西安交通大學

研究生创新教育系列教材

工程振动与控制

吴成军

西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

工程振动与控制

吴成军

西安交通大学出版社

内容提要

本书简明系统地阐述了工程振动的基础知识以及多种实用有效的工程振动分析方法与控制技术，同时配有大量的工程应用实例。全书适时地引入了国内外最新的研究成果，论述简明精炼、深入浅出，理论与实际紧密结合，实用性强。

本书可供高校机械类工科研究生相关课程使用，也可供相关教师与工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

工程振动与控制/吴成军编著．—西安：西安交通大学出版社，2008.3

ISBN 978-7-5605-2709-3

Ⅰ．工…　Ⅱ．吴…　Ⅲ．工程力学-振动控制　Ⅳ．TB123

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 027473 号

书　　名　工程振动与控制
编　　著　吴成军
责任编辑　高民军　李文娟

出版发行　西安交通大学出版社
　　　　　　(西安市兴庆南路 10 号　邮政编码 710049)
网　　址　http://www.xjtupress.com
电　　话　(029)82668357　82667874(发行中心)
　　　　　　(029)82668315　82669096(总编办)
传　　真　(029)82668280
印　　刷　西安交通大学印刷厂

开　　本　727mm×960mm　1/16　**印张** 12.875　**字数** 232 千字
版次印次　2008 年 3 月第 1 版　2008 年 3 月第 1 次印刷
书　　号　ISBN 978-7-5605-2709-3/TB・44
定　　价　25.00 元

读者购书、书店添货、如发现印装质量问题，请与本社发行中心联系、调换。
订购热线：(029)82665248　(029)82665249
投稿热线：(029)82664954
读者信箱：jdlgy31@126.com

总序

创新是一个民族的灵魂，也是高层次人才水平的集中体现。因此，创新能力的培养应贯穿于研究生培养的各个环节，包括课程学习、文献阅读、课题研究等。文献阅读与课题研究无疑是培养研究生创新能力的重要手段，同样，课程学习也是培养研究生创新能力的重要环节。通过课程学习，使研究生在教师指导下，获取知识的同时理解知识创新过程与创新方法，对培养研究生创新能力具有极其重要的意义。

西安交通大学研究生院围绕研究生创新意识与创新能力改革研究生课程体系的同时，开设了一批研究型课程，支持编写了一批研究型课程的教材，目的是为了推动在课程教学环节加强研究生创新意识与创新能力的培养，进一步提高研究生培养质量。

研究型课程是指以激发研究生批判性思维、创新意识为主要目标，由具有高学术水平的教授作为任课教师参与指导，以本学科领域最新研究和前沿知识为内容，以探索式的教学方式为主导，适合于师生互动，使学生有更大的思维空间的课程。研究型教材应使学生在学习过程中可以掌握最新的科学知识，了解最新的前沿动态，激发研究生科学研究的兴趣，掌握基本的科学方法，把教师为中心的教学模式转变为以学生为中心教师为主导的教学模式，把学生被动接受知识转变为在探索研究与自主学习中掌握知识和培养能力。

出版研究型课程系列教材，是一项探索性的工作，有许多艰苦的工作。虽然已出版的教材凝聚了作者的大量心血，但毕竟是一项在实践中不断完善的工作。我们深信，通过研究型系列教材的出版与完善，必定能够促进研究生创新能力的培养。

西安交通大学研究生院

前　言

当前，现代机械装备正向高精度、高效、大功率的方向发展，振动已成为影响其动态性能的关键问题之一。因此，作为现代机械设计与制造工程领域中不可缺少的基础知识，振动分析与控制已日益成为高等院校相关专业研究生必备的专业基础类课程。

编者在近10年的研究生振动课程的教学中，深切地感悟到编写一部适合于机械类工科研究生特点的教材是非常有必要的，它有助于同学们能在短期内初步掌握振动分析与控制的基本方法和技术，为工程实际问题的解决打下良好的基础。然而，现有的有关教材或专业书籍，很少有将实用的工程振动分析方法与最新的控制技术有机地结合起来，并适合于机械类工科研究生的特点。为此，作者编写了本书。

