

例 1-4 图 1-10 所示每 1m 长挡土墙所受土压力的合力为 F_R ，如 $F_R = 150\text{kN}$ ，方向如图所示。求土压力使墙倾覆的力矩。

解 土压力 F_R 可使挡土墙绕 A 点倾覆，故求土压力 F_R 使墙倾覆的力矩，就是求 F_R 对 A 点的力矩。由已知尺寸求力臂 d 不方便，但如果将 F_R 分解为两分力 F_1 和 F_2 ，则两分力的力臂是已知的，故由式(1-6)可得

$$\begin{aligned} M_o(F_R) &= M_o(F_1) + M_o(F_2) = F_1 h/3 - F_2 b \\ &= 150\text{kN} \cos 30^\circ \times 1.5\text{m} - 150\text{kN} \sin 30^\circ \times 1.5\text{m} \\ &= 82.4\text{kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

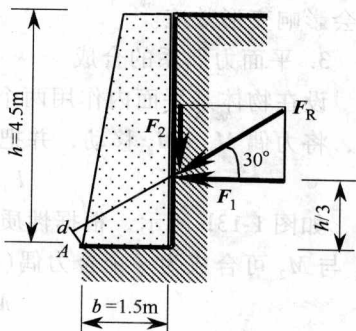


图 1-10

四、力偶

1. 力偶的概念

在日常生活和工程中，经常会遇到物体受大小相等、方向相反、作用线互相平行的两个力作用的情形。例如，汽车司机用双手转动转向盘(图 1-11a)，钳工用丝锥攻螺纹(图 1-11b)，以及用拇指和食指拧开水龙头或钢笔帽等。实践证明，这样的两个力 F 、 F' 组成的力系对物体只产生转动效应，而不产生移动效应，把这种力系称为力偶，用符号 (F, F') 表示。

组成力偶的两个力 F 、 F' 所在的平面称为力偶的作用面，力偶的两个力作用线间的垂直距离称为力偶臂，用 d 表示。

在力偶作用面内任取一点 O 为矩心，如图 1-12 所示。设 O 点与力 F 作用线之间的垂直距离为 x ，力偶臂为 d ，则力偶的两个力对 O 点之矩的和为

$$-Fx + F'(x + d) = Fd$$

这一结果表明，力偶对作用面内任意一点的矩与点的位置无关。因此，将力偶的力 F 与力偶臂 d 的乘

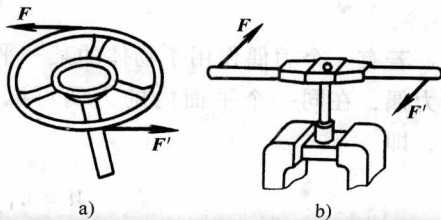


图 1-11 力偶

积冠以适当的正负号对应力偶的转向, 作为力偶对物体转动效应的度量, 称为力偶矩, 用 M 表示, 即

$$M = \pm Fd \quad (1-7)$$

式中的正负号规定为: 力偶的转向是逆时针时为正, 反之为负。

力偶矩的单位与力矩的单位相同。

2. 力偶的性质

力偶作为一种特殊力系, 具有如下独特的性质:

性质 1 力偶对物体只产生转动效应, 而不产生移动效应, 因此, 一个力偶既不能用一个力代替, 也不能和一个力平衡(力偶在任何一个坐标轴上的投影等于零)。力与力偶是表示物体间相互机械作用的两个基本元素。

性质 2 力偶对物体的转动效应, 用力偶矩度量而与矩心的位置无关。

如果在同一平面内的两个力偶, 它们的力偶矩彼此相等, 则这两个力偶等效。

性质 3 在保持力偶矩大小和力偶转向不变的情况下, 力偶可在其作用面内任意搬移, 或者可任意改变力偶中力的大小和力偶臂的长短, 力偶对物体的转动效应不变。

根据这一性质, 可在力偶作用面内用 $M \curvearrowright$ 或 $M \curvearrowleft$ 表示力偶, 其中箭头表示力偶的转向, M 则表示力偶矩的大小。

