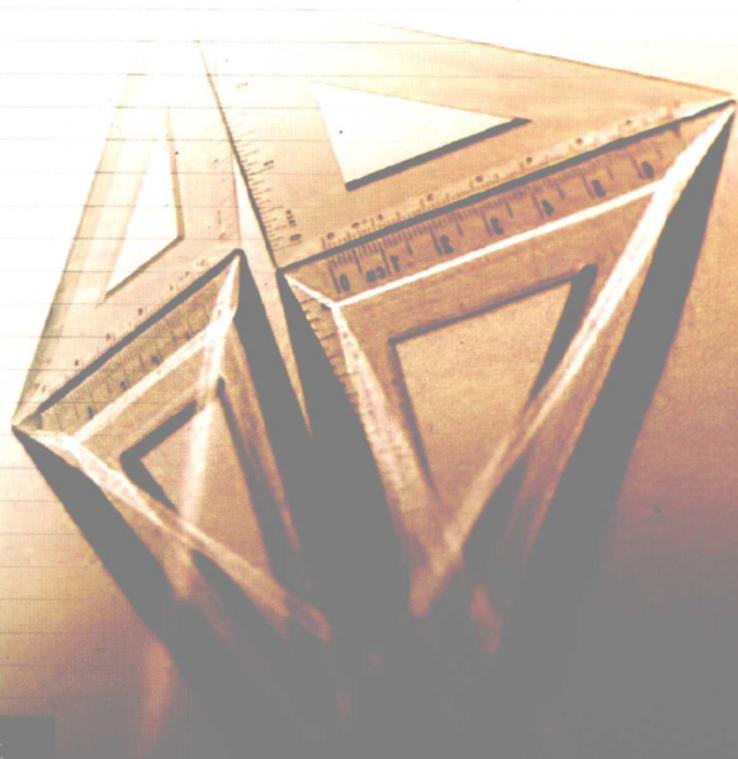


◀ 中等职业学校文化课教学用书 · 实用数学
ZHONGDENG ZHIYE XUEXIAO WENHUAKE JIAOXUE YONGSHU · SHIYONG SHUXUE

SHIYONG SHUXUE

实用数学

◎ 主 编 焦亚民



陕西科学技术出版社

中等职业学校文化课教学用书

实用数学

主 编 焦亚民

副主编 刘江明

编 者 于 敏 吴爱萍

张 森 张玉芹

陕西科学技术出版社

丛书编委会

主任 刘义务 高 东
副主任 张中华 贺玉玺 罗进强
委员 王建成 任越英 华 强 白文芳
宋玉梅 徐 瑛 张 森

图书在版编目(CIP)数据

实用数学/焦亚民主编. —西安:陕西科学技术出版社, 2007.8

中等职业学校文化课教学用书

ISBN 978-7-5369-4279-0

I. 实... II. 焦... III. 数学课—专业学校—教材 IV.

G634.601

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 117196 号

出版者 陕西科学技术出版社
西安北大街 131 号 邮编 710003
电话(029)87211894 传真(029)87218236
<http://www.snsttp.com>
发行者 陕西科学技术出版社
电话(029)87258830 87231125
印 刷 西安市雁塔区东方印刷厂
规 格 787mm×1092mm 16 开本
印 张 11.25
字 数 201 千字
版 次 2007 年 8 月 1 版
2007 年 8 月第 1 次印刷
定 价 全套(四册) 60.00 元

版权所有 翻印必究



前言

为了贯彻《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》精神，落实教育部关于“大力发展中职教育”中提出的职业教育课程改革和教材建设的基本精神和要求，根据中等职业学校实施的“2+1”教学模式，以及中职学校目前面对的教育对象的实际情况，我们组织力量对中等职业教育文化基础课程中的现代应用文写作基础、英语、数学、物理四种教材进行了编写。

这套基础课教材，基本上是根据教育部最新颁布的文化基础课程的教学大纲（课程教学基本要求）编写。在教材中全面贯彻素质教育思想，从社会发展对中初级专门人才需要的实际出发，力求体现以学习者发展为本的教学思想，本着能学会、够用、实用的原则，起点较低，浅显易懂，容易掌握。使学生在轻松愉快的氛围中听懂学会基础课，为学好专业课以及今后更好地工作打下良好的基础。

本教材是《实用数学》，编写的指导思想是：贯彻教育部有关教材开发和调整文化基础课的精神和要求，体现“以学习者发展为本”的思想，坚持以就业为导向，以学习者为中心，以能力为本位的课程改革目标，旨在提升中等职业学校学生的数学素养。

本教材的起点低，以实用会用的原则，突出好教易学的特点。全书分8章，第1、2、3章由陕西省经贸学校高级讲师刘江明、陕西省建筑

材料工业学校高级讲师张玉芹老师编写；第4、5章由陕西省经贸学校讲师于敏、陕西省建筑材料工业学校讲师吴爱萍老师编写；第6章由张森编写；第7、8章由焦亚民编写；本书由贺玉玺、焦亚民策划并由焦亚民统稿。编写中，参考了有关最新资料，在此向这些作者一并致谢。

由于编者水平有限，错漏之处在所难免，敬请同行批评指正。

编者

2007年8月



目 录

第1章 集 合 (1)

- 1.1 集合的概念 (1)
- 1.2 集合的表示法 (3)
- 1.3 集合之间的关系 (7)
- 1.4 交 集 (9)
- 1.5 并 集 (10)
- 1.6 全集与补集 (12)

第2章 不等式 (18)

- 2.1 区间的概念 (18)
- 2.2 一元二次不等式的分
解因式法 (21)
- 2.3 线性分式不等式 (23)
- 2.4 含有绝对值的不等式 (25)

第3章 函 数 (30)

- 3.1 函数的概念 (30)
- 3.2 函数的表示法 (33)
- 3.3 函数的单调性 (37)
- 3.4 函数的奇偶性 (39)
- 3.5 反函数 (41)
- 3.6 指 数 (43)
- 3.7 幂函数 (47)
- 3.8 指数函数 (49)
- 3.9 对 数 (52)

3.10 对数函数 (57)

第4章 三角函数 (65)

- 4.1 角的概念的推广 (65)
- 4.2 角的度量 (68)
- 4.3 任意角的三角函数的
概念 (70)
- 4.4 同角三角函数的基本
关系 (74)
- 4.5 三角函数的简化公式 (76)
- 4.6 两角和与差的正弦、
余弦、正切 (81)
- 4.7 二倍角的正弦、余弦、
正切 (84)

第5章 数 列 (88)

- 5.1 数列的概念 (88)
- 5.2 等差数列 (90)
- 5.3 等比数列 (94)
- 5.4 数列的综合应用 (98)

第6章 立体几何 (101)

- 6.1 平面的基本性质 (101)
- 6.2 空间两条直线 (106)
- 6.3 空间两平面 (112)
- 6.4 多面体 (117)

第7章 复数 (126)

7.1 复数及其几何意义 (126)

7.2 复数的四则运算 (134)

7.3 复数的三角形式及其

(73) 运算 (142)

(69) 复数的三角形式

(63) 复数的四则运算

(68) 复数的三角形式

(67) 复数的三角形式

(67) 复数的三角形式

(67) 复数的三角形式

(67) 复数的三角形式

(67) 复数的三角形式

(67) 复数的三角形式

(67) 复数的三角形式

(67) 复数的三角形式

(67) 复数的三角形式

(67) 复数的三角形式

(67) 复数的三角形式

(67) 复数的三角形式

(67) 复数的三角形式

(67) 复数的三角形式

(67) 复数的三角形式

(67) 复数的三角形式

(67) 复数的三角形式

(67) 复数的三角形式

(67) 复数的三角形式

第8章 排列与组合 (152)

8.1 两个计数原理 (152)

8.2 排列 (156)

8.3 组合 (162)

8.4 排列与组合的应用 (168)

(1) 排列与组合

(2) 排列与组合

(3) 排列与组合

(4) 排列与组合

(5) 排列与组合

(6) 排列与组合

(7) 排列与组合

(8) 排列与组合

(9) 排列与组合

(10) 排列与组合

(11) 排列与组合

(12) 排列与组合

(13) 排列与组合

(14) 排列与组合

(15) 排列与组合

(16) 排列与组合

(17) 排列与组合

(18) 排列与组合

(19) 排列与组合

(20) 排列与组合

(21) 排列与组合

(22) 排列与组合



第1章 集 合

本章要点

- ☆集合的概念
- ☆集合之间的关系
- ☆集合的运算

1.1 集合的概念



学习目标

- ★理解集合的概念；
- ★会用符号表示元素与集合的关系；
- ★理解空集的概念。



观 察

- (1)本校一年级的全体学生.
- (2)本校图书馆的全部藏书.
- (3)所有的直角三角形.
- (4)大于10且小于20的偶数.

从上述例子,我们发现它们分别是由一些确定的人、书、图形、数等事物组成的一个整体.它们都具有某种特定的性质,我们把这个整体叫做集合,简称为集.构成这个集合的每个事物叫做集合的元素.一般地,把具有某种特定性质的对象组成的总体叫做集合,简称集,构成集合的每个对象都叫做集合的元素.

如:数控(一)班所有学生构成一个集合.这个班的每一个学生都是这个集合的

一个元素.

小红的所有家庭成员也构成一个集合,每个成员都是这个集合的一个元素.

(1)集合是什么?你能举出几个集合的例子吗?

(2)集合有哪些特性?

集合具有以下三种特性:

(1)确定性:组成集合的元素都是确定的.例如数控(一)班的全体学生组成的集合,谁是这个集合的元素,谁不是,都是确定的;又如,数控(一)班所有高个子的学生,因为标准不明确,就不构成集合,如改成身高 175cm 以上的学生,标准明确,就可以组成集合了.

(2)互异性:组成集合的每个元素只能出现一次,不能重复,例如,数控(一)班的花名册上,每位同学的名字只能出现一次.

(3)无序性:组成集合的元素不考虑它的排列顺序,例如 a, b, c 与 b, a, c 表示的是同一集合.

集合通常用大写的英文字母 $A, B, C \dots$ 来表示,集合的元素通常用小写的英文字母 $a, b, c \dots$ 来表示.

如果 a 是集合 A 的元素,就说 a 属于 A ,记作 $a \in A$.

如果 a 不是集合 A 的元素,就说 a 不属于 A ,记作 $a \notin A$.

下面是几个经常遇到的集合,用固定字母来表示.

(1)自然数集:所有自然数组成的集合,记作 N .

(2)整数集:所有整数组成的集合,记作 Z .

(3)有理数集:所有有理数组成的集合,记作 Q .

(4)实数集,所有实数组成的集合,记作 R .

所有正整数组成的集合记作 N^* ($*$ 表示把 0 去除)或 Z^+ .

所有正实数组成的集合记作 R^+ .

所有非负实数组成的集合记作 R_+ .

所有非零实数组成的集合记作 R^* .

含有有限多个元素的集合,称为有限集合.

含有无限多个元素的集合,称为无限集合.

【例】 方程 $x^2 + 1 = 0$ 的实数解.

上述方程没有实数解,因此,这个集合不含任何元素.



我们把不含任何元素的集合叫做空集,记作 $\emptyset$.



想一想

- (1) 上例中,哪些是有限集合? 哪些是无限集合?
- (2) 举一个空集的例子.



练一练

1. 下列各组事物是否确定了一个集合?

- (1) 数控(一)班的全体男生;
- (2) 数控(一)班的胖人;
- (3) 数控(一)班的英俊的男生;
- (4) 所有等边三角形;
- (5) 著名的运动员.

2. 用 $\in$ 或 $\notin$ 填空.

- (1) 0 N , $1/3$ N , -3 N , 1 N .
- (2) 3 Z , 0 Z , -2 Z , $1/3$ Z .
- (3) 2 Q , π Q , 0 Q , $1/3$ Q .
- (4) $\sqrt{2}$ R , π R , $1/3$ R , 0 R .
- (5) 10 N^* , $-\sqrt{2}$ R_+ , 0 R^* , π R^+ .
- (6) 0 $\emptyset$, 2 $\emptyset$, $1/2$ $\emptyset$, 1 $\emptyset$.

1.2 集合的表示法



学习目标

★ 会用列举法或描述法表示集合.

1.2.1 列举法

想一想

你们班全体学生组成的集合都有哪些元素,你能说出来吗?

小于 10 的自然数所组成的集合,你能表示出来吗?

当集合的元素个数较少时,我们可以把集合中的元素一一列举出来,写在一个大括号内,像这样一种表示集合的方法叫做列举法.

如:小于 10 的自然数所组成的集合,可表示为:

$$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

方程 $x^2 - 9 = 0$ 的解集,可表示为 $\{-3, 3\}$.

方程 $x - 3 = 0$ 的解集,可表示为 $\{3\}$.

只含有一个元素的集合称为单元素集.

例如: $\{0\}, \{a\}$.



辨一辨

下列符号表示什么? 有什么不同?

$$a, \{a\}, 0, \{0\}, \emptyset, \{\emptyset\}$$

当一个集合元素个数较多时,用列举法表示时,可以列出几个元素作为代表,其他元素用省略号表示.

例如,所有自然数组成的集合:

$$\{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

所有小于 1000 的正偶数组成的集合:

$$\{2, 4, 6, 8, \dots, 998\}$$

由 10 到 100 的整数组成的集合:

$$\{10, 11, 12, 13, \dots, 100\}$$



1.2.2 描述法

想一想

(1) 所有直角三角形组成的集合.

(2) 小于 10 的实数所组成的集合.

这些集合元素个数有无穷多个,无法一一列举出来,不能用列举法表示出来,但是我们可以把它们所具有的特性描述出来,写在大括号内,象这样表示集合的方法,叫做描述法.

例如:所有直角三角形组成的集合可表示为:

$$\{\text{直角三角形}\}$$

小于 10 的实数组成的集合可表示为:

$$\{x \mid x \in \mathbf{R} \text{ 且 } x < 10\}$$

常用格式:竖线左方写上这个集合元素的一般形式.右方写上这个集合元素所具有的特性.

例如:大于 5 的有理数组成的集合可表示为 $\{x \mid x \in \mathbf{Q} \text{ 且 } x > 5\}$.

不等式 $x-1 > 5$ 的解集,可表示为 $\{x \mid x \in \mathbf{R} \text{ 且 } x-1 > 5\}$,如能明显看出集合所讨论的元素是实数,那么 $x \in \mathbf{R}$ 可略去不写,即上述集可表示为 $\{x \mid x > 6\}$.

大于 -3 小于 10 的整数组成的集合,可表示为 $\{x \mid x \in \mathbf{Z} \text{ 且 } -3 < x < 10\}$.

所有自然数组成的集合,用列举法表示为:

$$\{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

用描述法表示为:

$$\{n \mid n \in \mathbf{N}\}$$

所有偶数组成的集合,用列举法表示为:

$$\{\dots -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \dots\}$$

用描述法表示为:

$$\{n \mid n = 2m, m \in \mathbf{Z}\} \text{ 或 } \{2n \mid n \in \mathbf{Z}\}$$

所有奇数组成的集合,用列举法表示为:

$$\{\dots -5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots\}$$

用描述法表示为:

$$\{n \mid n = 2m + 1, m \in \mathbf{Z}\} \text{ 或 } \{2n + 1 \mid n \in \mathbf{Z}\}$$

观察上述几题可知,有些集合用描述法表示方便,有些集合用列举法表示方便,有些集合既能用列举法又能用描述法表示.



