

“十一五”中等职业教育实用创新教材
文化基础课教学用书

数学

【非工科类模块】

第二册

主编 张进军
主审 魏明颖

New
Fashion

“十一五”中等职业教育实用创新教材
文化基础课教学用书

数学

【非工科类模块】

第二册

主 编	张进军				
主 审	魏明颖				
编 者	张进军	张爱香	徐荣霞	汪新锋	
	张 杰	姜舜怡	张 健	李 跃	

New Fashion

图书在版编目 (CIP) 数据

数学 (第2册·非工科类模块)/张进军著. —郑州:大象出版社, 2007. 5
ISBN 978-7-5347-4566-9

I. 数… II. 张… III. 数学课—专业学校—教材 IV. G634.601

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 072720 号

“十一五”中等职业教育实用创新教材
数学 (第二册·非工科类模块)

总 策 划 程爱学 张立东

主 编 张进军

责任编辑 张立东

装帧设计 大象设计工作室

出 版 大象出版社 (郑州市经七路 25 号 邮政编码 450002)

网 址 www.daxiang.cn

运 营 北京九恒世纪文化有限公司

(电话: 010-88862862 010-88862872 010-88862891 010-88862883)

电子邮件 Whjd_zj@163.com

印 刷 北京泰山兴业印务有限公司

版 次 2007 年 6 月第 1 版 2007 年 6 月第 1 次印刷

开 本 787×1092 1/16

印 张 11

字 数 260 千字

定 价 17.00 元

若发现印、装质量问题,影响阅读,请与承印厂联系调换。



体验实用数学的轻松学习

哲学家培根曾这样说：“数学是科学大门的钥匙，忽视数学必将伤害所有的知识，因为忽视数学的人是无法了解任何其他科学乃至世界上任何其他事物的。更为重要的是，忽视数学的人不能理解自己这一疏忽，最终将导致无法寻求任何补救的措施。”

我们何尝不曾体会数学学习的重要，但多年的辛苦和努力却使我们当中许多人离数学越来越远，甚至厌恶它。为什么呢？诸多的因素中有两点尤为重要：其一，教材内充溢沧海般的数学学科知识，在现实中的应用却难觅一粟，每日云里雾里，久而远之；其二，绝大多数教材为我们提供的是要使我们成为数学家的数学，面面俱到，深不见底，本想让数学为己服务，却不料反沦为其奴隶，久而厌之。

“十一五”中等职业教育实用创新教材——《数学》，根据教育部与劳动保障部最新颁布的数学教学大纲编写，精心设计，大胆创新，以全新的方式展示“必需的、够用的、学得会的、用得上的”数学。切实以学生为中心，以就业为导向，以服务为宗旨，以能力为本位；切实满足就业岗位的需要和学生可持续发展的需要。