必须指出, 力偶在其作用平面内移动或用等效力偶替代, 对物体的运动效应没有影响, 但会影响变形效应。

3. 平面力偶系的合成

设在物体某平面内作用两个力偶 M_1 和 M_2 (图 1-13a), 任选一线段 $AB = d$ 作为公共力偶臂, 将力偶 M_1 、 M_2 移动, 并把力偶中的力分别改变为

$$F_1 = F'_1 = M_1/d; F_2 = F'_2 = -M_2/d$$

如图 1-13b 所示, 根据性质 3, 图 1-13a 与图 1-13b 中, 力偶作用是等效的。于是, 力偶 M_1 与 M_2 可合成为一个合力偶 (图 1-13c), 其力偶矩为

$$M = F_R d = (F_1 - F_2) d = M_1 + M_2$$

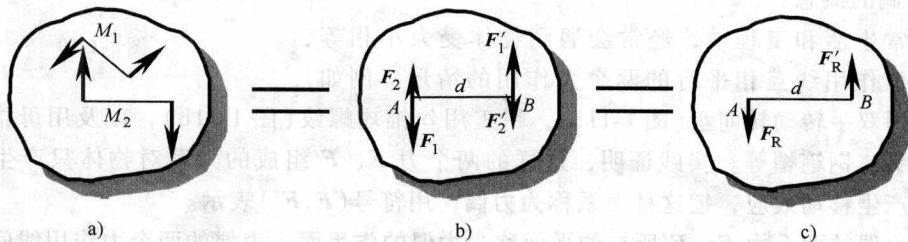


图 1-13 力偶合成

若有 n 个力偶作用于物体的某一平面内, 由此组成的力系称为平面力偶系。可合成为一个合力偶, 在同一个平面内的力偶可以进行代数运算, 合力偶的矩等于各分力偶矩的代数和, 即

$$M = M_1 + M_2 + \cdots + M_n = \sum_{i=1}^n M_i \quad (1-8)$$

例 1-5 如图 1-14 所示, 在物体的某平面内受到三个力偶的作用。设 $F_1 = 200\text{N}$, $F_2 =$

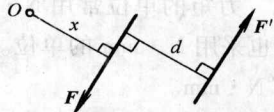


图 1-12 力偶对任一点之矩

600N, $M = 100\text{N} \cdot \text{m}$, 求其合力偶。

解 各分力偶矩为

$$M_1 = F_1 d_1 = 200\text{N} \times 1\text{m} = 200\text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_2 = F_2 d_2 = 600\text{N} \times 0.25\text{m} / \sin 30^\circ = 300\text{N} \cdot \text{m}$$

$$M_3 = -M = -100\text{N} \cdot \text{m}$$

由式(1-7)得合力偶矩为

$$\begin{aligned} M &= M_1 + M_2 + M_3 \\ &= 200\text{N} \cdot \text{m} + 300\text{N} \cdot \text{m} - 100\text{N} \cdot \text{m} = 400\text{N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

即合力偶矩的大小等于 $400\text{N} \cdot \text{m}$, 转向为逆时针方向, 与原力偶系共面。

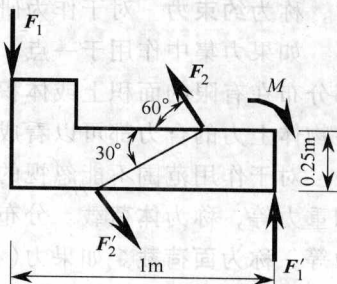


图 1-14

第二节 受力分析基础

实际工程是很复杂的, 对结构进行力学分析时, 如果不加区分地考虑所有实际因素, 将使问题的分析计算十分困难, 甚至无法进行, 同时这样也是不必要的。

分析实际结构, 需要利用力学知识、结构知识和工程实践经验, 并根据实际受力、变形规律等主要因素, 忽略一些次要因素, 对结构进行科学合理的简化。这是一个将结构理想化、抽象化的简化过程。这一过程称为力学建模。

