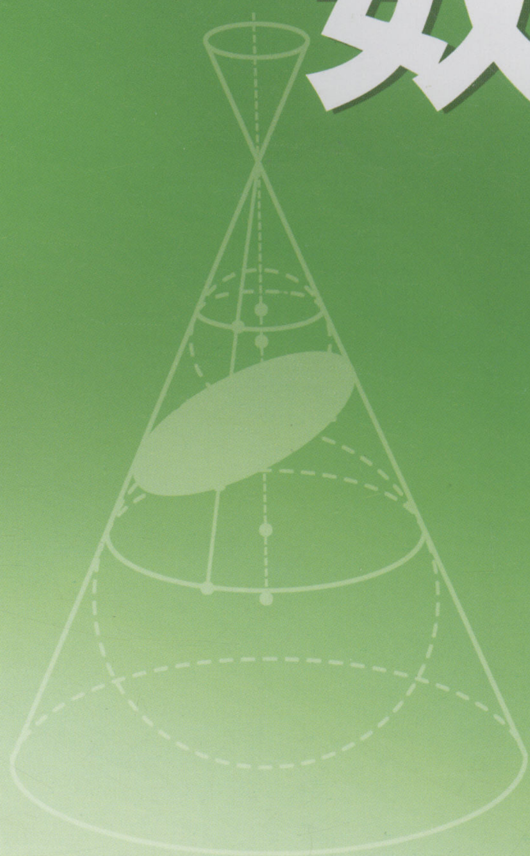
经全国中小学教材审定委员会2005年初审通过

普通高中课程标准实验教科书

选修2-1

数学



凤凰国标教材

凤凰出版传媒集团
江蘇教育出版社
JIANGSU EDUCATION PUBLISHING HOUSE

普通高中课程标准实验教科书

数学 选修

主　编：单 墫
副主编：李善良　陈永高　王巧林

凤凰出版传媒集团
江蘇教育出版社
JIANGSU EDUCATION PUBLISHING HOUSE
凤凰国标教材

普通高中课程标准实验教科书
书　　名　数学(选修2－1)
责任编辑　蔡　立
出版发行　凤凰出版传媒集团
　　　　　江苏教育出版社(南京市马家街31号210009)
网　　址　http://www.1088.com.cn
集团网址　凤凰出版传媒网 http://www.ppm.cn
经　　销　江苏省新华发行集团有限公司
照　　排　南京展望文化发展有限公司
印　　刷　盐城印刷总厂有限责任公司
厂　　址　盐城市纯化路29号(邮编224001)
电　　话　0515－88153008
开　　本　890×1240毫米　1/16
印　　张　7.25
版　　次　2008年6月第2版
　　　　　2008年6月第1次印刷
书　　号　ISBN　978－7－5343－6629－1
定　　价　6.67元
盗版举报　025－83204538

说　明

江苏教育出版社出版的《普通高中课程标准实验教科书·数学》是根据2003年教育部制订的《普通高中数学课程标准(实验)》编写的.

该套教科书充分体现数学课程标准的基本理念，使学生通过高中阶段的学习，能获得适应现代生活和未来发展所必需的数学素养，满足他们个人发展与社会进步的需要.

教科书力图使学生在丰富的、现实的、与他们经验紧密联系的背景中感受数学、建立数学、运用数学，做到"入口浅，寓意深". 通过创设恰当的问题情境，引导学生进行操作、观察、探究和运用等活动，感悟并获得数学知识与思想方法. 在知识的发生、发展与运用过程中，培养学生的思维能力、创新意识和应用意识.

教科书按知识发展、背景问题、思想方法三条主线，通过问题将全书贯通. 每个模块围绕中心教育目标展开，每章围绕核心概念或原理展开. 教科书充分关注数学与自然、生活、科技、文化、各门学科的联系，让学生感受到数学与外部世界是息息相通、紧密相连的.

教科书充分考虑学生的不同需求，为所有学生的发展提供帮助，为学生的不同发展提供较大的选择空间. 整个教科书设计为：一个核心(基本教学要求)，多个层次，多种选择. 学好核心内容后，根据需要，学生有多种选择，每一个人都能获得必备的数学素养与最佳发展.

众多的数学家、心理学家、学科教育专家、特级教师参加了本套教科书的编写工作. 参与本册讨论与审稿的专家与教师有：董林伟、葛军、寇恒清、于明、孙旭东、卫刚、王红兵、祁建新、冯惠愚、樊亚东、徐稼红、陆云泉、费仁允等，在此向他们深表感谢!

感谢您使用本书，您在使用本书时有建议或疑问，请及时与我们联系. 我们的联系方法：guanglichen1943@yahoo.com.cn，lishanliang@x263.net，jshncs@hotmail.com.

本书编写组

2008年6月

主　　编　单　墫

副 主 编　李善良　陈永高　王巧林

本册主编　陈光立

编写人员　张松年　石志群　陈光立　陶维林　李善良

参与设计　丁德成　蒋　声　葛福生　张乃达　仇炳生

责任编辑　蔡　立

数学是科学的大门和钥匙.

——伽利略

一种科学只有在成功地运用数学时，才算达到完善的地步.

——马克思

致同学

亲爱的同学，你感到高中阶段的学习生活有趣吗?

我们知道，数学与生活紧密相连. 数学可以帮助我们认识世界，改造世界，创造新的生活. 数学是高中阶段的重要学科，不仅是学习物理、化学等学科的基础，而且对我们的终身发展有较大的影响.

面对实际问题，我们要认真观察、实验、归纳，大胆提出猜想. 为了证实或推翻提出的猜想，我们要通过分析，概括、抽象出数学概念，通过探究、推理，建立数学理论. 我们要积极地运用这些理论去解决问题. 在探究与应用过程中，我们的思维水平会不断提高，我们的创造能力会得到发展. 在数学学习过程中，我们将快乐地成长.

考虑广大同学的不同需要，本书提供了较大的选择空间.

书中的引言、正文、练习、习题中的“感受・理解”部分、阅读、回顾等内容构成一个完整的体系. 它体现了教材的基本要求，是所有学生应当掌握的内容. 相信你一定能学好这部分内容.

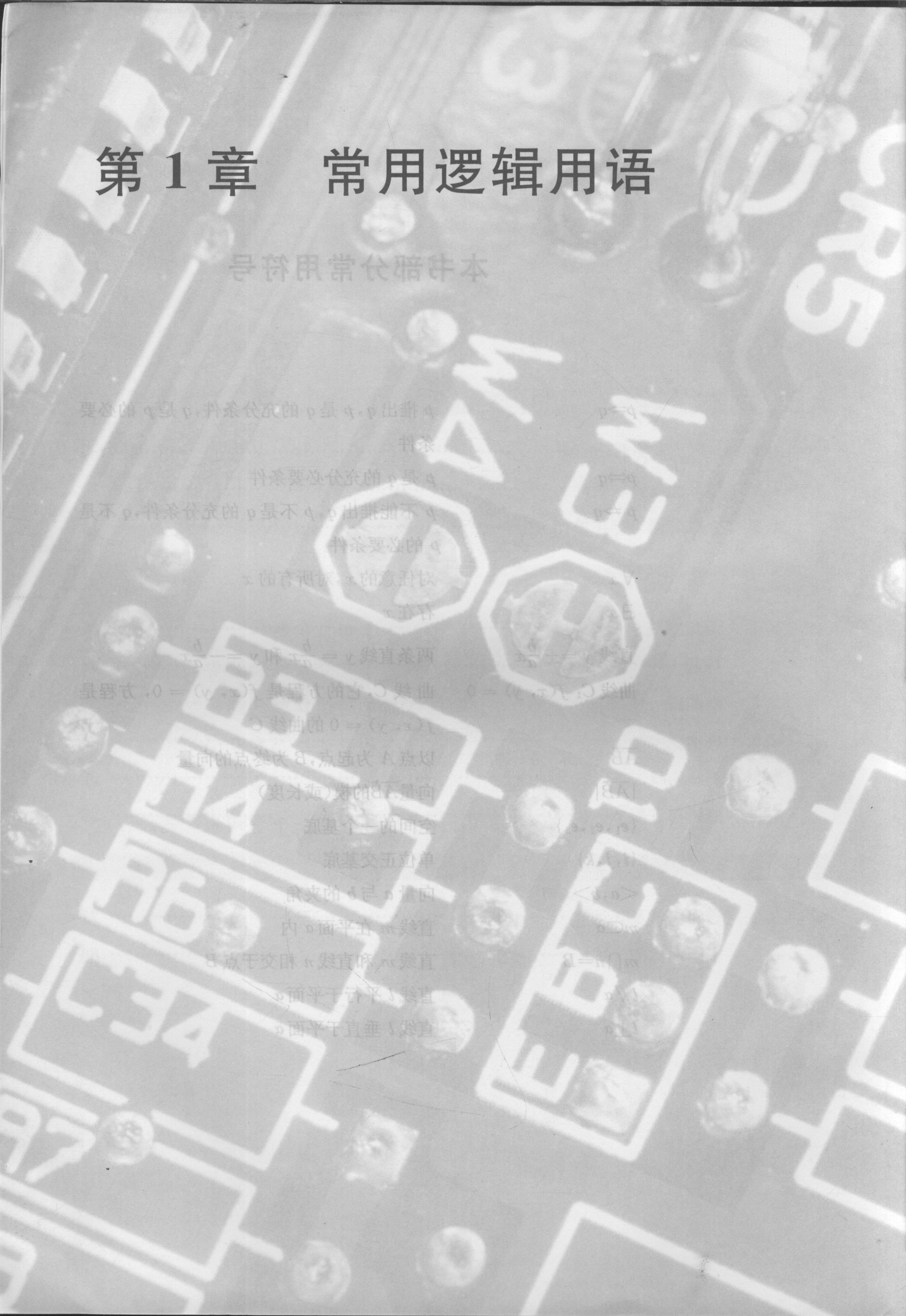
本书还设计了一些具有挑战性的内容，包括思考、探究、链接，以及习题中的“思考・运用”、“探究・拓展”等，以激发你探索数学的兴趣. 在掌握基本内容之后，选择其中一些内容作思考与探究，你会更加喜欢数学.

目　录

本书部分常用符号

$p \Rightarrow q$	p 推出 q，p 是 q 的充分条件，q 是 p 的必要条件
$p \Leftrightarrow q$	p 是 q 的充分必要条件
$p \nRightarrow q$	p 不能推出 q，p 不是 q 的充分条件，q 不是 p 的必要条件
$\forall x$	对任意的 x，对所有的 x
$\exists x$	存在 x
直线 $y=\pm\frac{b}{a}x$	两条直线 $y=\frac{b}{a}x$ 和 $y=-\frac{b}{a}x$
曲线 C：$f(x, y)=0$	曲线 C，它的方程是 $f(x, y)=0$，方程是 $f(x, y)=0$ 的曲线 C
$\overrightarrow{AB}$	以点 A 为起点，B 为终点的向量
$\lvert\overrightarrow{AB}\rvert$	向量 $\overrightarrow{AB}$ 的模（或长度）
$\{\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$	空间的一个基底
$\{\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}\}$	单位正交基底
$\langle\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}\rangle$	向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角
$m \subset \alpha$	直线 m 在平面 α 内
$m \cap n = B$	直线 m 和直线 n 相交于点 B
$l /\!/ \alpha$	直线 l 平行于平面 α
$l \perp \alpha$	直线 l 垂直于平面 α

第1章　常用逻辑用语



- 常用逻辑用语
  - 命题及其关系
    - 四种命题
    - 充分条件和必要条件
  - 简单的逻辑联结词
  - 全称量词与存在量词
    - 量词
    - 含有一个量词的命题的否定

要想获得真理和知识，惟有两件武器，那就是清晰的直觉和严格的演绎.

——笛卡儿

在日常生活和数学学习中，会遇到如下的表述：

明天将举行全校运动会，除非天下雨；

只有当小张的各门课程的平均成绩在 90 分以上，并且操行等第优秀时，他才可能获得本学期的特等奖学金；

如果两个三角形的两边及其夹角对应相等，那么这两个三角形全等；

对于所有的实数 a，都有 $|a| \geqslant 0$.

上述表述中都使用了逻辑用语.

在本章中，我们将研究：

- 如何用逻辑用语准确地表达数学内容？

1.1 命题及其关系

我们知道，能够判断真假的语句叫做命题(proposition)。例如，

如果两个三角形全等，那么它们的面积相等； ①

如果两个三角形的面积相等，那么它们全等； ②

如果两个三角形不全等，那么它们的面积不相等； ③

如果两个三角形的面积不相等，那么它们不全等。 ④

● 命题②，③，④与命题①有何关系？

1.1.1 四种命题

上面的四个命题都是"如果……，那么……"形式的命题，可记为"若 p 则 q"，其中 p 是命题的条件，q 是命题的结论。

在上面的例子中，命题②的条件和结论分别是命题①的结论和条件，我们称这两个命题为互逆命题。

命题③的条件和结论分别是命题①的条件的否定和结论的否定，这样的两个命题称为互否命题。

命题④的条件和结论分别是命题①的结论的否定和条件的否定，这样的两个命题称为互为逆否命题。

一般地，设"若 p 则 q"为原命题(primitive proposition)，那么，

"若 q 则 p"就叫做原命题的逆命题(inverse proposition)；

"若非 p 则非 q"就叫做原命题的否命题(negative proposition)；

"若非 q 则非 p"就叫做原命题的逆否命题(converse-negative proposition)。

非 p、非 q 分别表示 p 和 q 的否定。

四种命题之间的关系可用图 1－1 来表示：

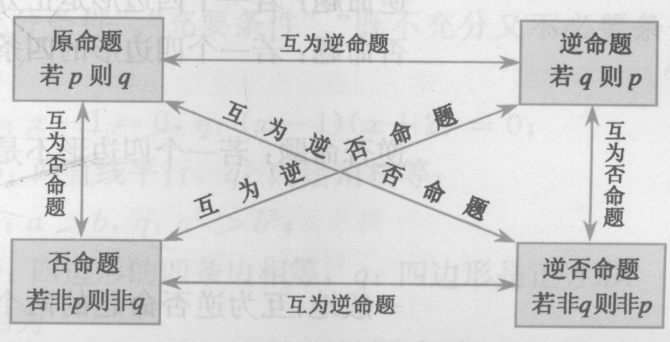


图 1－1

例 1 写出命题“若 $a=0$,则 $ab=0$”的逆命题、否命题与逆否命题.

解 原命题：若 $a=0$,则 $ab=0$；

逆命题：若 $ab=0$,则 $a=0$；

否命题：若 $a\neq 0$,则 $ab\neq 0$；

逆否命题：若 $ab\neq 0$,则 $a\neq 0$.

思 考

原命题、逆命题、否命题、逆否命题的真假有什么关系？

结合已经学过的数学知识，我们可以知道：

(1) 如果 $a=0$ 成立，那么 $ab=0$ 一定成立；

(2) 虽有 $ab=0$ 成立，但 $a=0$ 不一定成立；

(3) 虽有 $a\neq 0$ 成立，但 $ab\neq 0$ 不一定成立；

(4) 如果 $ab\neq 0$ 成立，那么 $a\neq 0$ 一定成立.

因此，在例 1 中，原命题是真命题，逆命题是假命题，否命题是假命题，逆否命题是真命题.

例 2 把下列命题改写成“若 p 则 q”的形式，并写出它们的逆命题、否命题与逆否命题，同时指出它们的真假：

(1) 对顶角相等；

(2) 四条边相等的四边形是正方形.

分析 关键是找出原命题的条件 p 和结论 q.

解 (1) 原命题可以写成：若两个角是对顶角，则这两个角相等； （真）

逆命题：若两个角相等，则这两个角是对顶角； （假）

否命题：若两个角不是对顶角，则这两个角不相等； （假）

逆否命题：若两个角不相等，则这两个角不是对顶角. （真）

(2) 原命题可以写成：若一个四边形的四条边相等，则它是正方形； （假）

逆命题：若一个四边形是正方形，则它的四条边相等； （真）

否命题：若一个四边形的四条边不全相等，则它不是正方形； （真）

逆否命题：若一个四边形不是正方形，则它的四条边不全相等. （假）

一般地，互为逆否命题的两个命题，要么都是真命题，要么都是假命题.

练 习

1. 判断下列说法是否正确：

(1) 一个命题的否命题为真，它的逆命题也一定为真；

(2) 一个命题的逆否命题为真，它的逆命题不一定为真.

2. 写出下列命题的逆命题、否命题与逆否命题，并分别判断它们的真假：

(1) 若 $|a|=|b|$，则 $a=b$；

(2) 若 $x<0$，则 $x^2>0$.

1.1.2 充分条件和必要条件

"$p\Rightarrow q$"读作"p 推出 q"，"$p\not\Rightarrow q$"读作"p 不能推出 q".

一般地，命题"若 p 则 q"为真，记作"$p\Rightarrow q$"；"若 p 则 q"为假，记作"$p\not\Rightarrow q$".

我们知道，

$x=y\Rightarrow x^2=y^2$，但 $x^2=y^2\not\Rightarrow x=y$；$x^2>1\not\Rightarrow x>1$，但 $x>1\Rightarrow x^2>1$；

两个三角形相似⇒两个三角形对应角相等；反过来，两个三角形对应角相等⇏两个三角形相似.

● 上述命题中，条件与结论之间有什么关系？

一般地，如果 $p\Rightarrow q$，那么称 p 是 q 的**充分条件**（sufficient condition），同时称 q 是 p 的**必要条件**（necessary condition）；

如果 $p\Rightarrow q$，且 $q\Rightarrow p$，那么称 p 是 q 的**充分必要条件**（sufficient and necessary condition），简称为 p 是 q 的**充要条件**，记作 $p\Leftrightarrow q$；

如果 p 是 q 的充要条件，那么 q 也是 p 的充要条件.

如果 $p\Rightarrow q$，且 $q\not\Rightarrow p$，那么称 p 是 q 的**充分不必要条件**；

如果 $p\not\Rightarrow q$，且 $q\Rightarrow p$，那么称 p 是 q 的**必要不充分条件**；

如果 $p\not\Rightarrow q$，且 $q\not\Rightarrow p$，那么称 p 是 q 的**既不充分又不必要条件**.

例 1 指出下列命题中，p 是 q 的什么条件.（在"充分不必要条件"、"必要不充分条件"、"充要条件"、"既不充分又不必要条件"中选出一种）

(1) p: $x-1=0$, q: $(x-1)(x+2)=0$；

(2) p: 两直线平行，q: 内错角相等；

(3) p: $a>b$, q: $a^2>b^2$；

(4) p: 四边形的四条边相等，q: 四边形是正方形.

解 (1) 因为

$$x-1=0\Rightarrow(x-1)(x+2)=0,$$

$$(x-1)(x+2)=0 \nRightarrow x-1=0,$$

所以 p 是 q 的充分不必要条件.

(2) 因为

$$\text{两直线平行} \Leftrightarrow \text{内错角相等},$$

所以 p 是 q 的充要条件.

(3) 因为

$$a>b \nRightarrow a^2>b^2,$$
$$a^2>b^2 \nRightarrow a>b,$$

所以 p 是 q 的既不充分又不必要条件.

(4) 因为

$$\text{四边形的四条边相等} \nRightarrow \text{四边形是正方形},$$
$$\text{四边形是正方形} \Rightarrow \text{四边形的四条边相等},$$

所以 p 是 q 的必要不充分条件.

练 习

1. 如果 p: $x>2$, q: $x \geqslant 2$, 那么 p 是 q 的(　　).
   A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件
   C. 充要条件　　D. 既不充分又不必要条件
2. 从"$\Rightarrow$"、"$\nRightarrow$"、"$\Leftrightarrow$"中选择适当的符号填空：
   (1) $x^2>1$ ________ $x>1$；
   (2) a,b 都是偶数 ________ $a+b$ 是偶数；
   (3) $x^2=x+2$ ________ $|x|=\sqrt{x+2}$；
   (4) n 是 2 的倍数 ________ n 是 4 的倍数.
3. 从"充分不必要条件"、"必要不充分条件"、"充要条件"和"既不充分又不必要条件"中，选出适当的一种填空：
   (1) "$a=b$" 是 "$2^a=2^b$" 的 ________；
   (2) "$\lg a=\lg b$" 是 "$a=b$" 的 ________；
   (3) "两条直线不相交"是"这两条直线是异面直线"的 ________；
   (4) "直线 l 与平面 α 内无数条直线垂直"是"$l \perp \alpha$"的 ________.

习题 1.1

感受·理解

1. 将下列命题改写成"若 p 则 q"的形式：
   (1) 垂直于同一个平面的两条直线平行；
   (2) 斜率相等的两条直线平行；
   (3) 钝角的余弦值是负数.
2. 写出下列命题的逆命题、否命题与逆否命题，并分别判断它们的真假：
   (1) 若 $x^2=1$，则 $x=1$；
   (2) 矩形的对角线相等.
3. 举例说明：

(1) p 是 q 的充分不必要条件；

(2) p 是 q 的必要不充分条件；

(3) p 是 q 的充要条件；

(4) p 是 q 的既不充分又不必要条件.

思考·运用

4. 从"充分不必要条件"、"必要不充分条件"、"充要条件"和"既不充分又不必要条件"中，选出适当的一种填空：

(1) "$a=0$"是"函数 $f(x)=x^2+ax$ $(x\in\mathbf{R})$ 为偶函数"的__________；

(2) "$\sin\alpha>\sin\beta$"是"$\alpha>\beta$"的__________；

(3) "$M>N$"是"$\log_2 M>\log_2 N$"的__________；

(4) "$x\in M\cap N$"是"$x\in M\cup N$"的__________.

探究·拓展

5. 我们可以从集合的观点来看"若 $p\Rightarrow q$，则 p 是 q 的充分条件"：设满足条件 p 的元素构成集合 A，满足条件 q 的元素构成集合 B，若 $A\subseteq B$，则 p 是 q 的充分条件.

类似地，试用集合的观点描述 p 是 q 的必要条件、p 是 q 的充要条件，并举例说明.

1.2 简单的逻辑联结词

考察下列命题：

6 是 2 的倍数或 6 是 3 的倍数； ①

6 是 2 的倍数且 6 是 3 的倍数； ②

$\sqrt{2}$不是有理数. ③

● 这些命题的构成各有什么特点？

命题①是用"或"将"6 是 2 的倍数"与"6 是 3 的倍数"联结而成的新命题；

命题②是用"且"将"6 是 2 的倍数"与"6 是 3 的倍数"联结而成的新命题；

命题③是对命题"$\sqrt{2}$是有理数"进行否定而成的新命题，在逻辑上常用"非"来表示.

这里的"或"、"且"、"非"称为逻辑联结词(logical connectives).

我们通常用小写拉丁字母 p, q, r, …表示命题，上面命题①，②，③的构成形式分别是：

p 或 q；

p 且 q；

非 p.

"p 或 q"可记作"$p \vee q$"，"p 且 q"可记作"$p \wedge q$". "非 p"也叫做命题 p 的否定，可记作$\neg p$.

例 1 分别指出下列命题的形式：

(1) $8 \geqslant 7$；

(2) 2 是偶数且 2 是质数；

(3) π 不是整数.

解 (1) 这个命题是"p 或 q"的形式，其中，

$$p: 8 > 7,$$

$$q: 8 = 7.$$

(2) 这个命题是"p 且 q"的形式，其中，

$$p: 2 \text{ 是偶数},$$