本书是在整理编者授课讲义并参阅和总结归纳国内外相关研究资料的基础上编写而成的，其特点是简明精炼、深入浅出、内容丰富、实用性强。书中介绍的一些振动控制技术，如金属橡胶隔振技术、颗粒阻尼减振技术以及空气压膜阻尼减振技术等均取自国内外最新的研究成果。全书共分13章，包含两大部分，其中前半部分由第1～7章组成，着重介绍了工程振动的基础知识以及机械阻抗法、四端参数法、频响函数分析法、模态分析法、传递矩阵法与有限元法等6种实用的工程振动分析方法；后半部分由第8～13章组成，相继介绍了隔振技术、动力减振技术、粘弹阻尼减振技术、冲击与颗粒阻尼减振技术、空气压膜阻尼减振技术与振动主动控制技术等传统的以及最新的振动控制技术，同时给出了大量的工程应用实例。

本书涵盖的内容可供高校机械类工科研究生相关课程40～60学时讲授使用，也可供相关教师与工程技术人员参考。

作为一部教材，本书的编写参阅了较多的国内外文献资料，并引用了其中一些主要的公式、图表、数据、例题以及基本概念和论断等内容，在此谨向有关作者表示衷心的感谢。

本书由西北工业大学姜节胜教授主审，并得到了西安交通大学黄协清教授以及其他同事的关心和支持，在此一并表示深切的谢意。

作者还衷心感谢西安交通大学研究生院研究生创新教材建设经费的宝贵资助！

由于编者的知识水平与编写经验有限，书中疏漏、错误之处在所难免，为了更好地提高本书的质量，恳请广大读者批评指正。

编　者

于西安交通大学

2007 年 12 月

目　录

第 1 章　工程振动基础知识

振动是一种描述某一运动的物理量随时间和空间位置做反复变化的物理现象，是自然界最普遍的现象之一。工程领域中的振动问题，主要是以**机械振动**（所描述的物理量为机械量或力学量）为主。随着社会生产力和科技的迅猛发展，机械装备日益向高精度、高效、大功率等方向发展，振动水平已成为影响这些设备动态性能的关键指标之一，越来越受到机械制造和设计领域工程师们的高度关注。它不仅影响机械装备的使用性能和寿命，而且还影响操作人员的正常工作和身心健康。对于飞机、舰船、战车、导弹、火炮等军用装备来说，甚至直接影响到它们的战斗力。因此，对于工程振动问题进行分析并采取科学合理的控制措施，具有非常重要的现实意义。然而振动也有其积极的一面，例如，振动是通信等信号传播的基础，许多高效的机械也是利用振动原理制成。本章主要介绍机械振动的基础知识，为后续章节介绍的振动分析方法和控制技术奠定基础。

1.1　振动的分类

振动通常有以下几种分类方式：

1. 按照振动产生原因的分类

按照振动产生的原因，振动主要分为：**自由振动**和**强迫振动**两大类，其中自由振动是系统受初始干扰或原有外激励力取消后产生的振动；强迫振动（又称受迫振动）是系统在外激励力作用下产生的振动。

2. 按照系统自由度数的分类

按照系统的**自由度数**（指完全描述系统的一切部位在任何瞬时的位置所需要的独立坐标个数），振动可以分为**单自由度系统振动**、**多自由度系统振动**和**连续体振动**。其中，单自由度系统振动是指只用一个独立坐标就能确定的系统的振动，多自由度系统振动是指需要多个独立坐标才能确定的系统的振动，前两者常用常微分方程或方程组来描述；而连续体振动是指无限多自由度系统的振动，一般也称弹性体振动，需用偏微分方程或偏微分方程组来描述。

3. 按照振动规律的分类

按照振动规律，振动可以分为：**周期振动**、**瞬态振动**和**随机振动**，其中周期振动（如图 1－1(a)所示）是指振动量可表示为时间的周期函数的一大类振动，最简单的一类周期振动是**简谐振动**，其振动量为时间的正弦或余弦函数。周期振动可用谐波分析法将其展开成一系列简谐振动的叠加；瞬态振动（如图 1－1(b)所示）是指振动量只在一定时间 t_0 内存在的振动；而随机振动（如图 1－1(c)所示）是指振动量为时间的非确定性函数的一大类振动，需要用概率统计的方法进行研究。本书的重点在于研究前两类振动问题，而随机振动则不属本书研究范畴。

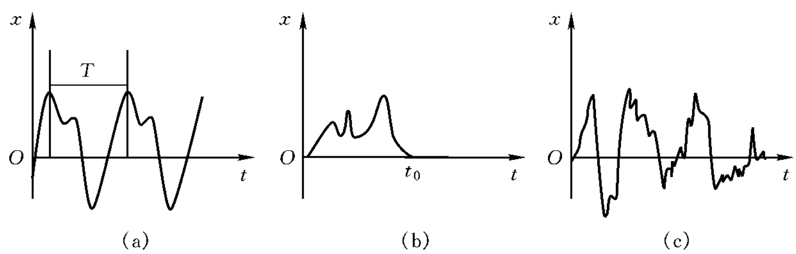

图 1－1　几种典型的振动形式

(a) 周期振动；(b) 瞬态振动；(c) 随机振动

4. 按照系统的参数特性的分类

按照系统的参数特性，振动可以分为：**线性振动**和**非线性振动**。线性振动是系统内的弹性力、阻尼力和惯性力分别与振动位移、速度和加速度成线性关系的一类振动，可用线性微分方程或方程组来描述；非线性振动是系统内上述参数有一组以上不成线性关系时的振动，此时微分方程中将出现非线性项。本书主要研究线性振动。

1.2　简谐振动及其性质

简谐振动是一种最简单的周期振动，也是最基本的振动形式，是研究其他形式振动的基础。简谐振动的时间历程是正弦或余弦函数，它的位移可表示为

$$x = A_d \sin\omega t \quad 或 \quad x = A_d \cos\omega t \qquad (1-1a,b)$$

式中：A_d 为振动位移的幅值，称为**振幅**；ω 称为振动**角频率**或圆频率，单位为 rad/s；ωt 称为**相位角**。

通常用**频率** f（单位：Hz）或**周期** T（单位：s）来表示振动的快慢，ω、f、T 之间

的关系为

$$\omega = 2\pi f, \quad T = \frac{2\pi}{\omega} \tag{1-2}$$

若考虑到振动的起始时刻存在初相角 φ,则更为一般的简谐振动表达式为

$$x(t) = A_d\sin(\omega t + \varphi) \quad 或 \quad x(t) = A_d\cos(\omega t + \varphi) \tag{1-3a,b}$$

对上式分别求一阶和二阶导数可分别得到简谐振动的速度和加速度表达式,即

$$\dot{x}(t) = A_d\omega\cos(\omega t + \varphi) = A_d\omega\sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}) = A_v\sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}) \tag{1-4}$$

$$\ddot{x}(t) = -A_d\omega^2\sin(\omega t + \varphi) = A_d\omega^2\sin(\omega t + \varphi + \pi) = A_a\sin(\omega t + \varphi + \pi) \tag{1-5}$$

式中 A_v、A_a 分别为速度和加速度的幅值。

由公式(1-4)～(1-5)可见,若位移为简谐函数,其速度和加速度也必然为简谐函数,且具有相同的频率,不过在相位上,速度和加速度分别超前 $\frac{\pi}{2}$ 和 π,另外注意到

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 x(t) \tag{1-6}$$

可见,简谐振动的加速度大小与位移成正比,方向与位移相反,始终指向平衡位置,这是简谐振动的一个重要特征。

简谐振动还可以表示成如下的复数形式

$$\tilde{x}(t) = A_d e^{j(\omega t+\varphi)} \tag{1-7}$$

可知上式中复位移 $\tilde{x}(t)$ 的虚部 $\mathrm{Im}\{\tilde{x}(t)\}$ 即为(1-3a)式;而其实部 $\mathrm{Re}\{\tilde{x}(t)\}$ 即为(1-3b)式。复位移 $\tilde{x}(t)$ 的虚部和实部均表示一个简谐振动。取虚部还是实部取决于时间历程是正弦或余弦函数。

简谐振动存在如下性质[1]:

【性质 1】 两个频率相同的简谐振动的合成仍然是简谐振动,而且保持原来的频率。

【证明】 设两个频率相同的简谐振动分别为 $x_1(t) = A_{d1}\sin(\omega t + \varphi_1)$ 及 $x_2(t) = A_{d2}\sin(\omega t + \varphi_2)$,引入复数形式,则其合成振动的表达式为

$$\begin{aligned} x_1(t) + x_2(t) &= \mathrm{Im}\{A_{d1}e^{j(\omega t+\varphi_1)} + A_{d2}e^{j(\omega t+\varphi_2)}\} \\ &= \mathrm{Im}\{e^{j\omega t}(A_{d1}e^{j\varphi_1} + A_{d2}e^{j\varphi_2})\} \\ &= \mathrm{Im}\{e^{j\omega t}[(A_{d1}\cos\varphi_1 + A_{d2}\cos\varphi_2) + j(A_{d1}\sin\varphi_1 + A_{d2}\sin\varphi_2)]\} \end{aligned}$$

注:[1]为书末所附参考文献序号,后同

$$
\begin{aligned}
&= \mathrm{Im}\{e^{j\omega t} A_d e^{j\varphi}\} \\
&= A_d \sin(\omega t + \varphi)
\end{aligned}
$$

式中：

$$
\left.
\begin{aligned}
A_d &= \sqrt{(A_{d1}\cos\varphi_1 + A_{d2}\cos\varphi_2)^2 + (A_{d1}\sin\varphi_1 + A_{d2}\sin\varphi_2)^2} \\
\varphi &= \arctan \frac{A_{d1}\sin\varphi_1 + A_{d2}\sin\varphi_2}{A_{d1}\cos\varphi_1 + A_{d2}\cos\varphi_2}
\end{aligned}
\right\}
$$

可见两个频率相同的简谐振动的合成振动是频率保持不变、只是振幅和初相角发生变化的简谐振动，显然这一结论具有普适性，可以推广至 n 个简谐振动的合成。

【性质 2】 两个频率不同的简谐振动的合成不再是简谐振动，频率比为有理数时，合成为周期振动；频率比为无理数时，合成为非周期振动。

【证明】 设两个频率不同的简谐振动分别为 $x_1(t)=A_{d1}\sin(\omega_1 t+\varphi_1)$ 及 $x_2(t)=A_{d2}\sin(\omega_2 t+\varphi_2)$，若频率比为有理数，则根据数学知识可知，它一定能够表示成两个互质的整数之比。由此令频率比：$\dfrac{\omega_1}{\omega_2}=\dfrac{a_1}{a_2}$，其中 a_1、a_2 为互质整数，则有 $a_1\dfrac{2\pi}{\omega_1}=a_2\dfrac{2\pi}{\omega_2}$，即

$$
a_1 T_1 = a_2 T_2 = T
$$

记合成振动为 $x(t)=x_1(t)+x_2(t)$，所以

$$
\begin{aligned}
x(t+T) &= x_1(t+T) + x_2(t+T) \\
&= x_1(t+a_1T_1) + x_2(t+a_2T_2) \\
&= x_1(t) + x_2(t) = x(t)
\end{aligned}
$$

上式表明当频率比为有理数时，两个频率不同的简谐振动的合成振动不再是简谐振动，而是周期为 T（a_1T_1 或 a_2T_2）的周期振动。

显然当频率比为无理数时，则无法得到上述结论，二者的合成振动为非周期振动。

【性质 3】 频率和振幅相近的两个简谐振动合成为拍振。

【证明】 假设频率和振幅相近的两个简谐振动分别为 $x_1(t)=A_{d1}\sin(\omega_1 t+\varphi_1)$ 和 $x_2(t)=A_{d2}\sin(\omega_2 t+\varphi_2)$，则二者的合成振动为

$$
\begin{aligned}
x(t) &= x_1(t) + x_2(t) \\
&= \frac{A_{d1}+A_{d2}}{2}\Big[\sin(\omega_1 t+\varphi_1)+\sin(\omega_2 t+\varphi_2)\Big] + \\
&\quad \frac{A_{d1}-A_{d2}}{2}\Big[\sin(\omega_1 t+\varphi_1)-\sin(\omega_2 t+\varphi_2)\Big]
\end{aligned}
$$

由于 $A_{d1}\approx A_{d2}$，则上式右端第二项可以忽略不计。同时又因 $\omega_1\approx\omega_2$，令

$\omega_1-\omega_2=2\varepsilon$（$\varepsilon$ 表示很小量值），从而有

$$x(t)=(A_{d1}+A_{d2})\cos\left(\varepsilon t+\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right)\sin\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t+\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\right)$$
$$=A_d\sin\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t+\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\right)$$

上式所示的合成振动是振幅 A_d 沿余弦包络线 $\pm(A_{d1}+A_{d2})\cos\left(\varepsilon t+\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right)$变化，周期为$\frac{4\pi}{\omega_1+\omega_2}$的周期振动，这种特殊的振动现象称为拍振（拍振的周期为$\frac{\pi}{\varepsilon}$），如图 1－2 所示。

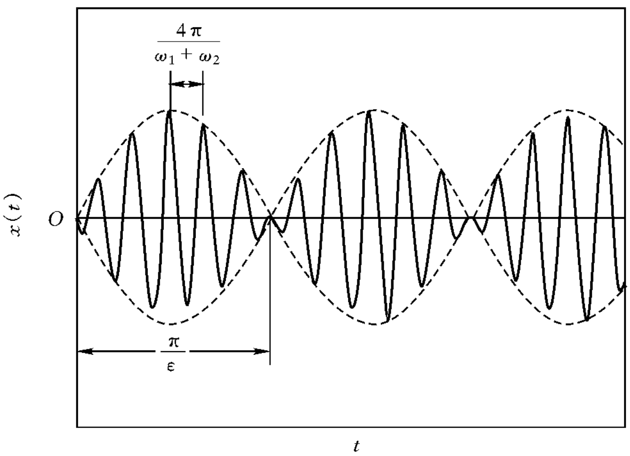

图 1－2　拍振的形成

【例题 1－1】　判断下列合成振动是否为周期振动，若是，求其周期。

（1）$x(t)=\cos 4t+8\sin 4.5t$

（2）$x(t)=4\sin 3t+10\cos^2 1.6t$

（3）$x(t)=6\sin\sqrt{2}t+\cos\sqrt{5}t$

【解】　（1）根据【性质 2】，由于$\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{4}{4.5}=\frac{8}{9}$为有理数，则该合成振动为周期振动，周期为 $T=8\times\frac{2\pi}{4}=9\times\frac{2\pi}{4.5}=4\pi(\mathrm{s})$。

（2）将原式利用三角函数变换得：$x(t)=4\sin 3t+5\cos 3.2t+5$，则根据【性质 2】，因$\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{3}{3.2}=\frac{15}{16}$为有理数，则该合成振动为周期振动，周期为 $T=15\times\frac{2\pi}{3}=$

$16\times\frac{2\pi}{3.2}=10\pi(\mathrm{s})$。

(3) 根据【性质 2】,由于$\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{2}{5}}$为无理数,所以该合成振动为非周期振动。

【例题 1-2】 某工件放在一沿垂向做周期为 T 的简谐振动的水平工作台上,若使该工件不跳离工作台面,台面的振幅最大应为多少?

【解】 根据(1-5)式,易知该工作台的加速度幅值为

$$A_a = A_d\omega^2 = \frac{4\pi^2 A_d}{T^2} \tag{a}$$

由题意要求,若使工件不跳离台面,应满足

$$A_a \leqslant g \tag{b}$$

式中 g 为重力加速度。

将(a)式代入上式,可得满足条件的台面最大振幅为

$$A_d=\frac{gT^2}{4\pi^2}$$

1.3 单自由度系统的自由振动

对于图 1-3(a)所示机组,为了研究其垂向振动问题首先必须建立相应的动力学模型。假设机组和混凝土基础可以看作是无弹性只有质量的刚性质量块 m,土壤则既具有弹性又具有阻尼(假设阻尼为粘性阻尼)作用(弹性系数和阻尼系数分别为 k 和 c),因此该机组的垂向振动就可以用图 1-3(b)的单自由度系统动力学模型来描述。

1. 无阻尼自由振动

对于图 1-3(b)所示的单自由度系统,不考虑阻尼的影响,取系统的静平衡位置为坐标原点建立坐标系,利用牛顿第二定律进行受力分析(还可以利用无阻尼系统能量守恒的方法,即能量法),很容易得到系统的自由振动微分方程如下:

$$m\ddot{x} + kx = 0 \tag{1-8}$$

令 $\omega_n=\sqrt{\frac{k}{m}}$,称为无阻尼系统的固有角频率(简称**无阻尼固有角频率**),其频率形式 $f_n=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$即为相应系统的**固有频率**。

则方程(1-8)变为

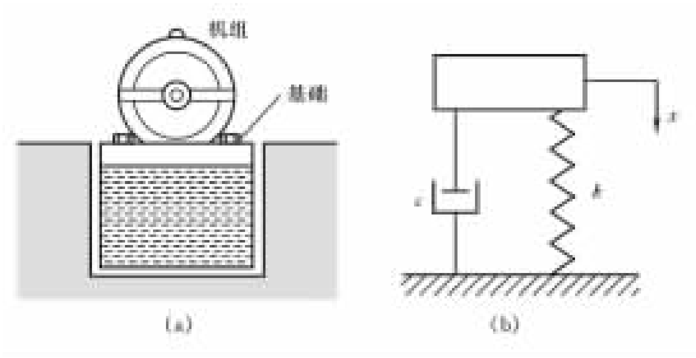

图 1-3　机组及其单自由度系统的动力学模型
(a) 机组;(b)动力学模型

$$\ddot{x} + \omega_n^2 x = 0 \tag{1-9}$$

由数学知识可知方程(1-9)的通解为

$$x(t) = A_1\cos\omega_n t + A_2\sin\omega_n t = A_d\sin(\omega_n t + \varphi) \tag{1-10}$$

式中:$A_d = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$为振幅;$\varphi = \arctan\dfrac{A_1}{A_2}$为相角;待定系数 A_1、A_2 由初始条件确定。

设系统的初始位移和速度分别记为:$x(0) = x_0$,$\dot{x}(0) = \dot{x}_0$,分别代入到(1-10)式中得

$$A_1 = x_0,\quad A_2 = \frac{\dot{x}_0}{\omega_n}$$

则该系统对初始条件的自由振动响应为

$$x(t) = x_0\cos\omega_n t + \frac{\dot{x}_0}{\omega_n}\sin\omega_n t = A_d\sin(\omega_n t + \varphi) \tag{1-11}$$

式中:$A_d = \sqrt{x_0^2 + \left(\dfrac{\dot{x}}{\omega_n}\right)^2}$; $\varphi = \arctan\dfrac{x_0\omega_n}{\dot{x}_0}$。

由上式可以看出,无阻尼系统的自由振动响应是频率等于无阻尼固有频率、振幅为恒值(不随时间衰减)的简谐振动。

需要说明的是,无阻尼固有频率(今后如无特别区分,固有角频率 ω_n 和固有频率 f_n 均泛指固有频率,只需注意二者量纲不同)是一个非常重要的物理量,它是系统本身固有属性中重要的表征之一,只与系统本身的刚度与质量有关,与外界条件毫无关系。因此只要知道了系统的质量和刚度,就可以确定系统的无阻尼固有频率。

单自由度系统的无阻尼固有频率还可以用系统的静变形 X_s 来描述:$\omega_n =$

$\sqrt{\dfrac{g}{X_s}}$,其中 g 为重力加速度;$X_s=\dfrac{mg}{k}$。

【例题 1-3】 求图 1-4 所示单摆在其平衡位置附近做微幅振动的固有角频率(摆长为 l,小球质量为 m)。

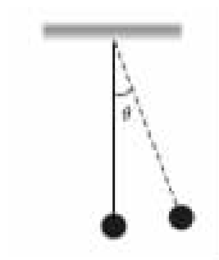

图 1-4 【例题 1-3】用图

【解】 本题可利用能量法来求解,设单摆逆时针旋转一微小角度 θ(正方向),则

单摆的动能为

$$E_k=\frac{1}{2}I\dot{\theta}^2=\frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 \tag{a}$$

单摆的势能为

$$E_p=mgl(1-\cos\theta)=2mgl\sin^2\frac{\theta}{2} \tag{b}$$

因为做微幅振动,所以 θ 很小,有 $\sin\dfrac{\theta}{2}\approx\dfrac{\theta}{2}$ 成立,则

$$E_p=2mgl\sin^2\frac{\theta}{2}\approx 2mgl\left(\frac{\theta}{2}\right)^2=\frac{1}{2}mgl\theta^2 \tag{c}$$

根据能量守恒,即

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(E_k+E_p)=0 \tag{d}$$

将(a)和(c)两式分别代入上式,得到单摆在其平衡位置附近做微幅振动的运动微分方程如下:

$$\ddot{\theta}+\frac{g}{l}\theta=0 \tag{e}$$

由方程(e)很容易得到该单摆微幅振动的固有角频率为

$$\omega_n=\sqrt{\frac{g}{l}}\quad(\mathrm{rad/s}) \tag{f}$$

【例题 1-4】 求图 1-5 所示等截面 U 形管内的液柱在其平衡位置附近做微幅振动的固有频率(U 形管的截面积为 A,液柱总长度为 l,液体的密度为 ρ)[2]。

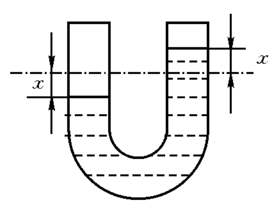

图 1-5 【例题 1-4】用图[2]

【解】 设该等截面 U 型管左端液面下降 x 距离(正方向),则右端液面上升 x 距离,同样利用能量法来求解如下:

液柱的动能为