一、荷载的简化与分类

1. 受力物体

物体在受力后都要发生形状、大小的改变, 被称之为变形, 但在大多数工程问题中这种变形相对结构尺寸而言是极其微小的。

(1) 刚体 当变形对于研究物体平衡或运动的影响可以忽略不计时, 可认为该物体不发生变形。这种在受力时保持形状、大小不变的力学模型称为刚体。

由于刚体受力作用后, 只有运动效应而没有变形效应, 因此, 增加或去掉任何一个在刚体上的平衡力系, 不改变原力系对刚体的作用。这一原理称为加减平衡力系原理。力所在的直线称为力的作用线, 力沿其作用线移动时, 只改变物体的变形效应。因此, 作用在刚体上的力可沿其作用线移动, 而不改变该力对刚体的作用效应。这一原理称为力的可传性原理。

(2) 变形体 当变形对于研究物体平衡或运动规律不能忽略时, 物体称为变形体。变形体在外力作用下会产生两种不同性质的变形: 一种是当外力撤除时, 变形也会随之消失, 这种变形称为弹性变形; 另一种是当外力撤除后, 变形不能全部消失而残留部分变形, 这部分变形称为塑性变形。

当所受外力不超过一定限度时, 绝大多数工程材料在外力撤除后, 其变形可消失, 这种物体称为弹性变形体, 简称弹性体。

本课程只分析构件的小变形。所谓小变形是指构件的变形量远小于其原始尺寸。因此, 在确定构件的平衡和运动时, 可不计其变形量, 仍按原始尺寸进行计算, 从而简化计算过程。

2. 荷载的分类

物体受到的力可以分为两类。一类是使物体运动或有运动趋势的力, 称为主动力, 例如

重力、水压力、土压力等,工程上把主动力称为**荷载**;另一类是周围物体限制物体运动的力,称为**约束力**。对于作为研究对象的受力物体,以上两类力通称为**外力**。

如果力集中作用于一点,这种力称为**集中力**或**集中荷载**。实际上,任何物体间的作用力都分布在有限的面积上或体积内,但如果力所作用的范围比受力作用的物体小得多时,作用在物体上力的合力都可以看成是集中力。同样对于作用于极小范围的力偶,称为**集中力偶**。

对于作用范围不能忽视的力(荷载),称为**分布力(荷载)**。分布在物体的体积内的荷载如重力等,称为**体荷载**。分布在物体的表面上,如楼板上的荷载(图 1-15a)、水坝上的水压力等,称为**面荷载**。如果力(荷载)分布在一个狭长范围内而且相互平行,则可以把它简化为沿狭长面的中心线分布的力(荷载),如分布在梁上的荷载(图 1-15b),称为**线分布力**或**线荷载**。体荷载、面荷载、线荷载统称为**分布荷载**。

单位体积上所受的力,称为**体集度**,通常用 γ 表示,单位为 N/m^3 或 kN/m^3 。单位面积上所受的力,称为**面集度**,通常用 p 表示,单位为 N/m^2 或 kN/m^2 。单位长度上所受的力,称为**线集度**,通常用 q 表示,单位为 N/m 或 kN/m 。当分布荷载各处集度大小均相同时,称为**均布荷载**,如分布荷载各处集度大小不相同时,称为**非均布荷载**。由于工程中均布荷载较为常见,因此,本课程只讨论均布荷载。如图 1-15a 所示,板的自重即为面均布荷载,它是以每单位面积的重力来计算的。如图 1-15b 所示,梁的自重即为线均布荷载,它是以每单位长度的重力来计算的。

在具体运算的时候通常是将体荷载或面荷载简化为线荷载来进行。就刚体而言,对于线荷载可转换成它的合力 F_R 来进行运算,其合力大小为荷载图形的面积,作用在图形的几何中心,如线均布荷载的合力 F_R 大小为线荷载集度 q 和荷载分布的长度 l 的乘积,其方向和荷载方向一致,作用在荷载分布的中点。

