

全国高等教育自学考试辅导教材 公共课程

物理(工)

自学考试指导与题解

WULI(GONG)ZIXUE KAOSHI ZHIDAO YU TIJIE

吴王杰 李配军 吴方平 / 编

课程代码
0420
[2007年版]



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

物理 (I)

自然科学部物理学科

第1版 1980年 10月

全国高等教育自学考试辅导教材公共课程

物理（工）自学 考试指导与题解

吴王杰 李配军 吴方平 编



机械工业出版社

本书根据全国高等教育自学考试指导委员会制定的《物理(工)》自学考试大纲编写,并与吴王杰教授编、机械工业出版社出版的《物理(工)》主教材配套使用,内容包括力学、热学、电磁学、振动、波动与波动光学、近代物理学等5篇共12章,覆盖了《物理(工)》课程的全部内容。本书每一章均由自学要求与重点难点、知识与联系、考核知识点与典型试题精析、习题详解四个部分构成。

自学要求与重点难点 明确指出需要理解、掌握的重点和难点。

知识与联系 依据考试大纲,对每章的考点进行归纳、总结和详细的分析,对每章内容的重点、难点,特别是易错、易混淆的概念,力求给出简洁、明晰的解说,寻求各知识点之间的内在联系,并指出各知识点易出的考试题型,旨在帮助学生充分理解每章重点、考点内容,理清各知识点的关系,分清层次,把握知识脉络,形成系统的知识体系。

考核知识点与典型试题精析 对照各知识点精选历年命题,进行详细的解题分析,帮助学生理清思路,找到解题的方法和技巧,同时做到举一反三,以便对各知识点进行进一步的理解。

习题详解 精选吴王杰教授编的《物理(工)》主教材中的习题,给出翔实、明了的解答,旨在让学生完成作业后,通过对照、比较,建立清晰的物理图像,理清思路,领悟和掌握解题的方法和技巧。

图书在版编目(CIP)数据

物理(工)自学考试指导与题解/吴王杰等编. —北京:机械工业出版社,2008.2

全国高等教育自学考试辅导教材公共课程

ISBN 978-7-111-23148-6

I. 物… II. 吴… III. 物理学-高等教育-自学考试-自学参考资料 IV. 04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 199541 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑:李永联 责任编辑:李永联 版式设计:霍永明

责任校对:樊钟英 封面设计:马精明 责任印制:李妍

北京中兴印刷有限公司印刷

2008 年 3 月第 1 版第 1 次印刷

184mm×260mm·14 印张·342 千字

标准书号:ISBN 978-7-111-23148-6

定价:22.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

销售服务热线电话:(010) 68326294

购书热线电话:(010) 88379639 88379641 88379643

编辑热线电话:(010) 88379711

封面无防伪标均为盗版

目 录

第一章 质点运动学和牛顿运动定律	1	第三章 气体动理论	49
一、自学要求与重点难点	1	一、自学要求与重点难点	49
1. 自学要求	1	1. 自学要求	49
2. 重点难点	1	2. 重点难点	49
二、知识与联系	1	二、知识与联系	49
1. 内容线索	1	1. 内容线索	49
2. 课程内容	1	2. 课程内容	49
3. 联系框图	3	3. 联系框图	51
三、考核知识点与典型试题精析	3	三、考核知识点与典型试题精析	51
1. 质点运动学	3	1. 平衡态及其状态参量 理想气体 物态方程	51
2. 牛顿运动定律	8	2. 理想气体的压强和温度公式	52
四、习题详解	10	3. 能量均分定理 理想气体的热力学能	53
1. 选择题	10	4. 麦克斯韦速率分布定律	55
2. 填空题	12	四、习题详解	56
3. 计算题	14	1. 选择题	56
第二章 守恒定律	22	2. 填空题	58
一、自学要求与重点难点	22	3. 计算题	60
1. 自学要求	22	第四章 热力学基础	63
2. 重点难点	22	一、自学要求与重点难点	63
二、知识与联系	22	1. 自学要求	63
1. 内容线索	22	2. 重点难点	63
2. 课程内容	23	二、知识与联系	63
3. 联系框图	25	1. 内容线索	63
三、考核知识点与典型试题精析	25	2. 课程内容	63
1. 动量与冲量 质点的动量定理	25	3. 联系框图	65
2. 质点系的动量定理和动量守恒定律	27	三、考核知识点与典型试题精析	65
3. 质点的角动量定理和角动量守恒定律	28	1. 准静态过程 热力学第一定律	65
4. 功与动能定理	28	2. 理想气体的等值过程	67
5. 保守力与势能	31	3. 理想气体的绝热过程	70
6. 功能原理与机械能守恒定律	32	4. 循环过程和热机效率	71
7. 刚体定轴转动定律	35	5. 热力学过程的不可逆性与热力学 第二定律	74
8. 刚体定轴转动角动量定理和角动量 守恒定律	37	四、习题详解	74
四、习题详解	38	1. 选择题	74
1. 选择题	38	2. 填空题	76
2. 填空题	40	3. 计算题	77
3. 计算题	43		

第五章 静电场	81	1. 内容线索	126
一、自学要求与重点难点	81	2. 课程内容	126
1. 自学要求	81	3. 联系框图	128
2. 重点难点	81	三、考核知识点与典型试题精析	129
二、知识与联系	81	1. 电磁感应的基本规律	129
1. 内容线索	81	2. 动生电动势和感生电动势	131
2. 课程内容	81	3. 互感和自感	133
3. 联系框图	84	4. 磁场的能量	134
三、考核知识点与典型试题精析	85	5. 麦克斯韦电磁场理论简介	134
1. 静电场的基本现象和规律	85	四、习题详解	135
2. 电场 电场强度 高斯定理	85	1. 选择题	135
3. 电势	88	2. 填空题	137
4. 静电场中的导体	90	3. 计算题	139
5. 静电场的能量	92	第八章 机械振动	143
四、习题详解	93	一、自学要求与重点难点	143
1. 选择题	93	1. 自学要求	143
2. 填空题	95	2. 重点难点	143
3. 计算题	97	二、知识与联系	143
第六章 恒定电流的磁场	102	1. 内容线索	143
一、自学要求与重点难点	102	2. 课程内容	143
1. 自学要求	102	3. 联系框图	145
2. 重点难点	102	三、考核知识点与典型试题精析	145
二、知识与联系	102	1. 简谐振动 简谐振动的运动学方程	145
1. 内容线索	102	2. 简谐振动的旋转矢量表示法	148
2. 课程内容	102	3. 简谐振动的能量	148
3. 联系框图	105	4. 同方向、同频率简谐振动的合成	149
三、考核知识点与典型试题精析	105	四、习题详解	150
1. 磁场与磁感应强度 毕奥-萨伐尔定律	105	1. 选择题	150
2. 磁场的高斯定理	109	2. 填空题	152
3. 安培环路定理	109	3. 计算题	153
4. 磁场对载流导线的作用	111	第九章 机械波	157
5. 磁场对运动电荷的作用	114	一、自学要求与重点难点	157
四、习题详解	116	1. 自学要求	157
1. 选择题	116	2. 重点难点	157
2. 填空题	119	二、知识与联系	157
3. 计算题	121	1. 内容线索	157
第七章 电磁感应与电磁场	126	2. 课程内容	158
一、自学要求与重点难点	126	3. 联系框图	159
1. 自学要求	126	三、考核知识点与典型试题精析	161
2. 重点难点	126	1. 机械波的产生和传播	161
二、知识与联系	126	2. 平面简谐波的表达式	161
		3. 波的能量 能流	164
		4. 波的叠加原理 波的干涉 驻波	165

四、习题详解	167	2. 课程内容	195
1. 选择题	167	3. 联系框图	197
2. 填空题	169	三、考核知识点与典型试题精析	197
3. 计算题	171	1. 狭义相对论的基本原理 狭义相对论的 时空观	197
第十章 波动光学	175	2. 质量和速度的关系 质量和 能量的关系	200
一、自学要求与重点难点	175	四、习题详解	201
1. 自学要求	175	1. 选择题	201
2. 重点难点	175	2. 填空题	203
二、知识与联系	175	3. 计算题	203
1. 内容线索	175	第十二章 波和粒子	206
2. 课程内容	176	一、自学要求与重点难点	206
3. 联系框图	177	1. 自学要求	206
三、考核知识点与典型试题精析	179	2. 重点难点	206
1. 光的干涉 杨氏双缝干涉	179	二、知识与联系	206
2. 光程 薄膜干涉 等厚干涉(劈尖)	179	1. 内容线索	206
3. 光的衍射 惠更斯-菲涅尔原理 单缝夫琅禾费衍射	181	2. 课程内容	207
4. 光栅衍射 平面透射光栅	183	3. 联系框图	208
5. 光的偏振 马吕斯定律 布儒斯特定律	184	三、考核知识点与典型试题精析	208
四、习题详解	186	1. 光电效应 爱因斯坦方程	208
1. 选择题	186	2. 光的波粒二象性	210
2. 填空题	189	3. 氢原子光谱的实验规律 玻尔理论	211
3. 计算题	191	4. 德布罗意假设 物质波 电子 衍射实验	212
第十一章 狭义相对论	195	四、习题详解	213
一、自学要求与重点难点	195	1. 选择题	213
1. 自学要求	195	2. 填空题	214
2. 重点难点	195	3. 计算题	215
二、知识与联系	195		
1. 内容线索	195		

第一章 质点运动学和牛顿运动定律

一、自学要求与重点难点

1. 自学要求

- (1) 理解参考系和坐标系的概念，质点的概念。
- (2) 掌握位移、瞬时速度和瞬时加速度的概念及其应用。
- (3) 理解力、惯性、质量等概念和牛顿运动三大定律。
- (4) 掌握用隔离体分析力的解题方法，掌握用牛顿运动定律分析力学问题的步骤。

2. 重点难点

位置矢量和位移矢量，瞬时速度和瞬时加速度，牛顿运动定律及其应用。

二、知识与联系

1. 内容线索

力学是研究物体机械运动的学科，按内容可分为运动学与动力学。运动学研究的是如何描述物体的运动；动力学研究的是物体运动及其变化的原因。本章的任务就是研究运动的描述和运动所满足的规律。在学习本章时，要认清以下基本思路：物质运动的绝对性和描述运动的相对性，认识到引入参考系和坐标系的必要性；物体运动是复杂的，为探索其物理学规律，还要掌握物理学的基本研究方法，即观察、实验、归纳、分析、抽象、假说等，其中抽象方法是很重要的，用质点来代替实际物体就是抓住现象、事物的本质和主要因素，在一定条件下建立研究理想模型的一个最简单和最典型的抽象实例；数学在研究物理问题中具有重要作用，要学会用数学语言来表达物理的概念和规律，矢量和微积分的基本运算不仅是与高中物理的一个重要区别，而且是深入理解物理概念的必备的数学工具；牛顿运动定律是研究物体之间的相互作用以及这种相互作用对物体运动状态变化的关系，即力对物体的瞬时作用规律。

2. 课程内容

(1) 描述运动的四个物理量

位置矢量（位矢）：描述质点在空间的位置

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) \quad \text{或} \quad \mathbf{r} = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k}$$

位移：描述质点位置的变化

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}(t_2) - \mathbf{r}(t_1) \quad \text{或} \quad \Delta \mathbf{r} = \Delta x\mathbf{i} + \Delta y\mathbf{j} + \Delta z\mathbf{k}$$

速度：描述质点位置变化的快慢和方向

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad \text{或} \quad \mathbf{v} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} + \frac{dz}{dt}\mathbf{k} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} + v_z\mathbf{k}$$

加速度：描述质点速度变化的快慢和方向

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} \quad \text{或} \quad \mathbf{a} = \frac{dv_x}{dt} \mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt} \mathbf{j} + \frac{dv_z}{dt} \mathbf{k} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k}$$

以上四个物理量都具有矢量性、瞬时性和相对性。

(2) 圆周运动的速度和加速度

线 量	角 量	线量与角量的关系
路程 Δs	角位移 $\Delta \theta$	$\Delta s = R \Delta \theta$
线速度 $v = \frac{ds}{dt}$	角速度 $\omega = \frac{d\theta}{dt}$	$v = R\omega$
总加速度 $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}$	角加速度 $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2 \theta}{dt^2}$	
切向加速度 $a_\tau = \frac{dv}{dt}$ 方向：切向（速度方向）		$a_\tau = R\alpha$
法向加速度 $a_n = \frac{v^2}{R}$ 方向：指向圆心		$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$

(3) 常见的三种力

万有引力： $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ （重力 $P = mg$ ， $g = \frac{Gm_{\text{地}}}{R_{\text{地}}^2}$ ）

弹性力： $F = kx$

摩擦力：最大静摩擦力 $F_{\max} = \mu_s F_N$ ；滑动摩擦力 $F = \mu F_N$

(4) 牛顿运动定律

牛顿第一定律包含了两个重要概念：确定了力的意义，即力是改变物体运动状态的原因，而不是维持运动的原因；指出了任何物体都具有一种保持其原有运动状态不变的特性即惯性。牛顿第一定律成立的参考系称为惯性系。

牛顿第二定律确定了物体所受的外力与质量、加速度之间的定量关系。 $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ 是矢量式，解题时需要把它投影到坐标轴上；力和加速度永远同方向，它们是同一时刻的瞬时量；牛顿第二定律仅在惯性系中成立。

牛顿第三定律指出了物体之间的作用力具有成对性。作用力与反作用力分别作用在两个物体上，各自产生其效果，永远不会相互抵消；作用力与反作用力是相对的，没有主从之分；牛顿第三定律不涉及物体的运动，与参考系无关。

3. 联系框图 (见图 1-1)