本套教材突出如下特点：

- (1) 紧贴学情，注重基础，浅显易懂，循序渐进；
- (2) 摒难弃深，注重能力，面向生活，突出应用；
- (3) 栏目丰富，运用考究，导手引脑，学用同步；

引入知识时有【动动手 动动脑】、【观察与思考】，思考时有【想一想】，猜测、拓展时有【试一试】，巩固时有【课堂练习】，从多方面、多角度引导你思考问题、解决问题。

(4) 注重培养数学人文素养，穿插数学史料、趣事、趣题，开拓视野，活跃思维。

亲爱的读者！数学来源于生活，更能服务于生活。本套教材会带你走近它，去领略实用数学的风采！本套教材会带你走进它，去感受轻松学习的畅快！



教材说明

本套教材的使用对象为全国中等职业学校、职业高中、技工学校、民办职业学校学生。

本套教材的框架结构分一本第一册和两本第二册，即一拖二的结构，每册配有练习册。

1. 数学【第一册·公用基础模块】

适合所有专业的学生学习，是公共必修部分，主要内容有：数、式与方程；集合与函数；三角函数；数列；平面向量；直线与圆的方程。

2. 数学【第二册·工科类专业模块】

适合工科类专业，特别是机械、建筑类、电工电子类的学生选用，主要内容有：三角变换与解三角形；空间图形的计算问题；二次曲线与坐标的计算；复数；逻辑代数简介。

3. 数学【第二册·非工科类专业模块】

适合工科类之外专业的学生选用，主要内容有：计数与概率；空间图形的计算问题；二次曲线；统计初步；矩阵；导数及其应用。

本套教材由全国中职数学研究会副主任、北京二轻工业学校高级讲师张进军任主编，参加编写的有张杰、张爱香、汪新锋、姜舜怡、张健、李跃。全书最后由张进军统稿、定稿。在此衷心感谢老师们不辞辛苦对本套书的精雕细琢，更感动于老师们致力于中等职业教育教材改革的责任感和使命感。

衷心感谢魏明颖老师对本书的认真审阅和宝贵意见。

本套教材虽经我们精心编撰，但难免一疏，恳请指正，谨致谢意！

编者

Contents

目录



前言	1
----------	---

体验实用数学的轻松学习

第1章

计数与概率

科学家引路

1.1 两个基本计数原理	2
1.1.1 分类计数原理	2
1.1.2 分步计数原理	3
1.2 排列数的计算	7
1.2.1 排列与排列数的概念	7
1.2.2 排列数的计算公式	8
1.3 组合数的计算	12
1.3.1 组合与组合数的概念	12
1.3.2 组合数的计算公式和性质	13
1.4 二项式定理	16
1.4.1 二项式定理	16
1.4.2 二项展开式的性质	18
1.5 古典概率	20
1.5.1 随机现象与随机事件	20
1.5.2 古典概率的计算	22
1.6 互斥事件与加法公式	26
1.6.1 互斥事件和对立事件	26
1.6.2 加法公式	27
1.7 独立事件与乘法公式	31
1.7.1 独立事件	31
1.7.2 乘法公式	32
1.8 独立重复试验	34
本章小结	36

本章综合练习	39
读一读	41

第2章

空间图形的计算问题

科学家引路

2.1 多面体介绍	44
2.1.1 多面体与旋转体	45
2.1.2 正棱柱、正棱锥、正棱台	47
2.2 平面及其基本性质	52
2.2.1 平面及其表示法	52
2.2.2 空间图形的直观图	53
2.2.3 平面的基本性质	56
2.3 简单几何体的有关计算	60
2.3.1 正棱柱的有关计算	60
2.3.2 正棱锥的有关计算	61
2.3.3 正棱台的有关计算	63
2.3.4 球的概念和有关计算	65
本章小结	67
本章综合练习	69
读一读	71

第3章

二次曲线与坐标的计算

科学家引路

3.1 椭圆	74
3.1.1 椭圆的标准方程	74
3.1.2 椭圆的几何性质	77
3.2 双曲线	79
3.2.1 双曲线的标准方程	79
3.2.2 双曲线的几何性质	81
3.3 抛物线	86
3.3.1 抛物线的标准方程	86
3.3.2 抛物线的几何性质	89

本章小结	92
本章综合练习	93
读一读	95

第4章

统计初步

科学家引路

4.1 随机抽样	98
4.1.1 总体与样本	98
4.1.2 抽样方法	99
4.2 用样本估计总体	101
4.2.1 用样本的平均数估计总体的平均数	101
4.2.2 用样本的方差估计总体的方差	102
4.3 一元线性回归	105
4.3.1 一元线性回归方程	105
4.3.2 利用一元线性回归方程进行简单预测	107
本章小结	109
本章综合练习	110
读一读	112

第5章

矩 阵

科学家引路

5.1 矩阵的概念及运算	114
5.1.1 矩阵的概念	114
5.1.2 矩阵的线性运算	118
5.1.3 矩阵与矩阵相乘	121
5.2 矩阵的初等变换	126
5.2.1 矩阵的初等变换	126
5.2.2 逆矩阵及其解法	128
5.2.3 用初等变换解线性方程组	131
本章小结	136
本章综合练习	138
读一读	140