例 1-6 求图 1-16 中均布荷载对 A 点和 B 点的矩。

解 (1) 求均布荷载的合力 F_R , 有

$$F_R = ql$$

方向和作用点如图 1-16 所示。

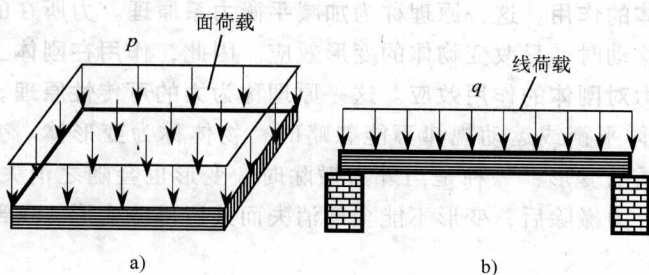


图 1-15 分布荷载

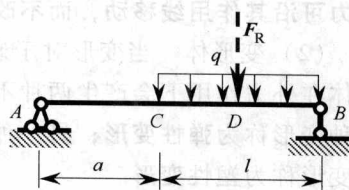


图 1-16

(2) 用合力代替线荷载分别对 A 、 B 两点取矩, 有

$$M_A = M_A(F_R) = -F_R \times (a + l/2) = -ql(a + l/2)$$

$$M_B = M_B(F_R) = F_R \times l/2 = ql^2/2$$

二、约束与约束力

在空间可以自由运动的物体称为**自由体**。如果物体受到某种限制、在某些方向不能运

动,那么这样的物体称为非自由体。例如,放在桌面上的物体,受到桌面的限制不能向下运动。阻碍物体运动的限制物称为约束。

约束对物体必然作用一定的力以阻碍物体运动,这种力就是前面提到的约束力。约束力总是作用在约束与物体的接触处,其方向总是与约束所能限制的运动方向相反。

下面介绍几种工程中常见的约束及约束力。

1. 柔体约束

工程中常见的绳索、带、链等柔性物体构成的约束称为柔体约束(图 1-17a)。这种约束只能限制物体沿着柔体伸长的方向运动,而不能限制其他方向的运动。因此,柔体约束力的方向沿着它的中心线且背离研究物体,即为拉力(图 1-17b)。

2. 光滑面约束

如果两个物体接触面之间的摩擦力很小,可忽略不计,这两物体之间就构成光滑面约束(图 1-18a)。这种约束只能限制物体沿着接触点处朝着垂直于接触面方向的运动,而不能限制其他方向的运动。因此,光滑接触面约束力的方向垂直于接触面或接触点的公切线,并通过接触点,指向研究物体(图 1-18b)。

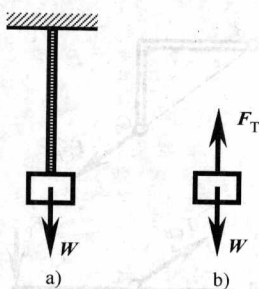


图 1-17 柔体约束

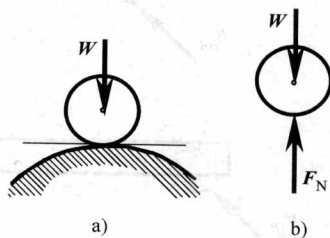


图 1-18 光滑面约束

3. 圆柱铰链约束

在两个构件上各钻有同样大小的圆孔,并用圆柱形销钉 C 联接起来(图 1-19a)。如果销钉和圆孔是光滑的,那么销钉只限制两构件在垂直于销钉轴线的平面内相对移动,而不限制两构件绕销钉轴线的相对转动,这样的约束称为圆柱铰链约束,简称铰链或铰。图 1-19b 是它的简化示意图。

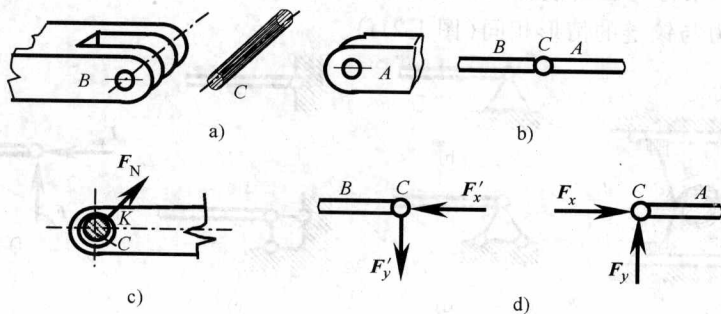


图 1-19 光滑圆柱铰链

当两个构件有沿销钉径向相对移动的趋势时,销钉与构件以光滑圆面接触,因此,销钉给构件的约束力 F_N 沿接触点 K 的公法线方向,指向构件且通过圆孔中心(图 1-19c)。由于