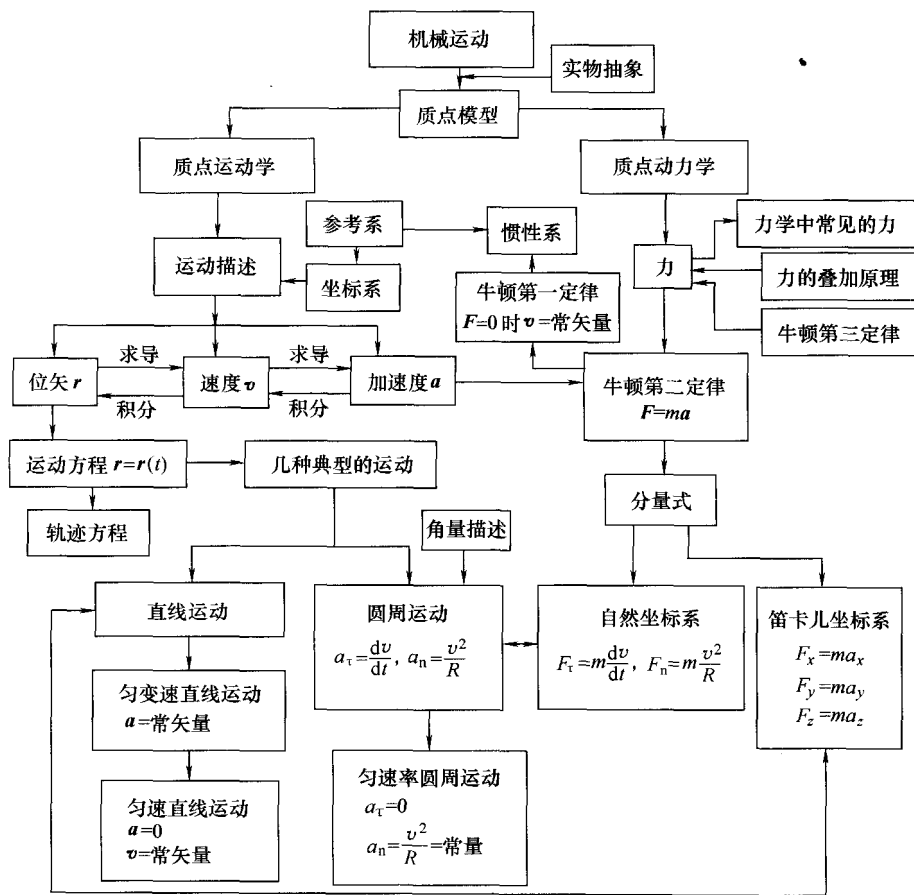


图 1-1

三、考核知识点与典型试题精析

1. 质点运动学

(1) 描述质点运动状态和运动变化的几个物理量

这方面的考核要求主要是领会相关概念。位置矢量 (位矢) 和速度是描述质点运动状态的物理量, 位移和加速度是描述状态变化的物理量, 它们都是矢量。位矢的数学表达式是质点位置随时间变化的函数关系式, 也就是质点的运动方程。注意位移和路程的区别、速度和速率的区别、平均速度和速度的区别以及运动方程与轨迹方程的区别等。

质点的运动可以用运动方程来描述, 也可以用图示法形象直观地描述。应熟悉用图示法表示质点运动的位置-时间图 ($x-t$ 图)、速度-时间图 ($v-t$ 图)、加速度-时间图 ($a-t$ 图) 等。

本考核知识点的试题一般为选择题和填空题。

【例题 1-1】若物体在作空间运动, 其位置矢量为 $\mathbf{r}(t)$, 则在任意时刻, ()。

- A. $\frac{d\mathbf{r}}{dt}$ 表示物体的速度, $\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$ 表示物体的加速度
- B. $\left|\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right|$ 表示物体的速度, $\left|\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}\right|$ 表示物体的加速度
- C. $\frac{dr}{dt}$ 表示物体的速度, $\frac{d^2r}{dt^2}$ 表示物体的加速度
- D. $\frac{dr}{dt}$ 表示物体的速度, $\frac{d^2r}{dt^2}$ 表示物体的加速度

解 本题考察速度和加速度的概念。速度和加速度都是矢量, 分别是位矢 $\mathbf{r}$ 对时间 t 的一阶导数和二阶导数, 而 $\left|\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right|$ 和 $\left|\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}\right|$ 分别是速度矢量和加速度矢量的模, 分别表示速率和加速度的大小, $\frac{dr}{dt}$ 和 $\frac{d^2r}{dt^2}$ 分别表示位矢的长度 r 对时间 t 的一阶导数和二阶导数, 都是标量。

故本题答案为 D。

【例题 1-2】 一运动质点在某瞬时位于矢径 $\mathbf{r}(x, y)$ 的端点处, 其速度大小为 ()。

- A. $\frac{dr}{dt}$ B. $\frac{d\mathbf{r}}{dt}$ C. $\frac{d|\mathbf{r}|}{dt}$ D. $\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$

解 本题考察速度和速率的概念。速度是矢量, 速率是速度的大小, 是标量。 $\frac{d\mathbf{r}}{dt}$ 是速度矢量, 由于 $d|\mathbf{r}| = dr$, 所以 A 和 C 是一样的, 且都不表示速率。

故本题答案为 D。

类似的还有判断加速度矢量 $\mathbf{a}$ 与速度矢量 $\mathbf{v}$ 之间的关系等一类试题。

【例题 1-3】 一质点在平面上运动, 已知质点运动方程为 $x = at^2$, $y = bt^2$ (其中 a 、 b 为常量), 则该质点运动轨迹为 ()。

- A. 双曲线 B. 抛物线 C. 圆周 D. 直线

解 本题考察质点的运动方程和轨迹方程的概念。从运动方程中消去时间 t , 得到坐标变量之间的关系式就是轨迹方程。根据分运动方程 $x = at^2$, $y = bt^2$, 得到 $y = bx/a$, 这表示一条直线。

故本题答案为 D。

【例题 1-4】 在 $v-t$ 图 (见图 1-2) 中所示的三条直线都表示同一类型的一维运动:

- (1) I、II、III 三条直线表示的是_____运动;
- (2) _____直线所表示的运动的加速度最大。

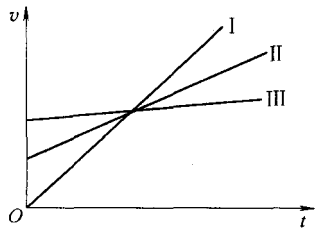


图 1-2

解 本题是考核用图示法表示运动。 $v-t$ 图中的直线表示 v 和 t 之间为线性关系, 直线的斜率就是加速度, 因此, 三条直线表示的是匀加速直线运动; 在三条直线中, I 的斜率最大, 故 I 直线表示的运动的加速度最大。

注: 原题中表述的是“同一类型的运动”, 本书把此处改为“同一类型的一维运动”, 这是因为圆周运动的速率与时间之间也可以有线性关系, 而圆周运动还有法向加速度。

【例题 1-5】 一质点沿直线运动, 其运动方程为 $x = 2 + 4t - 2t^2$ (SI), 在 t 从 0 到 3s 的

时间间隔内, 质点的位移大小为 ()。

- A. 10m B. 8m C. 6m D. 4m

解 位移是两个时刻质点位矢的差, 是矢量。本题质点作一维直线运动, 因此, 位移 $\Delta r = [x(t=3) - x(t=0)]i = -6i$, 故质点位移大小为 6m。

故本题答案为 C。

【例题 1-6】 一物体在某瞬时以初速度 v_0 从某点开始运动, 在 Δt 时间内, 经一长度为 s 的曲线路径后, 又回到出发点, 此时速度为 $-v_0$, 则在这段时间内,

- (1) 物体的平均速率是 _____;
(2) 物体的平均加速度是 _____。

解 平均速率等于路程除以时间, 因此物体的平均速率是 $s/\Delta t$; 平均加速度 $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(-v_0) - v_0}{\Delta t} = -\frac{2v_0}{\Delta t}$ 。

注意, 本题中物体回到了起点, 其位移等于零, 故其平均速度为零。

(2) 已知运动方程求位移、速度、加速度

质点运动学的一大类问题是已知质点的运动方程求速度和加速度, 采用的方法一般是求导。自学考试大纲中明确要求能够对运动方程进行微分, 并加以简单应用。

本考核知识点的试题一般为选择题和填空题。

【例题 1-7】 一质点沿 x 轴运动, 运动学方程为 $x = 3 + 5t + 6t^2 - t^3$, 其中 x 的单位为米 (m), t 的单位为秒 (s), 则质点在 $t = 0$ 到 $t = 1$ s 过程中的平均速度 $\bar{v} =$ _____ m/s; 质点在 $t = 1$ s 时刻的速率 $v =$ _____ m/s。

解 根据平均速度定义, $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_1 - x_0}{1 - 0} = (5 + 6 - 1)\text{m/s} = 10\text{m/s}$ 。

质点在任意时刻的速率 $v = \frac{dx}{dt} = 5 + 12t - 3t^2$, 因此质点在 $t = 1$ s 时刻的速率 $v(1) = (5 + 12 \times 1 - 3 \times 1^2)\text{m/s} = 14\text{m/s}$ 。

【例题 1-8】 某质点的速度 $v = 2i - 8tj$, 则该质点的加速度 a 为 ()。

- A. $2ti - 4t^2j$ B. $8tj$ C. $2ti$ D. $-8tj$

解 将速度矢量对时间求一阶导数就得到加速度矢量, 因此 $a = \frac{dv}{dt} = -8j$ 。

故本题答案为 C。

【例题 1-9】 某沿直线运动的质点, 其速度大小与时间成反比, 则其加速度的大小与速度大小的关系是 ()。

- A. 与速度大小成正比 B. 与速度大小的平方成正比
C. 与速度大小成反比 D. 与速度大小的平方成反比

解 设 $v = \frac{k}{t}$, 则加速度 $a = \frac{dv}{dt} = -\frac{k}{t^2} = -\frac{1}{k} \frac{k^2}{t^2} = -\frac{1}{k} v^2$

故本题答案为 B。

【例题 1-10】 一小球沿斜面向上运动, 其运动方程为 $s = 5 + 4t - t^2$ (SI), 则小球运动到最高点的时刻是 ()。

A. $t = 4\text{s}$ B. $t = 2\text{s}$ C. $t = 8\text{s}$ D. $t = 5\text{s}$

解 本题为运动方程的简单应用。小球运动到最高点时其速率为零, 因此需要根据运动方程先求出速率, 再令其为零就可求出要求的时刻。

$$v = \frac{ds}{dt} = 4 - 2t = 0, t = 2\text{s}$$

故本题答案为 B。

【例题 1-11】 质点运动方程为 $x = 2t$, $y = t^2$ (SI), 则在 $t = 1\text{s}$ 时质点的加速度 $\boldsymbol{a} =$ _____ m/s^2 , $t = 1\text{s}$ 时质点的切向加速度 $a_\tau =$ _____ m/s^2 。

解 根据质点运动方程对时间分别求一阶和二阶导数, 得到速度矢量 $\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{i} + 2t\boldsymbol{j}$, 加速度矢量 $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{j}$ 。因此, 本题中质点在 x 轴方向作匀速率运动, 在 y 轴方向作匀加速度运动。所以 $t = 1\text{s}$ 时质点的加速度 $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{j}\text{m/s}^2$ 。

根据质点运动方程还可以求出质点运动轨迹方程为 $y = \frac{x^2}{4}$, 这是一条抛物线, 因此质点作曲线运动。因为 $t = 1\text{s}$ 时质点的速度矢量为 $\boldsymbol{v} = 2\boldsymbol{i} + 2\boldsymbol{j}\text{m/s}$, 显然速度方向即切向与 x 轴成 45° 。将加速度 $\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{j}\text{m/s}^2$ 投影到 $t = 1\text{s}$ 时的速度方向就得到 $t = 1\text{s}$ 时质点的切向加速度 $a_\tau = 2\cos 45^\circ \text{m/s}^2 = 1.41\text{m/s}^2$ 。