6.1 导数的概念	142
6.1.1 函数的变化率	142
6.1.2 导数的定义	144
6.2 基本导数公式	147
6.2.1 基本导数公式	147
6.2.2 导数的线性运算法则	148
6.2.3 多项式函数的导数	149
6.3 函数的单调性与极值	151
6.3.1 用导数判断函数的单调性	151
6.3.2 函数的极值及其求法	152
6.4 函数的最大值和最小值	155
6.4.1 函数的最大值、最小值的求法	155
6.4.2 函数的最大值、最小值的应用	156
6.5 边际与弹性	158
6.5.1 边际函数	158
6.5.2 弹性函数	160
本章小结	163
本章综合练习	165
读一读	167

第1章

计数与概率

要

1.1 两个基本计数原理 1.5 古典概率

目

1.2 排列数的计算

1.6 互斥事件与加法公式

预

1.3 组合数的计算

1.7 独立事件与乘法公式

览

1.4 二项式定理

1.8 独立重复试验

科学家引路

杨辉

杨辉，中国南宋时期杰出的数学家和数学教育家。在13世纪中叶活动于苏杭一带，其著作甚多。

他著名的数学书共五种二十一卷。著有《详解九章算法》十二卷（1261年）、《日用算法》二卷（1262年）、《乘除通变本末》三卷（1274年）、《田亩比类乘除算法》二卷（1275年）、《续古摘奇算法》二卷（1275年）。

杨辉的数学研究与教育工作的重点是在计算技术方面，他对筹算乘除捷算法进行总结和发展，有的还编成了歌诀，如九归口诀。他在《续古摘奇算法》中介绍了各种形式的“纵横图”及有关的构造方法，同时“垛积术”是杨辉继沈括“隙积术”后，关于高阶等差级数的研究。杨辉在“纂类”中，将《九章算术》246个题目按解题方法由浅入深的顺序，重新分为乘除、分率、合率、互换、二衰分、叠积、盈不足、方程、勾股等九类。

他非常重视数学教育的普及和发展，在《算法通变本末》中，杨辉为初学者制订的“习算纲目”是中国数学教育史上的重要文献。

在本章即将学习的二项式定理中的“杨辉三角”是杨辉在数学组合学科的一个重大发现。



杨辉



1.1 两个基本计数原理

你会数数吗？也许你会说，谁不会数数呢？

有 4 个小伙伴要到照相馆去照相，佳佳突然想到一个问题，如果 4 人排成一排照相，能照多少张不同的相片呢？图 1-1 给出了两种不同的照片。



图 1-1

你能把不同相片的总数告诉佳佳吗？

1.1.1 分类计数原理



想一想

小强从甲地到乙地，可乘飞机，也可乘火车，还可以乘轮船。如果在一天中飞机有 2 班，火车有 3 班，轮船有 2 班。那么小强在一天中乘坐这些交通工具从甲地到乙地共有多少种不同走法？

因为一天中从甲地到乙地可有三类不同方式：一类是乘飞机，一类是乘火车，一类是乘轮船，其中选择任何一种方式都可以从甲地到达乙地。而乘飞机有 2 种走法，乘火车有 3 种走法，乘轮船有 2 种走法，因此，小王在一天中乘这些交通工具从甲地到乙地共有

$$2 + 3 + 2 = 7$$

种不同的走法(如图 1-2 所示)。

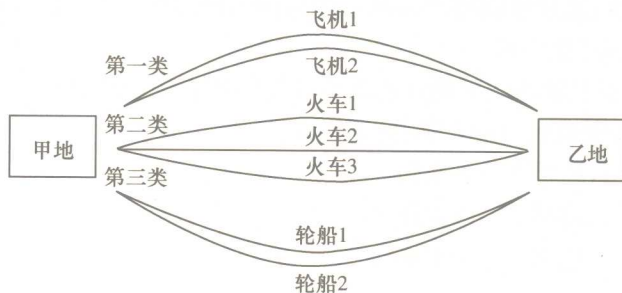


图 1-2

一般地有下面原理:

分类计数原理 完成一件事有 k 类方式, 第一类方式有 n_1 种不同方法, 第二类方式有 n_2 种不同方法, $\dots$, 第 k 类方式有 n_k 种不同方法. 任选一种方式、任何一种方法都可以完成这件事, 那么完成这件事共有

$$N = n_1 + n_2 + \dots + n_k$$

分类计数原理也叫加法原理.

种不同方法.



试一试

书架的上层放着 6 本数学书, 下层放着 5 本英语书. 从中任取一本, 有多少种不同的取法?

例 1 柜台分上下两层, 上层放有 16 个电饭煲, 下层放有 8 个微波炉, 从中任取一件商品, 有多少种不同的取法?

解 任取一个电饭煲或一个微波炉都能完成“任取一件商品”这一件事, 显然有两类不同的方式, 第一类方式是在 16 个电饭煲中任取一个, 有 16 种取法; 第二类方式是在 8 个微波炉中任取一个, 有 8 种取法. 根据分类计数的加法原理得到不同取法的种数是

$$N = 16 + 8 = 24(\text{种}).$$

1.1.2 分步计数原理



想一想

某产品从甲地运往丙地, 先要通过陆地运输将产品从甲地运往乙地, 再通过水路运输从乙地运往丙地. 已知走陆地每日有 3 班运送车, 走水路每日有 2 班运输船, 一天内将产品从甲地运往丙地共有多少种不同的走法?

走陆路或走水路中任何一种, 都不能直接把产品从甲地运往丙地, 要完成将产品从甲地运往丙地这一件事, 必须联合陆路与水路分两个步骤才能完成. 第一步, 通过陆路将产品从



甲地运往乙地;第二步,通过水路将产品从乙地运往丙地. 每一步只能完成这件事的一部分,两步都完成了,这件事才能完成.

如图 1-3, 第一步走陆路从甲地到乙地有 3 不同种走法, 第二步走水路从乙地到丙地有 2 种不同走法, 因此从甲地到丙地, 不同的走法有:

陆路 1 → 水路 1, 陆路 1 → 水路 2,

陆路 2 → 水路 1, 陆路 2 → 水路 2,

陆路 3 → 水路 1, 陆路 3 → 水路 2

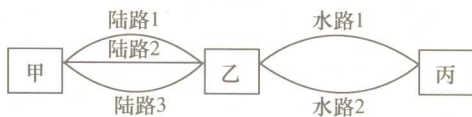


图 1-3

共有 6 种. 可理解为第一步从甲地到乙地有 3 种走法, 走到乙地后, 从乙地到丙地的每一种走法都对应着从甲地到乙地的 3 种走法, 共有“2 个 3 种走法”, 即

$$3 \times 2 = 6(\text{种}).$$

一般地有下面的原理:

分步计数原理 完成一件事需分成 k 个步骤, 进行第 1 步骤有 n_1 种方法, 进行第 2 步骤有 n_2 种方法, ..., 进行第 k 个步骤有 n_k 种方法. 依次完成这 k 个步骤, 才能完成这件事, 那么完成这件事共有

$$N = n_1 \times n_2 \times \cdots \times n_k$$

分步计数原理也叫乘法原理.

种不同的方法.



试一试

小张要从甲村去丙村考察, 途中需经过乙村. 由甲村到乙村有 3 条道路, 由乙村到丙村有 2 条道路. 那么小张去丙村, 共有多少种不同走法呢?

例 2 书架的上层放着 6 本数学书, 下层放着 5 本英语书. 从中任取数学书与英语书各一本, 有多少不同的取法?