练一练

1. 用列举法表示下列集合:

- (1) 大于 5 的正整数组成的集合;
- (2) 构成英语单词的所有字母组成的集合;
- (3) 方程 $x-1=1$ 解集;
- (4) 方程 $x^2+4=0$ 的实数解;
- (5) 12 的正约数;
- (6) 大于 -4 小于 5 的整数;
- (7) 绝对值等于 1 的实数;
- (8) 大于 10 的自然数组成的集合;
- (9) 大于 -10 小于 100 的偶数组成的集合;
- (10) 小于 100 的正奇数组成的集合.

2. 用描述法表示下列集合:

- (1) 大于 -5 的所有实数组成的集合;
- (2) 方程 $x^2-5x+6=0$ 的解集组成的集合;
- (3) 不等式 $x+5<0$ 的解集;
- (4) 所有正偶数组成的集合;
- (5) 所有正奇数组成的集合;
- (6) 小于 100 的整数组成的集合;
- (7) 所有 5 的正整倍数;
- (8) 所有等边三角形组成的集合;
- (9) 能被 3 整除的自然数组成的集合;
- (10) 被 3 除余数为 1 的自然数组成的集合;
- (11) 被 3 除余数为 2 的自然数组成的集合.



1.3 集合之间的关系



学习目标

- ★正确理解子集,真子集的概念;
- ★理解集合的包含关系;
- ★理解集合相等的概念.



想一想

- (1)数控(一)班的全体学生.
- (2)数控(一)班的全体男生.

上述两个集合之间有什么关系?

数控(一)班的每个男生又都是数控(一)班的学生.

又如 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, 我们发现 B 中的每一个元素又都是集合 A 中的元素.

一般地,对于两个集合 A 和 B ,如果集合 B 中的每一个元素又都是集合 A 的元素,则称集合 B 是集合 A 的子集,记作:

$$B \subseteq A (\text{或 } A \supseteq B)$$

读作 B 包含于 A ,或 A 包含 B .

反之,如果集合 B 不是集合 A 的子集,则称集合 B 不包含于 A 或集合 A 不包含 B ,记作 $B \not\subseteq A$ (或 $A \not\supseteq B$).

【规定】 (1)空集是任何集合的子集;

(2)任何一个集合都是它本身的子集.

【例】 写出集合 $A = \{1, 2, 3\}$ 的所有子集.

为防止漏写,可按下列顺序写:

- (1) $\emptyset$;
- (2)含一个元素的子集;
- (3)含两个元素的子集;
- (4)含三个元素的子集.

A 的子集如下:

$$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}.$$

一般地对于两个集合 A 和 B, 当 $B \subseteq A$ 且 $A \neq B$ 时, 则称 B 是 A 的真子集, 记作 $B \subsetneq A$ 或 $B \subsetneqq A$.



想一想

(1) $A = \{a, b, c\}, B = \{c, a, b\};$

(2) $C = \{x \mid x^2 - 4 = 0\}, D = \{-2, 2\}.$

上述两个集合有什么关系?

我们发现:

(1) 中集合 A 中的每一个元素都是集合 B 中的元素, 同时, 集合 B 中的每一个元素也是集合 A 的元素.

(2) 同理.

很显然对于两个集合 A、B, 当 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$ 时, 则有 $A = B$, 这时我们称这两个集合相等.



想一想

下列集合相等吗?

(1) $A = \{x \mid x + 1 = 0\}, B = \{-1\};$

(2) $C = \{\text{小于 0 的自然数}\}, D = \emptyset;$

(3) $\{0\}$ 与 $\emptyset;$

(4) $\{2, 4, 6, 8, \dots\}, \{2n \mid n \in \mathbf{Z}^+\}.$



练一练

1. 选入适当的符号 ($\in, \notin, \subset, \supset, \subseteq, \supseteq, =$) 填入空格:

(1) $\{a, b, c\}$ _____ $\{a, c, b, d\};$

(2) $\{x \mid |x| = 2\}$ _____ $\{-2, 2\};$

(3) $\emptyset$ _____ $\{a\};$

(4) $\{1\}$ _____ $\{1, 2, 3\};$

(5) 1 _____ $\{1, 2, 3\};$



- (6) a _____ $\{a\}$;
 (7) 0 _____ $\emptyset$;
 (8) $\{a, b, c\}$ _____ $\{b, c, a\}$;
 (9) $\mathbb{Q}^+$ _____ $\mathbb{R}$;
 (10) $\{x \mid x^2 = -4 \text{ 且 } x \in \mathbb{R}\}$ _____ $\emptyset$.

2. 设 $A = \{a, b, c\}$, 写出 A 的所有子集, 并且指出哪些是真子集.

1.4 交集



学习目标

- ★理解交集的概念;
- ★掌握交运算.



想一想

设集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$ 我们把既属于 A 又属于 B 的元素拿出来构成一个新的集合 $C = \{3, 4\}$.

集合 C 中的元素既属于 A 又属于 B , 我们把这样的集合称为 A 与 B 的交集.

一般地, 对于两个给定集合 A 和 B , 把既属于 A 又属于 B 的所有元素组成的集合, 叫做 A 与 B 交集, 记作 $A \cap B$, 读作“ A 交 B ”, 即 $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}$.

集合 A 与 B 的交集有如下情形(图 1-1):

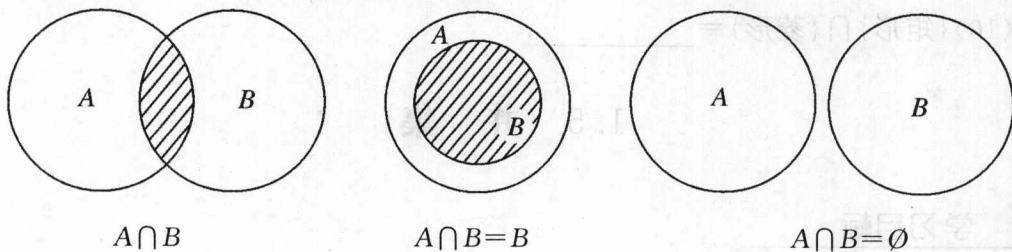


图 1-1

例如: $\{a, b, c, d\} \cap \{b, d, e, f\} = \{b, d\}$

又如 $\{\text{等腰三角形}\} \cap \{\text{直角三角形}\} = \{\text{等腰直角三角形}\}$.

由交集定义可得, 对于任何集合 A, B 有

$$A \cap B = B \cap A;$$

$$A \cap A = A;$$

$$A \cap \emptyset = \emptyset.$$



练一练

1. 在空格上填写适当的集合:

(1) $\{1, 2, 3, 4, 5\} \cap \{2, 4, 6, 8\} = \underline{\hspace{2cm}};$

(2) $\{1, 3, 5, 7\} \cap \{2, 4, 6, 8\} = \underline{\hspace{2cm}};$

(3) $\{x \mid x \geq 2\} \cap \{x \mid x \leq 5\} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 在空格上填写适当的集合:

(1) $\mathbf{Z} \cap \mathbf{N} = \underline{\hspace{2cm}};$

(2) $\mathbf{Z} \cap \mathbf{Q} = \underline{\hspace{2cm}};$

(3) $\mathbf{Q} \cap \mathbf{R} = \underline{\hspace{2cm}};$

(4) $\mathbf{Z} \cap \emptyset = \underline{\hspace{2cm}};$

(5) $\mathbf{N} \cap \mathbf{N} = \underline{\hspace{2cm}};$

(6) $\{2n \mid n \in \mathbf{Z}\} \cap \{2n-1 \mid n \in \mathbf{Z}\} = \underline{\hspace{2cm}};$

(7) $\{x \mid x = 4\} \cap \{x \mid x + 4 = 0\} = \underline{\hspace{2cm}};$

(8) $\{2, 4, 6, 8\} \cap \{4, 8, 9\} = \underline{\hspace{2cm}};$

(9) $\{x \mid x > -3\} \cap \{x \mid x < 3\} = \underline{\hspace{2cm}};$

(10) $\{\text{矩形}\} \cap \{\text{菱形}\} = \underline{\hspace{2cm}}.$

1.5 并 集



学习目标

★理解并集的概念;

★掌握并运算.