本题是质点运动学中较难的试题, 需要领会速度和加速度的概念, 并能灵活运用。

(3) 已知加速度或速度, 并给出初始条件, 求运动方程

质点运动学的另一类问题是已知加速度、初速度和初始位置求质点的运动方程, 采用的方法一般是积分。要学会根据加速度或速度以及初始条件求质点的运动方程的方法。

【例题 1-12】 一质点沿 x 轴运动, 其加速度 $a = ct^2$ (其中 c 为常量)。当 $t = 0$ 时, 质点位于 x_0 处, 且速度为 v_0 , 则在任意时刻 t 质点速度的大小 $v =$ _____, 质点的运动学方程 $x =$ _____。

解 由加速度定义 $a = \frac{dv}{dt}$ 得

$$dv = a dt = ct^2 dt$$

当初始条件是 $t = 0$ 时, $v = v_0$, 任意时刻 t 的速度为 v 。因此, 对上式两边从初始时刻到任意时刻积分, 得到

$$\int_{v_0}^v dv = \int_0^t ct^2 dt$$

$$v = v_0 + \frac{c}{3} t^3$$

质点沿 Ox 轴运动, 再由速度的定义 $v = \frac{dx}{dt}$ 得

$$dx = v dt$$

当初始条件是 $t = 0$ 时, $x = x_0$, 任意时刻 t 的位置为 x 。同样地, 对上式两边从初始时刻到任意时刻积分, 得到

$$x - x_0 = \int_{x_0}^x dx = \int_0^t v dt = \int_0^t (v_0 + \frac{c}{3} t^3) dt = v_0 t + \frac{c}{12} t^4$$

则经过 t 秒后质点的位置为

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{c}{12} t^4$$

这就是质点的运动学方程。

(4) 圆周运动问题

圆周运动中的法向和切向加速度, 角位移、角速度和角加速度等概念, 线量与角量间的关系, 这些都是需要领会并能加以简单应用的考核知识点。

【例题 1-13】 一个质点在作匀速率圆周运动时 ()

- A. 加速度改变, 速度也改变 B. 加速度不变, 速度改变
C. 加速度改变, 速度不变 D. 加速度不变, 速度也不变

解 质点在作匀速率圆周运动时, 速度沿切向, 加速度指向圆心, 虽然它们的大小都不变, 但是方向始终随着质点运动而变化。

故本题答案为 A。

【例题 1-14】 一质点沿圆周运动, 其速率随时间成正比增大, a_τ 为切向加速度的大小, a_n 为法向加速度的大小, 加速度矢量 $\mathbf{a}$ 与速度矢量 $\mathbf{v}$ 间的夹角为 φ (见图 1-3)。在质点运动过程中 ()

- A. a_τ 增大, a_n 增大, φ 不变 B. a_τ 不变, a_n 增大, φ 增大
C. a_τ 不变, a_n 不变, φ 不变 D. a_τ 增大, a_n 不变, φ 减小

解 设速率 $v = kt$, 其中 $k > 0$, 圆周半径为 R , 则切向加速度 $a_\tau = \frac{dv}{dt} = k$, 法向加速度 $a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{k^2}{R} t^2$, $\tan \varphi = \frac{a_n}{a_\tau} = \frac{k}{R} t^2$ 。故切向加速度不变, 法向加速度增大, φ 增大。

故本题答案为 B。

【例题 1-15】 某质点作圆周运动, 在国际单位制中其角运动方程 $\theta = \pi t + \pi t^2$, 则质点的角加速度 $\alpha =$ _____ rad/s^2 。

解 角加速度 $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} = 2\pi \text{ rad/s}^2$ 。

【例题 1-16】 一质点沿半径为 0.1m 的圆周运动, 其速率随时间变化的关系为 $v = 3 + \frac{1}{2} t^2$, 其中 v 的单位为米每秒 (m/s), t 的单位为秒 (s), 则 t 时刻质点的切向加速度为 $a_\tau =$ _____ m/s^2 , 角加速度 $\alpha =$ _____ rad/s^2 。

解 切向加速度 $a_\tau = \frac{dv}{dt} = t \text{ (m/s}^2\text{)}$ 。

下面求角加速度。可以先利用线量与角量的关系 $v = R\omega$ 求出角速度 $\omega = \frac{v}{R}$, 再按照 $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$ 计算; 也可以直接利用线量与角量关系 $a_\tau = R\alpha$ 来计算。按照第二种方法计算较为简单, 得到 $\alpha = \frac{a_\tau}{R} = 10t \text{ (rad/s}^2\text{)}$ 。

本题是一种很典型的经常出现的试题, 有时候试题有些变化, 例如, 试题中不是直接给出速率 v 与时间 t 的关系, 而是给出路程 s 与时间 t 的关系, 这时需要先根据 $v = \frac{ds}{dt}$ 求出速率。

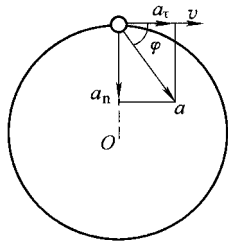


图 1-3

【例题 1-17】一物体作如图 1-4 所示的斜抛运动，测得在轨道 A 点处速度的方向与水平方向夹角为 30° 。已知重力加速度 $g = 9.8\text{m/s}^2$ ，则物体在 A 点的加速度大小为 _____ m/s^2 ，切向加速度大小为 _____ m/s^2 。

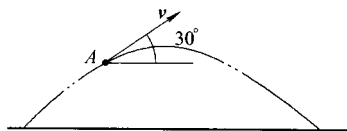


图 1-4

解 抛体运动是二维曲线运动，忽略阻力的抛体运动是匀加速运动，加速度就是重力加速度 g 。根据抛体运动的可叠加性，抛体运动可以看做是水平方向的匀速直线运动和垂直方向的匀加速度直线运动的合成运动。因此，虽然考试大纲中并没有明确提出对抛体运动的要求，但是还要适当注意这类题型，了解抛体运动的基本特征。

本题是斜抛运动，在运动过程中加速度始终不变，因此物体在 A 点的加速度大小就是重力加速度的大小 $g = 9.8\text{m/s}^2$ 。如图 1-5 所示，切向加速度沿速度反方向，大小为 $g \cos 60^\circ = 4.9\text{m/s}^2$ 。

2. 牛顿运动定律

对于牛顿运动定律中的牛顿第一定律（惯性定律）和牛顿第三定律的学习要求主要是领会概念，牛顿第二定律及其综合应用是第一章的重点内容，要熟悉万有引力、重力、弹性力和摩擦力这几种常见的力，掌握利用力的叠加原理进行力的合成和分解的方法，会综合应用牛顿运动定律和隔离体分析法求解简单的力学问题。注意牛顿第二定律是矢量式，一般情况下要分别列出各个分量式。

本考核知识点的试题一般为选择题和填空题，单纯考核本知识点的计算题则较少出现。

【例题 1-18】一质量为 m' 的光滑斜面静置于光滑水平面上，将一质量为 m 的光滑物体轻放于斜面上，如图 1-6 所示，此后斜面将（ ）。

- A. 保持静止
- B. 向右作匀加速运动
- C. 向右作变加速运动
- D. 向右作匀速运动

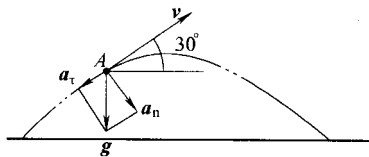


图 1-5

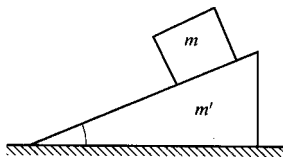


图 1-6

解 本题中光滑斜面只能在水平面上运动，因此，仅需要分析作用在它上面的水平方向的外力。光滑斜面受到两个力的作用，一个是本身的重力，一个是其上物体对它的正压力，其中的正压力可以分解为一个水平向右的分量和竖直向下的分量。下面要进一步分析正压力的水平分量是否是常量。

因为物体沿斜面运动，物体受到的支持力与物体重力在与斜面垂直的方向上的分量相等，因此，物体受到的支持力是个常量，而物体受到的支持力与斜面受到的正压力是一对作用力与反作用力，大小相等，方向相反。斜面受到的正压力也是常量，进而它的水平分量也是常量，即斜面水平向右运动的加速度也是常量。

故本题答案为 B。

【例题 1-19】质量相等的两物体 A、B 分别固定在轻弹簧两端，竖直静置在光滑水平支持面上，如图 1-7 所示，若把支持面迅速抽走，则在抽走的瞬间，A、B 的加速度大小分

别为 ()。

- A. $a_A = 0, a_B = g$ B. $a_A = g, a_B = 0$
C. $a_A = 2g, a_B = 0$ D. $a_A = 0, a_B = 2g$

解 在支持面被抽走前后, 物体 A 受到向下的重力和向上的弹簧弹力作用而平衡, 在支持面被抽走的瞬间, 物体 A 受到外力不变, 合外力为零, 因此其加速度为零。

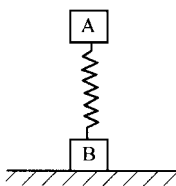


图 1-7

在支持面被抽走前, 物体 B 受到向下的重力和弹簧弹力、支持面向上的支持力作用而平衡。在支持面被抽走的瞬间, 物体 B 受到的向上支持力消失, 合外力向下, 等于弹力和重力之和。由于弹簧对两物体的弹力大小相等, 方向相反, 大小等于物体 A 的重力, 因此, 支持面被抽走的瞬间物体 B 受到的合力大小为两倍重力, 根据牛顿第二定律, 其加速度为 $2g$ 。

故本题答案为 D。

【例题 1-20】 在忽略空气阻力和摩擦力的条件下, 加速度矢量保持不变的运动是 ()。

- A. 单摆的运动 B. 匀速率圆周运动
C. 抛体运动 D. 弹簧振子的运动

解 物体如果受到的合力是常矢量, 那么其加速度也是常矢量。作抛体运动的物体受到的是不变的重力, 因此抛体运动中加速度保持不变。

故本题答案为 C。

【例题 1-21】 一质量为 5kg 的物体 (视为质点) 在平面上运动, 其运动方程为 $\mathbf{r} = 6\mathbf{i} - 3t^2\mathbf{j}$ (SI), 则物体所受合外力 $\mathbf{F}$ 的大小为 _____ N。

解 本题是运动学与牛顿第二定律的简单综合应用。现由运动方程求出物体的加速度 $\mathbf{a} = -6\mathbf{j}$ (SI), 因此, 物体所受合外力 $\mathbf{F}$ 的大小为 $ma = 5 \times 6\text{N} = 30\text{N}$ 。

【例题 1-22】 一质量为 m 的小球固定在一质量不计、长为 l 的轻杆一端, 并绕通过杆另一端的水平固定轴在竖直平面内旋转。若小球恰好能通过最高点而作圆周运动, 则在该圆周的最高点处小球的速率 $v =$ _____; 如果将轻杆换成等长的轻绳, 则为使小球能恰好在竖直平面内作圆周运动, 小球在圆周最高点处的速率 $v =$ _____。

解 第一种情形, 在最高点处小球受到重力和轻杆的支持力, 当它们大小相等时, 合力为零, 法向加速度也为零, 因此, 小球的速率 $v = 0$ 。第二种情形, 在最高点处小球受到重力和轻绳的张力, 当此时轻绳的张力为零时, 小球恰好能通过最高点而作圆周运动, 因此, 合力为 mg , 根据牛顿第二定律 $\frac{mv^2}{R} = mg$, 得到此时速度 $v = \sqrt{Rg}$ 。

【例题 1-23】 如图 1-8 所示, 质量为 $m = 2\text{kg}$ 的物体 A 放在倾角 $\alpha = 30^\circ$ 的斜面上, 斜面与物体 A 之间的摩擦因数 $\mu = 0.2$ 。今以大小为 $F = 19.6\text{N}$ 的水平力作用在物体 A 上, 求物体 A 的加速度的大小。

解 物体受到重力、水平力、斜面的支持力和摩擦力作用, 沿斜面作一维运动, 因此, 沿斜面方向建立坐标系 Ox , 如图 1-9 所示。

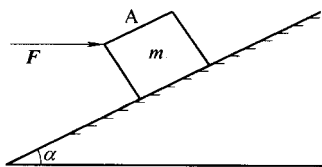


图 1-8

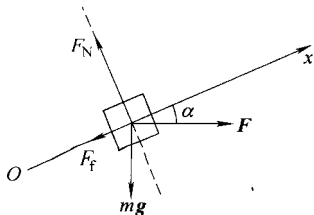


图 1-9

将各个力分解到 Ox 轴上, 写出牛顿第二定律方程, 即

$$F \cos \alpha - mg \sin \alpha - F_f = ma$$

在垂直斜面方向, 合力为零, 即

$$F_N - F \sin \alpha - mg \cos \alpha = 0$$

摩擦力

$$F_f = \mu F_N$$

联立解以上三个方程, 得到

$$\begin{aligned} a &= \frac{F \cos \alpha - mg \sin \alpha - \mu(F \sin \alpha + mg \cos \alpha)}{m} \\ &= \frac{19.6 \cos 30^\circ - 2 \times 9.8 \sin 30^\circ - 0.2(19.6 \sin 30^\circ + 2 \times 9.8 \cos 30^\circ)}{2} \text{ m/s}^2 = 0.91 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

四、习题详解

1. 选择题

① 对质点的运动, 以下几种表述中正确的是 [D]

- A. 在直线运动中, 质点的加速度和速度的方向相同。
- B. 在某一过程中平均速率不为零, 则平均速度也不可能为零。
- C. 在直线运动中, 加速度不断减小, 则速度也不断减小。
- D. 若加速度的大小和方向不变, 速度的大小和方向可不断变化。

解 在直线运动中, 加速度和速度的方向可以相反, 故 A 错误。平均速率不为零, 但是如果位移为零, 则平均速度就为零, 故 B 错误。加速度表示速度的变化率, 加速度不断减少, 速度可以是增加的, 故 C 也错误。速度的大小和方向不仅与加速度有关, 还与初速度有关, 例如在抛体运动中, 加速度是恒矢量, 但是速度时刻在变化, 故 D 正确。

② 某质点的运动方程为 $x = 2t - 3t^3 + 12$ (m), 则该质点作 [D]

- A. 匀加速直线运动, 加速度沿 Ox 轴正向。
- B. 匀加速直线运动, 加速度沿 Ox 轴负向。
- C. 变加速直线运动, 加速度沿 Ox 轴正向。
- D. 变加速直线运动, 加速度沿 Ox 轴负向。

解 对质点的运动方程求导, 得到速度 $v = 2 - 9t^2$, 再求导得到加速度 $a = -18t$ 。故 D 正确。

③ 质点沿半径为 R 的圆周作匀速率圆周运动, 每 T 秒转一圈, 在 $2T$ 时间间隔中, 其平均速度大小与平均速率分别为 [B]

- A. $\frac{2\pi R}{T}, \frac{2\pi R}{T}$
- B. $0, \frac{2\pi R}{T}$
- C. $0, 0$
- D. $\frac{2\pi R}{T}, 0$

解 在 $2T$ 时间间隔内质点转两圈, 其位移为零, 因此, 平均速度为零, 而平均速率就是质点作匀速率圆周运动的速率。故 B 正确。

④ 质点作圆周运动时, 下列表述中正确的是 [C]

- A. 速度方向一定指向切向, 加速度方向一定指向圆心。