解 从书架上任取数学书与英语书各一本, 可以分成两个步骤完成: 第一步, 从书架的上层取一本数学书, 有 6 种方法; 第二步, 从书架的下层取一本英语书, 有 5 种方法. 根据分步计数原理, 不同取法的种数共有

$$N = n_1 \times n_2 = 6 \times 5 = 30(\text{种}).$$

例 3 用数字 1, 2, 3, 4, 5 可以组成多少个三位数?

解 要组成一个三位数可以分成三个步骤完成: 第一步, 确定百位上的数字, 从 5 个数字中任选一个数字, 共有 5 种选法; 第二步, 确定十位上的数字, 由于没有约定数字不允许重复, 所以十位上的数字还有 4 种选法; 第三步, 确定个位上的数字, 也有 3 种选法. 根据分步计数原理, 可以得出组成没有重复数字的三位数的个数是

$$N = 5 \times 4 \times 3 = 120(\text{个}).$$



试一试

如果不允许数字重复,则用数字 1,2,3,4,5 可以组成多少个三位数?

例 4 现有 4 件不同款式的上衣与 3 条不同颜色的裤子,如果一条裤子与一件上衣配成一套,有多少种不同的搭配方法?

解 要完成把一条长裤与一件上衣配成一套这件事,需要分两个步骤:第一步,任选一件上衣,有 4 种选法;第二步,任选一条裤子,有 3 种选法.

根据分步计数的乘法原理得到不同的搭配种数是

$$N = 4 \times 3 = 12.$$

例 5 如图 1-4 所示,甲乙两地之间有 3 条路,乙丁两地之间有 2 条路,甲丙两地之间有 4 条路,丙丁两地之间有 2 条路,甲丁两地和乙丙两地之间没有路,从甲地到丁地要经过乙地或丙地.问从甲地到丁地共有多少种不同走法?

解 从甲地到丁地有两类方式,第一类方式为“从甲地经乙地到丁地”,第二类方式为“从甲地经丙地到丁地”.

第一类方式需要分成两个步骤完成:即先由甲地到乙地,再由乙地到丁地.由甲地到乙地,有 3 种走法;由乙地到丁地,有 2 种走法.根据分步计数原理,从甲地经乙地到丁地共有

$$n_1 = 3 \times 2 = 6$$

种不同走法.

第二类方式也需要分成两个步骤完成:即先由甲地到丙地,再由丙地到丁地.由甲地到丙地,有 4 种走法;由丙地到丁地,有 2 种走法.根据分步计数原理,从甲地经丙地到丁地共有

$$n_2 = 4 \times 2 = 8$$

种不同走法.

最后根据分类计数原理,从甲地到丁地共有

$$N = n_1 + n_2 = 6 + 8 = 14$$

种不同的走法.

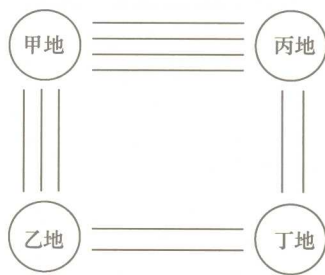


图 1-4



知识点提示

分类计数原理(加法原理) 分步计数原理(乘法原理)



课堂练习

1. 一项工作可以用两种方法完成,有 5 人会用第一种方法完成,另有 4 人会用第二种方法完成,选出 1 个人来完成这项工作,共有多少种选法?
2. 信号弹有红、黄、绿三种颜色,按不同顺序向天空连发三枪代表不同的信号,此种发射方式一共可发出多少种不同的信号?
3. 一项工作需分两步完成,有 5 人会做第一步,另有 4 人会做第二步,选 2 人来完成这项工作,共有多少种不同的选法?
4. 要从甲、乙、丙三名工人中选出 2 名分别上白班和夜班,有多少种不同的排班方法?

