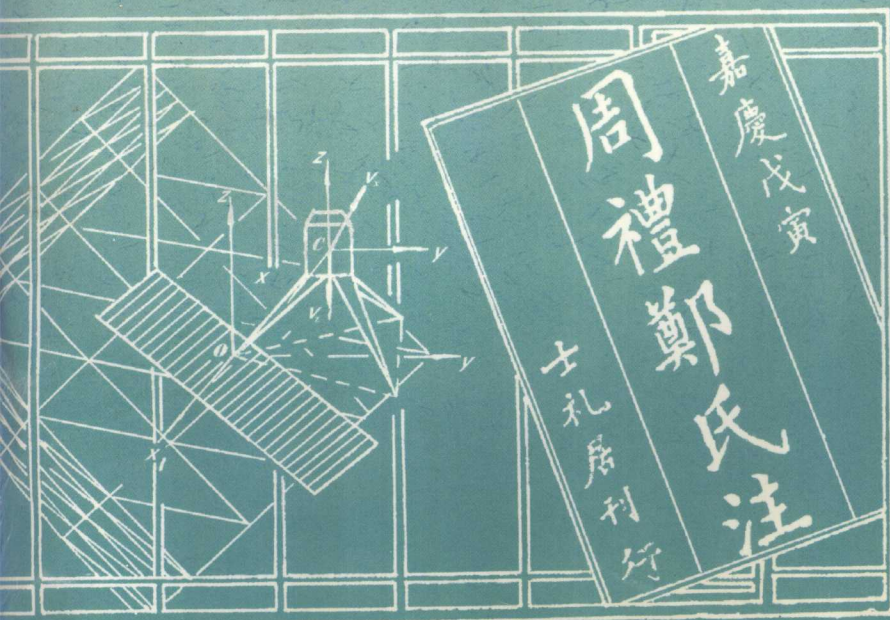


APPLIED MECHANICS

应用力学

刘浔江 编著



中南工业大学出版社

O39
L692:1

要 容 内

应用力学

APPLIED MECHANICS

刘浔江 编著

用 力 学

刘浔江 编著
编辑 邓立荣

中南工业大学出版发行

地址：长沙·中南工业大学出版社印刷厂印制

电话：(0731) 8836111 书店经售

规格：787×1092 1/32 字数：260千字
印张：16.5 1998年8月第1次印刷

ISBN 7-5641-115-6/O · 007

定价：28.00元

中南工业大学出版社
长沙·1998

湖南长沙·中南工业大学出版社
邮编：410083

应 用 力 学

刘浔江 编著
责任编辑 邓立荣

*

中南工业大学出版社出版发行
中南工业大学出版社印刷厂印装
湖南省新华书店经销

*

开本: 787×1092 1/16 印张: 23.75 字数: 585 千字
1998 年 8 月第 1 版 1998 年 8 月第 1 次印刷

印数: 0001—2200

*

ISBN 7-81061-118-6/O · 007

定价: 26.00 元

本书如有印装质量问题, 请直接与承印厂家联系调换

厂址: 湖南长沙

邮编: 410083

前 言

本书系试图按高校课程综合化(Integrate)的关联方式和整体方式写的合理理论力学、材料力学、并引入部分弹性力学内容的一本改革性教材,它不同于以往以加法方式将理论力学和材料力学并列的《工程力学》。自1989年始,编者已多次以此教材的部分内容编成讲义为湖南大学邵阳分校机械、内燃机工程等系学生讲授过相关力学课程。这次本书则是在原各部分讲义的基础上根据编者多年教学实践以及近年来同行的经验修改补充而成。

课程改革主要是其内容和体系的改革。在高等工程教育中,我们认为这除使课程内容突出其工程性、尽可能给出所讲理论的工程背景外,同时在体系上应将分属不同分支的理论力学、材料力学和弹性力学以关联方式和整体方式加以综合,而这本身就是有利于课程间相互渗透,并使力学教学有可能越出局限于很小而相互割裂的分支内、以致模糊了它们的联系和共同基础的探讨的藩篱。事实上,很难设想在某种庞杂而相互割裂的科目上能培养出具有把握该学科总貌并富于创造性的学生,而这尤其是对学工程的学生。

在本书中编者试图建立一个比较严密而完整的、并体现高等工程教育特点的体系,同时力求阐明本课程中的基本规律、概念、物理现象以及处理问题的基本方法。全书内容分静力分析和动力分析两部分。每部分先就构件受外力的一种力学响应——外效应进行讨论,然后讨论内效应。前者既有独立意义,同时也是为后者奠定基础,后者则以保证结构或构件能够正常工作而进行的受力后的响应分析为主:这既包括内力、变形等的分析,同时也包括研究材料的破坏准则、以及为结构构件的强度设计和分析提供理论依据及计算方法。具体安排上,第一部分静力分析、也即工程上通常所指的约束反力和结构内力的确定,共8章。第1章,构件平衡时的静力分析是讲惯性系中平衡构件在外力系作用下保持平衡的必要条件,即力系的平衡条件。这是一种构件受到外力系作用下的一种特殊外效应,它在工程中尤其是在求约束反力方面有着广泛的应用。由于分析力学方法在近代计算力学中的重要性日益加强,本章还试图使其与矢量力学并重,以培养学生综合运用这两种方法的能力。同时还避免了把从应用角度上说应属静力分析的虚位移原理分割开来,这也为第6章讲述构件变形的能量法等作了必要的准备。第2章,杆件的内力,第3章,杆件横截面上的应力及第6章,杆件的变形计算都是讨论处于平衡状态的杆件(一维结构构件)在外力系作用下的内效应,采用这种内力、应力、变形计算的分列形式是一种不同的教学体系,但较传统体系,有突出共性和重点,明确内在联系、加强基本概念和方法的理解等优点。第4章,应力应变状态理论和第5章,破坏准则。本书是将其作为本课程的基础理论来安排的,所以带有全局的意义。这样安排有利于提高起点和培养学生抽象能力,考虑到第2、3、6等章研究范围偏窄,研究方法也过于简单,其结果不足以应付从事与固体力学有关的较复杂的工作,所以第4、7章中引进了部分弹性力学内容,以便解决用前面诸章方法不能解决的问题,同时也可求得某些精确解、并验证前面一些结果的精度。第8章,压杆的稳定问题。第二部分动力分析主要讨论物体(构件)在外力、特别是动荷下的外效应和内效应。鉴于有些动力学问题有待进一步研究,加之工程中尚有一些不能完全确定的因素,所以这部分内容仅限于满足工程初步强度计算

需要的一些简单情形。处理模式上也常将动态问题转化为静态问题来处理。

本书并不企图详尽地讲授所有本科目界定的内容,而只是在所涉及的科目中根据教学基本要求规定线上选择一些最基本的材料,但我们认为大学教学用书不应该将内容材料限制在必要的最小范围,因为这将束缚教师和学生的能动性,所以还是给出了一些以加星号排印的材料。如果去掉这些材料、并对有些材料作适当地调整,本书也可选作大专教学用书。由于教学体系不是唯一的,所以使用本书并不妨碍按传统的体系进行教学,因为这只需要适当调整章节的顺序就可做到;从这一点上说,本书也可用于只开设理论力学或材料力学课程的情况。

在教学方法上我们力求讲清有关力学概念的物理意义和工程背景,但并不忽视必要的严格数学处理。编者认为对任何一方面的偏向都将影响学生分析、解决问题的能力。为了提高这方面的能力,书中就方法论方面也给予了一定的注意,同时为了克服“抱着走”所带来的后果,书中某些文字不免简约,虽然有时也不吝惜说一些话去帮助读者时刻清楚了解自己应遵循的道路。因此,好学的读者必须为此作些努力,这特别是自己做习题时更应这样。读者应该认识到,做习题也是一种创造性的脑力劳动!

湖南大学陈树年教授曾对本书提出了不少宝贵意见,并亲自审拟本书的内容提要,国防科技大学老亮教授在本书编写过程中自始至终都给予了热情的鼓励和帮助,中南工业大学伍洪泽教授对本书的出版也给予了极大的帮助,谨在此表示衷心的感谢。书中引用了其他作者的一些成果和例题,除在脚注和参考文献中注明和列出外,也谨在此表示深深的谢意,此外还要感谢湖南大学邵阳分校热动系的老师们,感谢他们对这一工作所提供的热情支持。

本书由于成书于教学改革中的实践时间不长,加之编者学识有限,有些提法和处理不尽相宜,恳请读者惠予指正。

刘得江

1998年4月

目 录

绪 论

0.1	本课程的主要内容及其基本任务	(1)
0.2	应用力学的发展及其与生产实践的关系	(1)
0.3	应用力学中一些重要基本概念	(3)
0.4	应用力学之研究方法	(7)

第一编 静力分析

第1章	构件平衡时的静力分析	(11)
1.1	力和力偶	(11)
1.2	两种基本力系的简化	(16)
1.3	一般力系的等效替换与简化	(19)
1.4	力系的平衡·力法	(26)
1.5	力系平衡方程式的应用	(31)
1.6	力系的平衡·功法	(45)
1.7	保守力场中质系的平衡条件及稳定性	(55)
第2章	杆件的内力	(59)
2.1	内力的分类	(59)
2.2	内力分析及内力方程	(60)
2.3	力的独立作用和叠加原理	(70)
第3章	杆件横截面上的应力	(72)
3.1	轴向拉(压)时的杆件应力	(72)
3.2	圆杆扭转时的应力	(75)
3.3	平面弯曲时梁的正应力	(79)
3.4	弯曲时梁的切应力	(82)
3.5	组合变形杆中的应力	(87)
3.6	直接剪切	(91)

第4章 应力应变状态理论	(92)
4.1 应力状态的概念	(92)
4.2 三向应力状态分析	(94)
4.3 二向应力状态分析	(102)
4.4 平衡/运动微分方程	(106)
4.5 应变分析	(108)
4.6 广义郑玄—胡克定律	(115)
4.7 应变能	(119)
第5章 破坏准则	(122)
5.1 失效形式	(122)
5.2 破坏准则	(123)
5.3 强度准则	(124)
5.4 断裂准则	(137)
第6章 杆件的变形	(140)
6.1 杆件轴向拉(压)的变形计算	(140)
6.2 圆轴扭转时的变形计算	(143)
6.3 梁的弯曲变形计算	(145)
6.4 计算构件变形的能量法	(156)
6.5 静不定系统	(168)
6.6 刚度计算	(176)
6.7 提高刚度的一些措施	(178)
第7章 变形、应力的进一步讨论	(180)
7.1 引言	(180)
7.2 位移法和应力法的基本方程	(182)
7.3 线弹性力学问题中的一般性定理	(185)
7.4 最简单的弹性力学问题	(186)
7.5 平面问题	(192)
7.6 柱体的扭转	(220)
7.7 温度应力	(229)
7.8 板和壳简介	(233)
第8章 压杆的稳定计算	(235)
8.1 引言	(235)
8.2 临界压力	(236)
8.3 欧拉公式的适用范围	(241)
8.4 压杆的稳定设计	(243)
8.5 提高压杆稳定性措施	(247)

第二编 动力分析

第 9 章 构件运动的描述方法	(250)
9.1 引言	(250)
9.2 构件作为质点时的运动的直接描述法	(250)
9.3 构件作为刚体时的运动的直接描述法	(256)
9.4 构件作为质点时的运动的间接描述法	(261)
9.5 构件作为刚体时的运动的间接描述法	(266)
* 9.6 刚体的更普遍运动的描述	(275)
第 10 章 构件的动力分析	(280)
10.1 质点运动微分方程	(280)
* 10.2 质点的相对运动	(284)
10.3 单自由度系统的线性振动运动	(286)
10.4 构件动力分析的普遍定理	(300)
10.5 构件动力分析的动静法	(329)
10.6 构件动力分析的分析力学方法	(338)
第 11 章 构件的动应力及变形	(346)
11.1 考虑惯性力时构件的动应力计算	(346)
11.2 冲击载荷和突加载荷时的动应力计算	(348)
11.3 构件振动时的应力计算	(351)
11.4 交变应力及构件的疲劳强度计算	(354)
主要参考文献	(370)

绪 论

0.1 本课程的主要内容及其基本任务

应用力学(Applied Mechanics)是研究固体工程结构构件在外力作用下的力学响应的科学。此响应或为外效应(即构件在外力作用下发生运动状态的改变)、或为内效应(即构件在外力作用下产生形状、大小的改变)。它既为发展自然科学服务,也为工程设计服务;但本课程则是以为工程设计服务方面作为其内容和讲述重点的。具体地说,它涉及外效应、除其独立意义外,也是在为讲述内效应奠定必要的基础;而讲述内效应则主要是以保证构件能够正常工作而进行的构件受力后的响应的分析为主:这包括应力、变形等的分析,也包括研究材料的破坏准则,以为构件的强度设计和分析提供理论依据及计算方法。

所谓保证构件能够正常工作,通常是指构件在外力作用下不发生破坏、产生的弹性变形不超出工程允许的范围,以及在原有形状下的平衡应为稳定平衡等。这些在工程中常称为构件应具有足够的强度(Strength)、刚度(Stiffness)和稳定性(Stability)。对强度、刚度和稳定性这三方面的要求,也统称为“强度要求”。当然,涉及构件的强度问题时还必须研究材料的力学性能(Mechanical Properties of Materials),其中特别是其变形与所受外力间的关系。

从工程的角度看,保证构件正常工作只是使构件满足所谓的安全条件,选用较好的材料和较大的几何尺寸,这是不难做到的,但这样会造成材料上的浪费,不符合实用和经济要求,为此设计中还须提出适用、经济要求的条件(即使构件在满足安全条件的前提下具有合理的形状及最小截面尺寸、并采用恰当的材料)。这样,“保证构件正常工作”在目前的情况下也就是指在满足强度、刚度和稳定性要求下,以最经济的方式为构件确定合理形状、尺寸以及适宜的材料。在这一介说的意义下,为构件的校核、设计提供理论依据及计算方法自然也就成为本课程的基本任务之一了。

自然,就某一具体构件而言,上述要求是有所侧重的。例如,车床主轴是以刚度要求为主,千斤顶螺杆是以稳定要求为主,而起重机的吊索却是以强度要求为主的。此外,有时甚至还有要求破坏成为矛盾的主导方面的。例如,安全联轴器就是这种情况。

0.2 应用力学的发展及其与生产实践的关系

应用力学的发展也如其他科学一样,是由生产发展所推动的,同时反过来,它也对生产实践起着重要的指导作用。

远在封建社会及以前,人类就在长期生产劳动过程中不断地创造和改造各种生产工具,不断地掌握和创造新的材料。这其中我国劳动人民对此就作了极大的贡献,他们对于材料的了解、利用,对结构受力和工作条件的分析与合理设计方面都早有了丰富的知识和卓越的

成就。《墨经》中就有专讲守城工事的记载,春秋末期成书的《考工记》中也记述了不少与应用力学有关的技术问题,如嵌入车轮辐条的轮毂尺寸的选择等。在汉朝,人们利用了竹材耐拉不耐压的特性。在四川灌县建造了跨越泥江长达 320m 的竹索桥;特别值得一提的是东汉经学家郑玄(127~200)在《考工记·弓人》的注中就已提到弓的“每加物一石,则张一尺”、而言简意赅地把力和变形的正比关系清楚地表述了出来,这比 1678 年由胡克(R.Hooke,

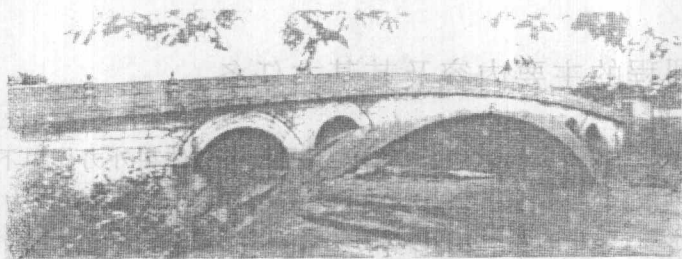


图 0.1 河北赵州桥(又名安济桥)

1635~1703)提出并命名为胡克定律所反映的这一关系早了 1500 年^①! 在隋朝,石工李春(公元 581~618)利用石料耐压不耐拉的特性,建造了全长 50.82m 拱卷、净跨 37.37m 的石拱桥(赵州桥,如图 0.1),它的形式在欧洲直到 1912 年才开始出现。辽青宁二年(公元 1056 年)建造的山西应县木塔是世界上现存最高的古代木结构高层建筑,其高达 67.13m(图 0.2),其整个塔身含四道刚性构架,从而大大增加了它的稳定性。又以其造型稳重大方,而成为结构构造与建筑造型有机统一的典范。又如 6 世纪隋杨素在永安造高百尺木船,北宋李诫(?~1110 年)1103 年刊行《营造法式》所载木结构建筑技术等都反映了中国古代工程实践是居于世界领先地位的。英国李约瑟(Joseph Needham)在《中国科技史》中曾指出:“中国的这些发明和发现往往远远超过同时代的欧洲,特别是 15 世纪以前更是如此”。14 世纪以前的中国的这一事实也说明了中国古代对力学的认识居于世界的前列。但是,当欧洲资本主义萌芽,科学开始复苏时,中国仍处于封建社会,科学技术水平渐渐落后于欧洲,明末宋应星的《天工开物》(1637)标志着中国传统科学技术的终结。尽管它

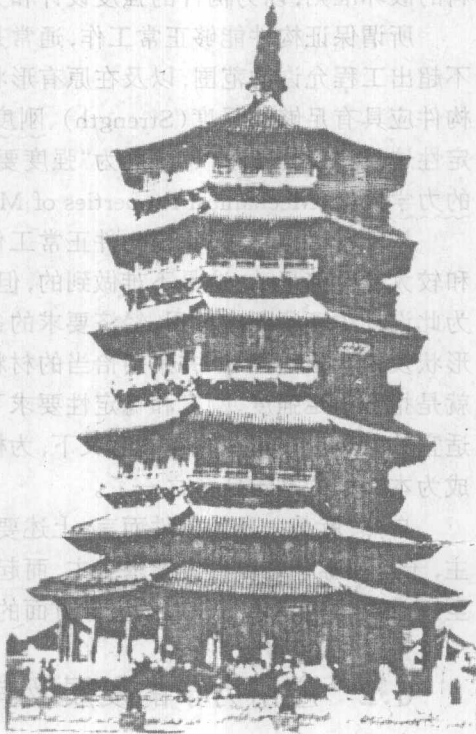


图 0.2 山西应县木塔

^① 这是我国学者、国防科技大学老亮教授考证发现的。老亮于 1986 年提出“郑玄说”,这一重要成果现已载入《力学词典》及多部学术著作中。

是一部图文并茂的科技巨著,为世界第一科技百科全书,但仍未能对古代中国的工程成就,主要是依据合理的定性分析方面,作出严格的逻辑分析推理。这些,以及应用力学经过18世纪20年代到19世纪40年代的闭关自守,直至19世纪中叶才得到了较彻底的改变。

17世纪初,欧洲的资本主义生产方式陆续取代了封建的生产关系,商业和航海的迅速发展,需要科学技术。F. 培根所倡导的实验科学开始兴起,技术上工匠传统和学者传统结合起来。到18世纪末以前的将近200年中,动力学、静力学、固体和流体的物性研究都得到了长足的发展。1803年,L. 潘索(Poinsot, L., 1777~1859)的《静力学原理》问世,从而建立了静力学体系。1638年,伽俐略(Galileo, G., 1564~1642)为解决建造船只和水闸所需梁的尺寸问题,首先提出了计算梁强度所用公式,从而开辟了用实验和按理论方法计算构件的新途径。1678年胡克也发表了根据实验结果总结出的物体变形与它所受载荷成正比关系的物理定律。至此,《应用力学》在过去生产实践积累的丰富经验基础上,开始步入正确发展的道路。

本世纪以来,由于工业的飞速发展与技术的进步,为减轻构件自重和材料消耗量而对材料强度提出了更高的要求,并进而推动了冶金工业的发展,使构件为符合其强度要求所需截面尺寸有可能减小,但在采用细长杆件,考虑其刚度又成为计算中必须涉及的另一方面;而当细长杆受压时,又出现了在其原有直线形状下的平衡丧失稳定性的现象,所以又须对这类构件作稳定性计算。可见对载荷作用下的构件进行强度、刚度和稳定性的计算乃是随着生产的发展、实践中新问题的出现而逐渐提出的。早在19世纪初,铁路和桥梁的大规模兴建所导致的铁轨的冲击载荷、桥梁的振动、车轮轴的疲劳、桁架压杆的稳定等问题这时也得到了进一步的解决。

本世纪60年代中期以后,力学本身已越出航空、航天的藩篱,向着更广阔的应用和基础科学领域进军。随着我国国民经济的发展,应用力学的应用也就更加广泛。如我国解放以后进行的许多与其有关的重大工程技术项目——武汉、南京和九江长江大桥的设计与建成、高速飞行器、大功率发电动力装置、核工业装置等,无一不遍布有力学的足迹。近20年来由于电子计算机应用方面的进展,应用力学的工程分析进一步深入到了机械设计等的常规系列工作中,这无疑将对我国机械、土建、造船、航空、宇航等各方面都起着积极的促进作用。此外应用力学在完善重大工程的安全分析,充分发挥现有设备、器件的潜力和更经济合理制造新设备和建造新设施方面,今后也将发挥更大的作用。

0.3 应用力学中一些重要基本概念

1. 固体的连续性 根据现代物质构造的观点,构成构件的固体都是由不连续的粒子组成的,但在应用力学中,假设固体所占空间内的材料是密实而连续的。这一假设是人们在观察所谓连续介质时,逐渐形成和建立起来的,因直观容易为人们所接受。我们之所以采用这一假设,不仅是因为根据物质构造的观点来研究固体变形甚为困难,更重要地是由由此假设导致的结论,已广泛地为实验和工程实践所证实。至于假设和现代物质构造理论的分歧,可以用统计平均观点统一起来。

从固体材料连续性出发,就可使我们藉助从物体中截出的无限小单元体来从事构件的强度研究,并将由大尺寸试件实验所得材料力学性能,移用至无限小单元体上,同时固体的一些物理量,如位移和内力等参数也均可表示为各点坐标的连续函数,这就使我们可以在本

课程中应用数学分析方法。

2. 外力(External Force) 构件上的外力是指其他物体对它的作用力,它包括载荷和约束反力。一般地说,载荷属主动力,约束反力属被动力。依外力作用的形式可将外力分为体积力(Body Force,也称场力)和表面力(Surface Force,也称接触力)。前者如物体的自重和惯性力等,后者如直接作用在构件上的力、容器壁上流体的压力等。表面力一般是分布力,分布力作用面积远小于构件表面积时,往往简化为集中力;对横向尺寸远小于长度的杆状构件而言,度量其体积力和表面力的大小系用线分布力集度 q 。当为均匀分布力时, q 就是沿杆轴线上每单位长度杆上的力;当为非均匀分布力时,杆轴线上某一点处的线分布力集度 q 则定义为

$$q = \lim_{\Delta L \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta L} \quad (0.1)$$

式中: ΔL 为轴线上该点处附近很小一段长度, ΔP 为作用在该段上分布外力之合力。线分布力按其沿杆长之分布可分为均匀分布、线性变化和任意变化三类,工程上以前两类为最常见。图0.3(a)所示为第一类,图0.3(b)所示挡土墙中圆木桩所受土压则为第二类。

在工程中,为分析方便,也常将载荷分为静载荷(Dead Load)和动载荷(Dynamic Load)。随时间变化缓慢而不显著或不变的载荷称为静载荷,而将经常变化的或有突加性、甚至带有冲击性质的载荷称为动载荷。载荷的性质对于材料的强度以及构件的承载能力有着直接的影响,因此研究材料的力学性能和构件的承载能力时应按不同性质的载荷分别进行。

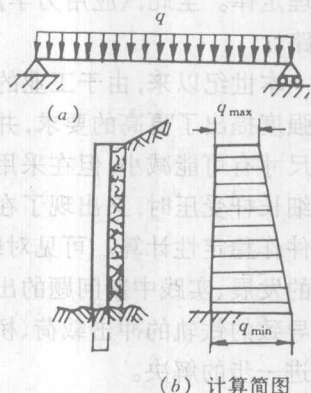


图 0.3

3. 内力·截面法(Internal Force·Section Method) 固体未受载时,为维持其外形,其内部质点间已有初始内力(Initial Internal Force)。除涉及两构件间相互作用或桁架等要考虑这种内力外,应用力学一般是不研究这种内力的(即假设它们为零);但当固体受载时,其内部各质点间的相对位置将会变化而引起内力变化,这种变化称为附加内力(Additional Internal Force)。在温度场里,当温度变化时,如果物体受到约束不能自由胀缩,其内部也会产生附加内力,因此广义载荷包括外力和外部因素(如温度场的变化等)。以后,不论是初始内力还是附加内力,我们都把它称作内力。其内涵则不难由问题的性质去区分。

内力是物体间或同一物体相邻部分的相互作用力,按牛顿第三定律,内力总是成对存在的。图0.4所示系同一物体A、B两部分的相互作用,为显示其内力可假想地用一截面I将物体截为A、B两部分[图0.4(b)]。设保留A部分,并将B对A的作用以截面上的内力R代替。由固体连续性假设,内力在截面上是连续分布的,以后将这种截面上连续分布的内力称为分布内力,而内力这一名词就用来代表分布内力的合力。上述这种阐明并显示物体内部相互作用(内力)的方法叫做截面法。

4. 应力(Stress) 分布内力也是以集度来度量其大小的,内力的集度是判断物体强度的主要指标。这可在截面上某一点A处取一极微小的面 ΔA (图0.5),以在该微面上的总内力 ΔP 除以 ΔA 后取极限来表示截面上A点内力的集度,作为度量物体材料安全、破坏的依据:

(1.0)

(2.0)

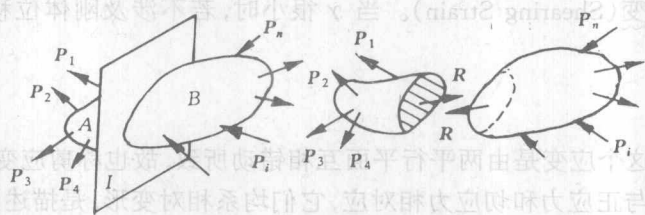


图 0.4

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta p}{\Delta A} = \frac{dp}{dA} \quad (0.2)$$

p 称为截面上 A 点的全应力 (Total Stress) 或应力矢量 (Stress Vector)^①, 其量纲为 $[P][L]^{-2}$, 它的单位为 Pa ($1\text{Pa} = 1\text{N/m}^2$) (帕斯卡或简称帕)、 kPa (千帕) 或 MPa (兆帕)。

显然, 一点之应力不仅与该点的位置有关, 而且还与该点所在平面 S 的方向有关。设截面 A 的外法线 n 的单位矢量为 n , 则

$$p = p(r, n) \quad (0.3)$$

以 p 的直角坐标系中的投影 p_x, p_y, p_z 表示, 则有

$$p(r, n) = p_x i + p_y j + p_z k \quad (0.3A)$$

此外, p 也可用它在该点所在平面的法向和切向上的分量, 也即 A 点的正应力 (法向应力, Normal Stress) σ 和切应力 (剪应力, Shearing Stress) τ 来表示

$$p(r, n) = \sigma n + \tau t \quad (0.3B)$$

式中 t 为该点所在平面内的单位矢量 (与 p, n 共面), 而 $\sigma = p \cos(p, n)$, $\tau = p \sin(p, n) = \sqrt{p^2 - \sigma^2}$ 。

将全应力 p 用正应力和切应力这两个分量表示是有其物理意义的, 因为它们和材料的两类破坏现象——拉断和剪切错动相对应, 所以今后在强度计算中只计算正应力和切应力而不计算全应力。

5. 应变 (Strain) 欲考察物体内部某点 A 的变形情况, 只须研究通过该点微元线素长度 L 的变化及微元线素间所夹角度 γ 的变化。设从构件 A 点周围取出一正六面体, 其与 x 轴平行的棱边 ab 的原长为 Δx ,

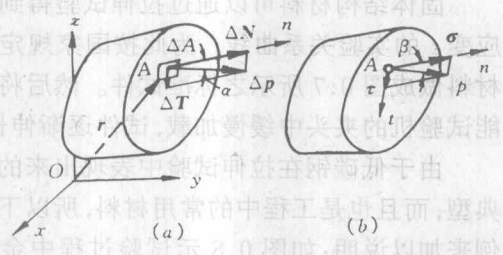


图 0.5

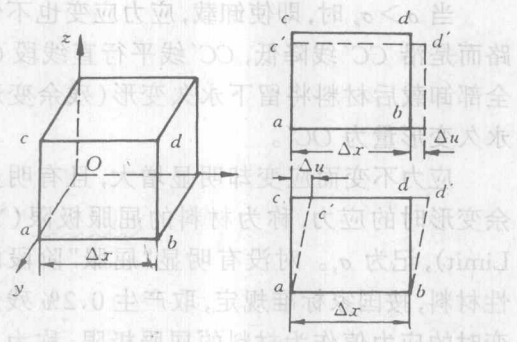


图 0.6

① 面元 ΔA 上除内力矢量 Δp 外, 还有力偶 ΔM 的作用, 但我们不予考虑。

变形后其长度为 $\Delta x + \Delta u$, Δu 称为 ab 的绝对变形, 而

$$\epsilon = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx} \quad (0.4)$$

则称为 A 点处沿 x 方向的正应变 (Normal Strain)。正六面体原来相互垂直的两棱边夹角的改变量 γ 称为切应变 (Shearing Strain)。当 γ 很小时, 若不涉及刚体位移, 并令 ab 边不动, 则

$$\gamma \approx \frac{\Delta u}{ac} \quad (0.5)$$

γ 是直角改变量。因这个应变是由两平行平面互相错动所致, 故也称剪应变。

正应变和切应变与正应力和切应力相对应, 它们均系相对变形, 是描述固体变形的一种几何度量, 正应变有在几何上表示伸长、缩短的作用, 而角应变则会引起物体形状的改变, 它们都是无量纲的量。

固体结构材料可以通过拉伸试验得到正应力 σ 和正应变 ϵ 的实验关系曲线。为此按国家规定将欲做实验的材料做成图 0.7 所示之标准试件。然后将其两端装在万能试验机的夹头中缓慢加载, 试件逐渐伸长直至被拉断。



图 0.7

由于低碳钢在拉伸试验中表现出来的力学性能最为典型, 而且也是工程中的常用材料, 所以下面以低碳钢为例来加以说明: 如图 0.8 示试验过程中金属应力应变曲线最初为一直线段 OA , 其斜率称为材料的弹性模量 (Elasticity Modulus) 或称杨氏模量 (Young's Modulus), 它说明材料抵抗拉伸或压缩变形的能力, 以 E 表示。在直线段 OA 内, 即载荷引起的应力低于与 A 点相应的应力水平时, 应力与应变间具有比例关系。此时如卸载, 则应变将回复到零。因此, 大多数材料在这一段都可用下面本构方程

$$\sigma = E\epsilon \quad (0.6)$$

表示其应力应变关系, 这就是胡克定律。

而对应于 A 点的应力值 σ_e 即称为弹性极限 (Elastic Limit)。

当 $\sigma > \sigma_e$ 时, 即使卸载, 应力应变也不依原路而是沿 CC' 线降低, CC' 线平行直线段 OA 。全部卸载后材料将留下永久变形 (残余变形)。永久变形量为 OC' 。

应力不变而应变却明显增大, 且有明显残余变形时的应力, 称为材料的屈服极限 (Yield Limit), 记为 σ_s 。对没有明显“屈服”阶段的塑性材料, 按国家标准规定, 取产生 0.2% 残余应变时的应力值作为材料的屈服极限, 称为名义屈服极限, 以 $\sigma_{0.2}$ 表示。材料应力应变曲线上的最大应力 σ_b 称为材料的强度极限 (Strength Limit)。屈服极限 σ_s 和强度极限 σ_b 是工程材料的两个常用基本数据。图中 OB' 表示试件拉断后的残余伸长量。

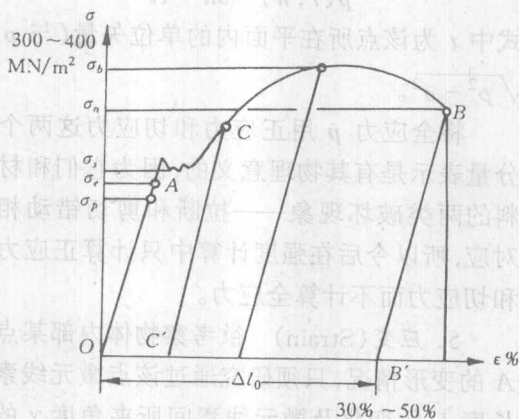


图 0.8

对于低碳钢以外的其他材料, 图 0.9 给出了铸铁、塑料的应力应变曲线, 其中铸铁为脆

性材料,其应力应变曲线[图 0.9(a)]不是直线,但可近似地以直线代表 OA 段,所以也可用郑玄—胡克定律。图 0.9(b)为易变形之塑料的应力应变曲线。还有一些材料(如橡胶等)具有非线性弹性的性质,卸载后,其应力、应变沿原曲线回到原点,物体恢复原状。材料的力学性质目前已成为一门分支科学。本书则仅藉应力应变曲线建立弹性关系和判断材料是否已进入塑性状态两点,读者欲进一步了解,可参考有关书籍。

与拉伸试验类似地,通过扭转试验可得到比例阶段内的如下本构方程(称为剪切郑玄—胡克定律):

$$\tau = G\gamma \quad (0.7)$$

式中 G 为材料的剪切弹性模量(Shearing Modulus)。

6. 弹性和塑性(Elasticity and Plasticity) 物体在外力作用下产生形状的变化,而在外力停止作用时它又有恢复其形状的能力,这种特性我们称为材料的弹性。根据固体能完全恢复、部分恢复或完全不能恢复原状的性质又将其分为完全弹性体、部分弹性体和完全非弹性体。对于部分弹性体,其变形既有弹性变形部分,也有塑性变形部分。固体产生了塑性变形也就留下了永久变形,这个性质称为材料的塑性。通常以试件拉断后的延伸率 δ 或断面收缩率 ψ 作为衡量材料塑性的指标。试件拉断后其工作段的塑性变形量与工作段原长之比的百分率称为材料的延伸率,故

$$\delta = \frac{l_1 - l}{l} \times 100\%$$

其 l_1 为试件工作段拉断后的长度。类似地,若以 A_1 表示拉断后的断口横截面面积,则

$$\psi = \frac{A - A_1}{A} \times 100\%$$

式中, δ 、 ψ 愈大,说明材料的塑性性能愈好。

材料的弹性性质,虽说对构件有原则的意义,但应用力学中不能局限于只研究材料的弹性性质。为了解决有关强度问题,就需研究大载荷下,材料已明显露出接近破坏征兆的工作情形,以便作出保证结构物可靠工作的建议。有时正常工作不一定限于小变形,在允许永久变形情况下深入到材料塑性领域,还可大为节省材料。

0.4 应用力学之研究方法

0.4.1 宏观方法(Macroscopic Method)

应用力学的研究方法中有不少与其他学科的相同,即具有一定之普遍意义,因此充分理解这些方法,不仅可以帮助我们深入掌握这门学科,而且还有助于学习其他科学技术理论,培养辩证唯物主义世界观及正确分析问题和解决问题的能力。这部分属宏观方法论的范畴,我们称它为宏观方法。一般来说,科学研究的过程,就是认识客观世界的过程。因此正确的科学研究方法必然要通过观察实践中的各种现象,进行多次科学实验,经过分析、综合和归纳,以便总结出该学科的最基本规律。例如,本课程中“力”、“力矩”等基本概念,“力的

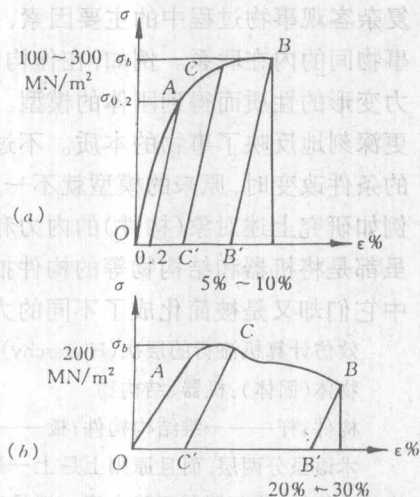


图 0.9

平行四边形规则”，“Saint-venant 原理”等基本规律都是人类在长期生产实践中对运动、变形等有了认识，并在积累了大量经验的基础上，经过分析、综合和归纳后形成的。

人们为了认识客观规律，不仅要在实践中进行观察和分析，而且还需进行实验。实验可以从复杂的自然现象中，人为地创造一些条件来突出影响事物发展的主要因素，并定量地测定各因素间的关系。因此实验也是形成理论的重要研究方法之一。

在对事物观察和实验的基础上，要经过抽象化建立力学模型。抽象化也就是抓住研究复杂客观事物过程中的主要因素，并舍弃次要、局部和偶然的因素，以深入现象的本质、明确事物间的内在联系。例如，在作构件平衡时的静力分析、研究其机械运动时，就可舍弃其受力变形的性质而得到刚体的模型。这种抽象化的方法，一方面简化了所研究的问题，同时也更深刻地反映了事物的本质。不过，任何抽象化的模型都是有条件的、相对的。当研究问题的条件改变时，原来的模型就不一定适用，这时就须再考虑影响问题的新因素，建立新模型。例如研究上述对象(构件)的内力和变形时，却又是将其简化为理想弹性体模型。因此全书虽都是将机器和结构物等的构件抽象为其材料是密实无间的连续性固体。但在不同的问题中它们却又是被简化成了不同的力学模型。

效仿计算机流行的层次(Hierarchy)概念，我们将本书使用的力学模型术语排列如下：

物体(固体)：机器、结构物

构件：杆——一维结构构件；板——二维结构构件；块——三维结构构件

术语虽分两层，而且原则上是上一层含有下一层，但由于语言的“递归”(Recurrent)性质，有时却也称构件为物体，使下层移至上层。视是否考虑变形，又将它们简化为弹性体或刚体。当问题中无须考虑研究对象的几何尺寸时，则它们又可简化为点或质点这种模型。

有了力学模型，再从基本规律出发，用数学演绎和逻辑推理的方法，得出具有物理意义和实用价值的定理和结论，用以指导实践，推动生产，并进一步通过实践加以补充和发展。

0.4.2 微观方法(Microcosmic method)

和任何其他科学一样，应用力学也有一些属于自己的独特研究方法，这部分属于微观方法论的范畴，我们称它为微观方法，撮要如下：

1. 应用力学的基本方法 前已述及，应用力学主要是研究外力在固体中引起的力学响应。描述力学响应的参量在涉及外效应时有力、力偶、速度、角速度、角加速度等。它们既可用矢量力学方法确定，也可用分析力学方法确定；涉及内效应时，力学响应参量有应力、应变和位移等。其中应力属力学量，应变及位移则属几何量。要确定它们，就需进行力、几何及物性三方面的分析，其结果将表现为一些场方程和一定的边界条件，这种基本的应用力学方法，不管对哪种构件都是适用的。

(1)力学分析。固体在外力作用下，无论其整体或其一部分以至于一个单元体，都必需满足动力学方程。在等速运动和静止的特殊情况下则应满足平衡方程。作力学分析时虽不涉及物性，但要考虑固体与其他物体接触处的支承力或边界力。

(2)几何分析。固体受力时会发生位移和变形(应变)。作为连续性固体，其位移与应变间存在着一定关系。同时应变间也有一定之连续性要求。作几何分析时将只作纯粹几何或运动学的分析。为使几何关系简化，又常对其进行某种限制(或假设)。

(3)物性关系。材料不同，固体的变形与外力的关系也就不同。对应于它们的参量间有一定的关系，这通常表现为应力与应变间的关系。这种与材料本身相关的关系称做材料的

本构关系 (Constitutive Relations), 常用的广义胡克定律就是一种线弹性的本构关系。

考虑上面三个方面可得到力学方程、几何方程、物性方程以及必要的边界条件(力和位移的约束), 从而形成应用力学分析的基本关系式。

有时也用能量形式处理有关参量, 即将外力功和固体形变过程中形成的变形能联系起来, 得到能量原理, 用能量原理求解问题往往容易形成有效的近似方法。

2. 常用模式的处理 应用力学中除对固体引入连续性假设外, 对材料状况、静动态以及分析方法尚需作一些模式上的处理:

(1) 均质与各向同性。本书所涉构件其各处以及任一点的各个方向上的材料力学性质都假定是相同的。这就是材料性质上的均质和各向同性假设。对实际的固体来说, 其基本组成部分(如金属的晶粒)的性质既有一定的差异, 而且就每一个晶粒来讲, 其力学性质也具有方向性; 但由于基本组成部分的大小和构件的尺寸相比极小, 构件所含它的数量极多, 加之它们的排列又完全没有规则。所以从整体上反映出来的性质就可看成是均质和各向同性的。也即这种性质所反映的不是某一个组成部分, 而是所有组成部分性质的统计平均量。当然对于明显各向异性的木材之类构件, 当构件主要起抗拉(压、弯)作用, 如使木材顺纹方向承受抗拉作用(木材顺纹方向抗拉能力较强), 其横向力学性能转化将为次要方面, 此时即使不考虑各向异性也不致对结论有多大影响。各向异性的钢筋混凝土构件也与此类似。有时还可藉布置钢筋的办法使其接近各向同性, 至于需要考虑各向异性的材料(如现代复合材料), 由于除在物性分析上稍复杂些外, 其各向异性的力学分析与各向同性情形的本质差别并不大, 因此, 应用力学也就主要是讨论各向同性情形。

采用均质、各向同性假设就使我们可以在物体一点处, 沿不同方向截取性质相同的微小六面体, 此每一六面体各向力学性质相同, 同时又可将对物体一点的力学分析结果推至其整体。

(2) 小变形。固体因外力或其他原因而发生位移: 物体的刚性(无变形)位移或变形所致位移。刚性位移可藉一定之约束加以排除; 变形位移则有大小变形之分。应用力学所研究的则主要是小变形, 即物体各点的位移与物体最小特征尺寸相比是微小的, 因而位移对坐标的偏导数就小于 1, 其二次或乘积项成为可略去不计的高阶小量。这样, 物体内任一点处的应变和转角就是位移偏导数的线性函数。这一前提下的小变形又称为几何线性变形。由于此时物体变形前后的尺寸相差甚小。外力的作用方向和分布状况的变化也很小, 而可略去不计, 因此在考虑物体及其任一微单元体在变形后的平衡条件时, 仍可以使用原始尺寸。

(3) 静动力强度。本书内容按载荷随时间的变化分为静力分析和动力分析两部分。这两部分不仅在静力学与动力学上不同, 且后者更注意总体变形与某些运动特征以及应力、应变的传播, 同时在材料力学性能方面它们也是不同的。但由于工程实际中还有某些不能完全确定的因素, 我们除利用较简单的动态分析外, 有时则完全将一个动态问题转化为准静态问题来处理。

(4) 弹性分析的叠加原理。本书内容多属线弹性分析。因此诸如内力、应力、变形(应变和位移)等由于它们与外载荷成线性关系而可以叠加。这就是弹性分析叠加原理 (Principle of Superposition)。这个原理的实际意义在于简单问题容易得到分析结果, 而一个复杂问题则可分解为几个简单问题。不过对非线性弹性问题, 叠加原理则不适用。

(5) 初始自然状态假设。即假设物体在未受载荷作用前处于一种无应力和应变状态。