1.2 排列数的计算

你想过这样的实际问题如何解决吗？

问题 1: 北京、上海、广州三城市各出一个足球队采取主客场制进行比赛, 需要比赛多少场?

问题 2: 从分别写有 2, 3, 4, 5 的四张数字卡片中任取两张, 可组成多少个不同的两位数?

1.2.1 排列与排列数的概念

对于问题 1, 由于采取主客场制的每一场比赛都可以看成是按照“主场队在前, 客场队在后”的顺序的一种排法, 因此这种排法有多少种, 就需要多少场比赛.

我们可以给这三支球队排一排比赛场次, 可以分两步完成: 第一步, 先从 3 个足球队中任选一个队作为主场队, 共 3 种方法; 第二步, 再从剩余的 2 个队中任选 1 个队作为客场队, 共 2 种方法. 根据分步计数原理, 完成上述排法共有

$$3 \times 2 = 6$$

种不同方法.



动动手 动动脑

排一排问题 1 中比赛的 6 个场次.

场 次	主场队	客场队
1		
2		
3		
4		
5		
6		

对于问题 2, 从 2, 3, 4, 5 四张卡片中任取两张组成两位数这件事可以分两步完成: 第一步, 在“2, 3, 4, 5”四张数字卡片中选一个作十位数字, 有 4 种方法; 第二步, 在剩余的三个数字卡片中任选一个作个位数字, 有 3 种方法. 根据分步计数原理, 组成上述两位数共有

$$4 \times 3 = 12$$

种不同方法.



动动手 动动脑

请你在将问题 2 中所有的两位数排出来:



上面两个实际问题所考察的对象和研究的具体情况不同,如果把所考察的对象称作元素,那么它们都可归结为同一类问题:即从 n 个不同元素中每次取出 m 个,然后按一定顺序排成一列,求一共有多少种不同的排法问题.

问题 1 是从 3 个不同元素中每次取出 2 个,然后按一定顺序排成一列,求一共有多少种不同的排法问题.

问题 2 是从 4 个不同元素中每次取出 2 个,然后按一定顺序排成一列,求一共有多少种不同的排法问题.

一般地,从 n 个不同的元素中,任取 $m(m \leq n)$ 个不同的元素,按照一定的顺序排成一列,叫做从 n 个不同的元素中取出 m 个元素的一个排列.

当 $m < n$ 时,所得的排列叫做选排列;

当 $m = n$ 时,所得的排列叫做全排列.

从排列的定义可知,如果两个排列相同,不仅这两个排列的元素必须完全相同,而且排列的顺序也必须完全相同.例如足球比赛的问题中“北京—上海”与“上海—北京”,虽然组成排列的元素相同,但由于顺序不同,也是不同的排列.

一般地,从 n 个不同元素中取出 $m(m \leq n)$ 个元素的所有排列的种数,叫做从 n 个不同元素中取出 $m(m \leq n)$ 个元素的排列数.排列数用符号 P_n^m 表示,当 $m = n$ 时, P_n^n 也记作 P_n .

这样,前面足球比赛场次问题可以看成是从 3 个不同元素中每次取出 2 个的选排列,排列数为 P_3^2 ;组两位数问题可以看成是从 4 个不同元素中每次取出 2 个的选排列,排列数为 P_4^2 .



知识点提示

元素 排列 选排列 全排列 排列数



课堂练习

1. 从班里五名同学佳佳、欢欢、圆圆、方方、林林中,任意挑出两名同学当正副班长,写出所有的情况.
2. 写出第 1 题中的排列数符号.

1.2.2 排列数的计算公式

下面我们来推导排列种数 P_n^m 的计算公式.

假定有排列好顺序的 m 个空位,从 n 个不同元素中任取 $m(m \leq n)$ 个元素填入 m 个空位,每个空位只能填入一个元素.这样每一种填法就能得到一种排列,因此所有不同填法的种数就是排列数 P_n^m .

如图 1-5 所示,填空可分为 m 个步骤: