

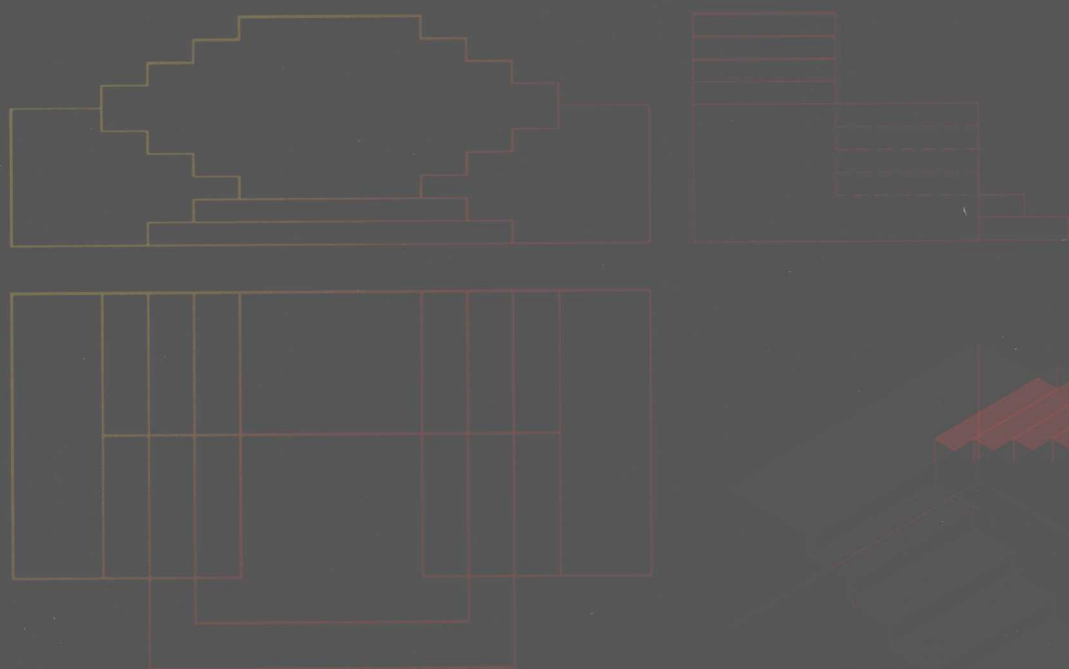
21世纪工程图学系列教材

DESCRIPTIVE GEOMETRY

画法几何

(第二版)

黄水生 李国生 主编



华南理工大学出版社

21 世纪工程图学系列教材

画法几何

(第二版)

黄水生 李国生 主编

华南理工大学出版社

·广州·

内 容 简 介

本书根据当前我国高校图学教育研究的方向和发展趋势,结合教育部最新修订的《普通高等院校工程图学课程教学基本要求》,以及编者多年来的教学实践经验编写而成。主要内容有:投影法概述,点、直线、平面的投影,直线与平面、平面与平面的相对位置,投影变换,工程上常用的曲线和曲面,平面立体和曲面立体,截交线,相贯线,轴测投影,正投影图中的阴影,透视投影,标高投影等。

继承与创新并重,投影图与立体图的对照演绎,理论与实践的统一,形体分析与投影分析的结合,科学性、时代性、工程实践性的加强是本书的主要特点。

本书可作为大中专院校工科各专业的画法几何课程的教材,亦可作为工程技术人员的参考资料。

与本书配套的《画法几何习题集》(第二版),由华南理工大学出版社同时出版,供选用。

图书在版编目(CIP)数据

画法几何/黄水生,李国生主编.—2版.—广州:华南理工大学出版社,2008.2
21世纪工程图学系列教材
ISBN 978-7-5623-2718-9

I. 画… II. ①黄… ②李… III. 画法几何-高等学校-教材 IV. O185.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 200963 号

总 发 行: 华南理工大学出版社(广州五山华南理工大学 17 号楼,邮编 510640)

营销部电话: 020-87113487 87110964 87111048(传真)

E-mail: scutc13@scut.edu.cn

<http://www.scutpress.com.cn>

责任编辑: 王魁葵

印 刷 者: 湛江日报社印刷厂

开 本: 787mm×1092mm 1/16 印张: 15 字数: 380 千

版 次: 2008 年 2 月第 2 版 2008 年 2 月第 6 次印刷

印 数: 1 0001~1 2000 册

定 价: 25.00 元

版权所有 盗版必究

第二版前言

本书自第一版发行以来,以其较全面的内容体系、符合认知心理的知识结构、清晰的图解图示和具有一定的开创性、时代性等特色得到了不少院校的欢迎。同时,也得到了广大同行的关爱。

此次修订再版,主要依据教育部最新修订的《普通高等院校工程图学课程教学基本要求》的精神,结合各校对该书的使用情况反馈,进一步拓展它的优点,克服它的不足。

(1)增加了为数不少的立体示意图,以期更有助于自学和理解,进一步提升学生的三维空间与相对位置的逻辑思维能力和形象思维能力。

(2)适量增加了截交、相贯部分的例题,以突出重点、化解难点,提高学生分析问题、解决问题的能力。

(3)对部分内容作了进一步精减,修正了第一版中某些图文的笔误。

(4)本书作为工科各专业的通用教科书,其内容略广。为此,第二版扩大了冠以“*”号的章节范围,对此各校在教学中不必全部贯彻。例如,非机械类专业,不必贯彻“立体表面的展开”;非房建类专业,不必贯彻“同坡屋顶”和“螺旋楼梯”;对于建筑类专业,由于有内容更深更广的透视与阴影教材,故本书中的这两章也不必贯彻;至于“标高投影”,各校应与工程测量课协调,不必重复开讲。

编者相信,本书第二版将会得到更多学生的欢迎,满足更多院校的教学需求。

本书第二版由黄水生、李国生主编,谢坚、黄莉、马彩祝参编,张小华全文计算机录入,黄青蓝参加了部分章节的计算机绘图。由于编者水平有限,书中不完善乃至错误之处仍然在所难免,敬请关爱本书的老师 and 读者继续提出宝贵的意见。

与本书配套的《画法几何习题集》(第二版)也已修订完毕,与本书同时出版。

编 者

2007年12月

前 言

本书根据当前我国高等院校图学教育研究的方向和发展趋势,结合原国家教委颁布的《画法几何及工程制图课程教学基本要求》以及编者的教学实践经验编写而成。

多年来的教学实践使编者认识到,无论是大学本科、专科还是专门的职业技术教育,要使工程制图的教学质量上一个层次,很有必要开设独立的画法几何课程。这是由于:①从内容上来看,画法几何是几何学的一个分支,它的成功在于可以用二维的方法表达任意复杂程度的三维形体,而且这种表达是完备的、充分的;②从生产发展的背景来看,图纸是产品信息的载体,是设计、施工、验收过程中传递信息的重要媒介,而画法几何正好恰当地为它提供了必要的理论基础;③从培养人的角度来看,智力开发是素质教育的重要一环,通过画法几何中点、线、面、体的定形与定位问题的求解,能有效地提高学生的空间思维能力、逻辑推理能力、创新能力、独立分析问题的能力以及认真细致的工作作风。所有这些,都是开设画法几何课程的出发点。

另一方面,20世纪80年代以来,世界范围内的计算机技术迅速地发展、普及、成熟,强劲之势迅猛异常,并快速地在工程领域占据了重要的席位,形成了对传统的教学体系的震撼与冲击。高校的人才培养模式、教学内容、教学思想、教育方式和教育观念的改革已迫在眉睫。为此,1999年末,教育部高等工科制图课程教学指导委员会与中国工程图学学会图学教育分会联合进行了“画法几何与工程制图课程(本科)建设及改革信息调查”,获得了翔实丰富的资料。

本书也就是在这样的背景下面世的。在本书中编者试图从如下几个方面做些尝试:

(1)保留经典的画法几何内容,注重删繁就简,体现少而精、学以致用原则。在内容编排上,遵循由浅入深、由易到难、循序渐进的认知规律。

(2)文字叙述上注重通俗易懂、图文并茂、以图助文,便于自学。全书呈现出投影图与立体图对照演绎的特点,直观性强。

(3)注重理论与实践相结合,加强基本理论、基本作图和空间分析的说理过程,培养空间思维能力。

(4)突出形体的教学,加强形体分析和投影分析能力的训练,注重创新能力的培养,建立起与后续课程教学的密切联系。

(5)突出科学性、时代性、工程实践性的编写原则,注重吸取工程技术界的最新成果,为读者推荐富有时代感的应用实例。

本书可作为大中专院校各工科专业的画法几何课程的教材,目录中注有“*”号的部分内容,可根据专业的需要、学时数的多少来取舍。

本书由黄水生、李国生主编,分别编写了第1、2、3、4、5、7、11章和第9、10、12、13章,并负责对全书统稿。参加编写工作的还有黄莉(第6章)、谢坚(第8、14章)。马彩祝、张小华为本书的出版付出了辛勤的劳动,广州大学李训贵教授对本书的出版给予了大力的支持,在此一并表示深深的谢意。

由于编者的业务水平和教学经验所限,缺点和错误在所难免,敬请广大读者批评指正。

编 者

2001年6月

目 录

第 1 章 绪论	(1)
1.1 画法几何的任务	(1)
1.2 投影法的基本概念	(1)
1.3 平行投影的基本性质	(3)
1.4 工程上常用的几种投影图	(6)
第 2 章 点的投影	(10)
2.1 点的三面投影	(10)
2.2 两点的相对位置和重影点的可见性判断	(14)
2.3 点的两面投影和无轴投影图	(16)
第 3 章 直线的投影	(18)
3.1 直线的分类	(18)
3.2 各种位置直线的投影及其投影特性	(18)
3.3 直线段的实长及其对投影面的倾角	(22)
3.4 属于直线的点及其投影特性	(26)
3.5 两直线的相对位置	(29)
3.6 一边平行于投影面的直角的投影	(33)
第 4 章 平面的投影	(35)
4.1 平面的表示法与分类	(35)
4.2 各种位置平面的投影及其投影特性	(36)
4.3 属于平面的点和直线	(39)
第 5 章 直线与平面、平面与平面的相对位置	(47)
5.1 直线与平面、平面与平面平行	(47)
5.2 直线与平面、平面与平面相交	(49)
5.3 直线与平面、平面与平面垂直	(55)
* 5.4 点、直线和平面的综合图解方法	(59)
第 6 章 投影变换	(65)
6.1 投影变换的目的和方法	(65)
6.2 变换投影面法	(66)
* 6.3 旋转法	(76)
* 6.4 以投影面平行线为轴的旋转法	(84)
第 7 章 工程上常用的曲线与曲面	(86)
7.1 曲线	(86)
7.2 回转曲面	(87)
* 7.3 非回转直纹曲面	(92)

* 7.4 螺旋线和螺旋面·····	(98)
第8章 平面立体和曲面立体 ·····	(102)
8.1 平面立体的投影·····	(102)
8.2 属于平面立体表面的点和线·····	(105)
8.3 曲面立体的投影·····	(107)
* 8.4 立体表面的展开·····	(114)
第9章 平面与立体相交 ·····	(119)
9.1 平面与平面立体相交·····	(119)
9.2 平面与曲面立体相交·····	(124)
第10章 两立体相交 ·····	(137)
10.1 两平面立体相贯·····	(138)
* 10.2 同坡屋面的交线·····	(142)
10.3 平面立体与曲面立体相贯·····	(144)
10.4 两曲面立体相贯·····	(147)
10.5 曲面立体相贯线的特殊情况·····	(154)
第11章 轴测投影 ·····	(158)
11.1 轴测投影的基本知识·····	(158)
11.2 正轴测投影·····	(160)
11.3 曲面形体的正等测·····	(166)
11.4 斜轴测投影·····	(173)
11.5 轴测投影的选择·····	(177)
* 第12章 正投影图中的阴影 ·····	(179)
12.1 阴影的基本知识·····	(179)
12.2 点的落影·····	(181)
12.3 直线的落影·····	(182)
12.4 平面图形的落影·····	(185)
12.5 立体的阴影·····	(187)
12.6 建筑形体的阴影·····	(192)
* 第13章 透视投影 ·····	(198)
13.1 透视的基本知识·····	(198)
13.2 平面图形的透视特征及画法入门·····	(203)
13.3 建筑形体的透视·····	(206)
13.4 建筑透视图的分类及选用·····	(211)
* 第14章 标高投影 ·····	(218)
14.1 点和直线的标高投影·····	(218)
14.2 平面和平面立体的标高投影·····	(221)
14.3 曲线、曲面的标高投影·····	(226)
参考文献 ·····	(230)

第 1 章 绪 论

画法几何是几何学的一个独立分支。它的产生及发展，与工业技术的进步紧密相连。18 世纪 70 年代在欧洲兴起了第一次工业革命，为了适应工业生产的需要，1775 年，法国几何学家蒙日（G.Monge）在吸取前人有关经验的基础上，提出了以投影原理为依据的、在二维平面上表示出空间几何元素（点、线、面）和几何体的方法，创立了一门独立的学科——画法几何学（也称投影几何学）。在以后的 200 年中，它的内涵被不断地发展并广泛地应用在工业生产的各个领域，成为现代工程图学的理论基础。

因此，通过系统地学习画法几何，可以使学习者具有这样的一种能力，即能够把空间几何元素和几何形体^①的三维信息准确地转换并表达为图纸上的二维信息的能力。据此，设计师和工程师能够把所设计的机器、建筑物等一切工程设备（设施）的形状、大小、相对位置及技术要求等准确地在图纸上表达出来，工程实施部门则根据图纸的要求制造出机器或建造出建筑物。因此，画法几何是将来从事工程技术工作的人员必修的重要课程。

1.1 画法几何的任务

画法几何像几何学的其他分支一样，也是把几何元素（点、线、面）和几何形体作为研究对象，解决它们各自的和相互之间的定形、定位及度量等问题。所不同的是，画法几何在解决上述问题时，主要采用图解和图示的方式，即以“图”作为答案，而不是用解析的方法以符号、数字或方程式作为答案。因此，画法几何的“图”不是示意性的，而是可以度量的和具有一定精确度的。

由此可见，画法几何主要研究空间几何元素和几何形体的表达方法以及它们之间的定位及度量问题。具体来说，画法几何的基本任务是：

- （1）研究在二维平面上表示三维空间形体的方法，即图示法。
- （2）研究在平面上利用图形来解决空间几何问题的方法，即图解法。
- （3）培养和发展对三维形状和相关位置的空间逻辑思维能力、形象思维能力和创新能力。

图解能力、图示能力、空间逻辑思维能力、形象思维能力和创新能力是每一个当代的工程技术人员从事本职工作时所必须具备的基本素质。

由于画法几何是以投影法为基础的。因此，下面先介绍有关投影法的基本知识。

1.2 投影法的基本概念

1.2.1 投影法

现代一切工程图样的绘制都是以投影法为基础的。

注①：本书将几何形体定义为一般几何体以及将它稍加截割、叠合、相交而形成的仍具有一定几何特征的几何体，简称形体。

投影的基本概念属数学的范畴,它反映在一定的投射条件下,在承影要素(本学科以平面作为承影要素)上获得与空间几何元素或几何形体——对应的图形的过程。如图1-1所示,由投射中心 S 作出直线段 AB 在投影面 P 上的投影 ab 的过程是:过投射中心 S 作投射射线 SA 、 SB 分别与投影面 P 相交,于是得点 A 、 B 的投影 a 、 b ;连接 a 、 b ,则直线段 ab 就是空间线段 AB 在投影面 P 上的投影。因此,为了得到空间几何元素或几何形体的投影,必须具备如下三个条件:

- (1) 投射中心和从投射中心出发的投射射线;
- (2) 投影面——不通过投射中心的承影平面;
- (3) 表达对象——空间的几何元素或几何形体(其所处的空间位置可以在投影面的任一侧,或属于投影面)。

当投影条件确定后,表达对象在投影面上所产生的图形就必然是唯一的。换句话说,该唯一的图形是通过表达对象的一系列投射射线(例如 SA 、 SB 、 SC 、 SM)与投影面 P 的交点(例如 a 、 b 、 c 、 m)的集合。

我们称这个图形为表达对象在投影面上的投影;称用投射射线将表达对象向选定的投影面进行投射,并在该面上得到相应图形的方法为投影法。

1.2.2 投影法分类

1. 中心投影法

当投射中心 S 距投影面 P 为有限远时,所有的投射射线都从投影中心一点出发,如图1-2所示,这种投影方法称为中心投影法。用中心投影法所获得的投影称中心投影。由于中心投影法所有投射射线对投影面的投射方向和倾角是不一致的,因此所获得的投影,其形状大小与表达对象本身在度量上有着较复杂的几何关系。

用中心投影法投影所得到的建筑物或工业产品的图形通常是一种能反映它们的三维空间形象的立体图,其真实感强,但度量性差。这种图称为透视图。

2. 平行投影法

当投射中心 S 移至投影面 P 外无穷远处,即所有投射射线变成互相平行时,如图1-3所示。这种投影法称为平行投影法。其中,根据投射射线与投影面 P 的相对位置的不同,又可分为正投影法和斜投影法两种。

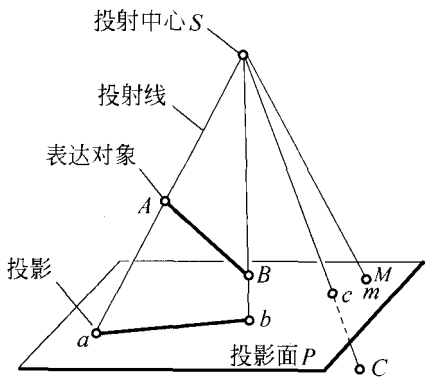


图 1-1 投影的基本概念

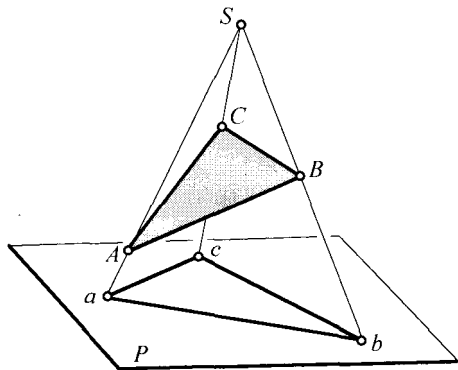


图 1-2 中心投影法

(1) 正投影法：当投射射线垂直于投影面 P 时的投影方法称为正投影法。用这种方法获得的投影称为正投影，如图 1-3a 所示。正投影法是平行投影中唯一的一种特殊情况。由于正投影法所有投射射线对投影面的倾角 θ 都是 90° ，因此所获得的投影，其形状大小与表达对象本身存在着简单明确的几何关系，即这种图具有较好的度量性。

(2) 斜投影法：当投射射线倾斜于投影面 P 时的投影方法称为斜投影法。用这种方法获得的投影称为斜投影，如图 1-3b 所示。用斜投影法作投影图时，必须先给定投射射线的方向，从而建立明确的斜投影体系，使所获得的投影的形状大小与表达对象本身存在一定的几何关系。

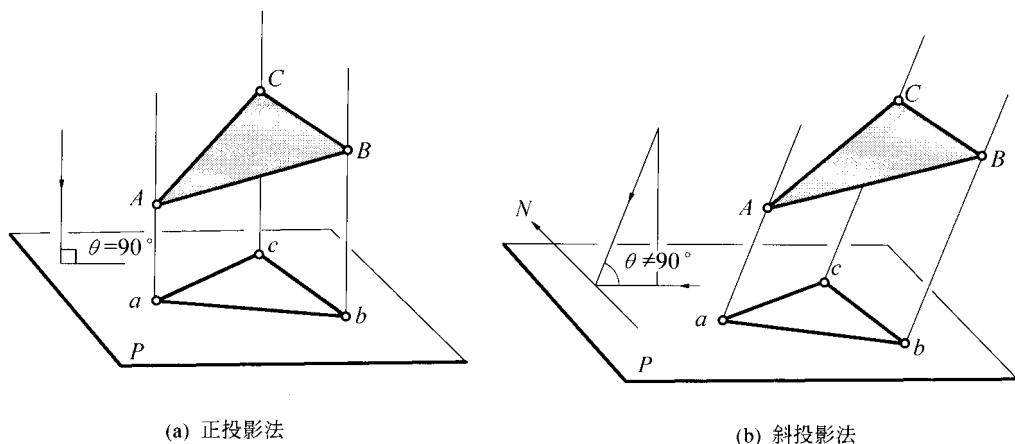


图 1-3 平行投影法

1.3 平行投影的基本性质

研究平行投影的基本性质，旨在研究空间几何元素本身与其落在投影面上的投影之间的一一对应关系，即它们之间内在联系的规律性。其中主要是要弄清楚哪些空间几何特征在投影图上保持不变，哪些空间几何特征产生了变化和如何变化，以作为画图和看图的依据。由于投影作图的基础主要是正投影法，故这里仅以正投影为例（除特别声明者外，以下所有投影均指正投影）。

下面结合图 1-4 所示的小屋在相互垂直的三个投影面（ H 面、 V 面、 W 面）上的投影，通过老师的指导作如下的线面分析，弄清楚那些被指明的局部的投影基本性质。

1.3.1 不变性

这是平行投影最基本的投影性质之一。正投影法之所以在绘制工程图样时被广泛采用，一个主要的原因就在于所画出的图样在很大程度上具有“不变性”，即能够很方便地按设计对象的表面形状和尺寸进行度量和作图。正投影的不变性主要是指：

(1) 在一般情况下，直线的投影仍为直线（图 1-5a）。当直线段平行于投影面时，它在该投影面上的投影反映该直线段的实长（图 1-5b）；或反映该直线段的实长和对另一投影面的倾角（图 1-5c）。

(2) 在一般情况下，平面图形的投影仍为类似的平面图形（图 1-5d）。当平面图形

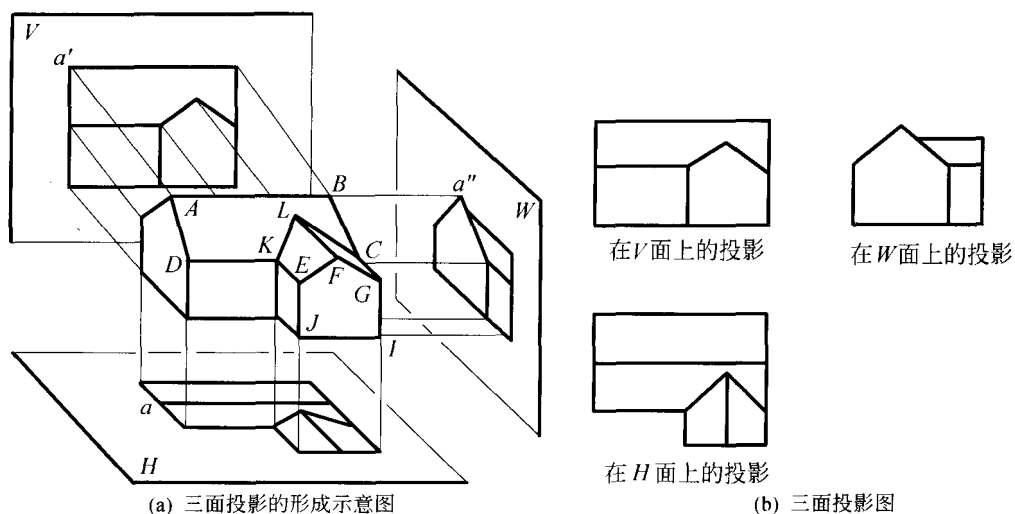


图 1-4 正投影的基本性质

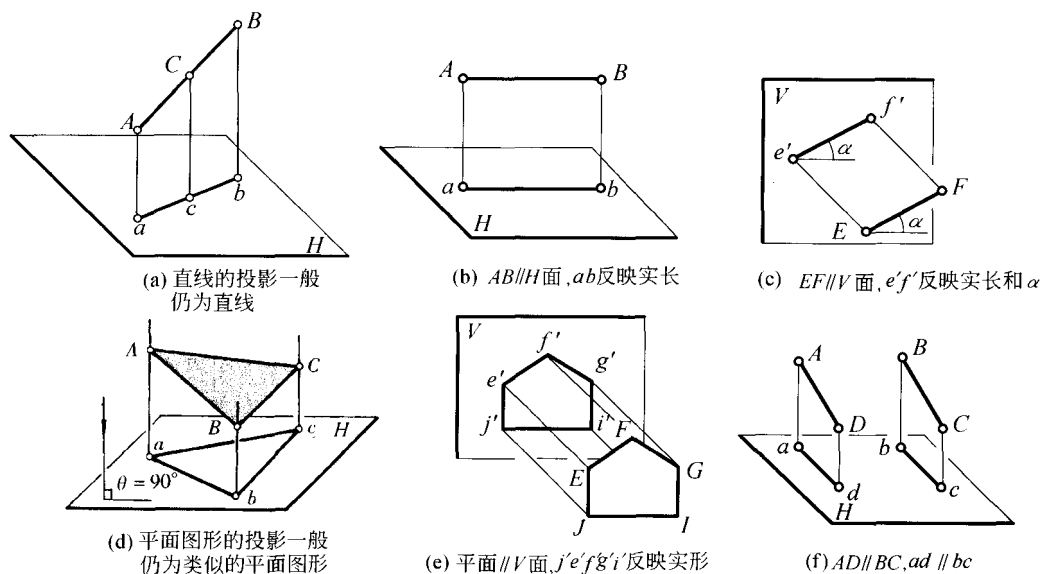


图 1-5 正投影的基本性质——不变性

平行于投影面时, 它在该投影面上的投影反映该平面图形的实形 (图 1-5e)。

(3) 两平行直线的投影仍相互平行 (图 1-5f)。

由初等几何可知, 两平行平面与第三平面相交, 其交线一定相互平行。在图 1-5f 中, 直线 AD 平行于直线 BC , 它们在投影面 H 上的投影 ad 也一定平行于 bc 。这是因为, 通过两平行直线所作的两个投射平面 $ADda$ 、 $BCcb$ 相互平行, 它们与 H 面的交线也必定相互平行。

1.3.2 积聚性

积聚性也是平行投影最基本的投影性质之一。正投影的积聚性主要是指：

- (1) 当直线垂直于投影面时，它在该投影面上的投影积聚为一点（图 1-6a、b）。
- (2) 当平面垂直于投影面时，它在该投影面上的投影积聚为一直线（图 1-6c、d）。

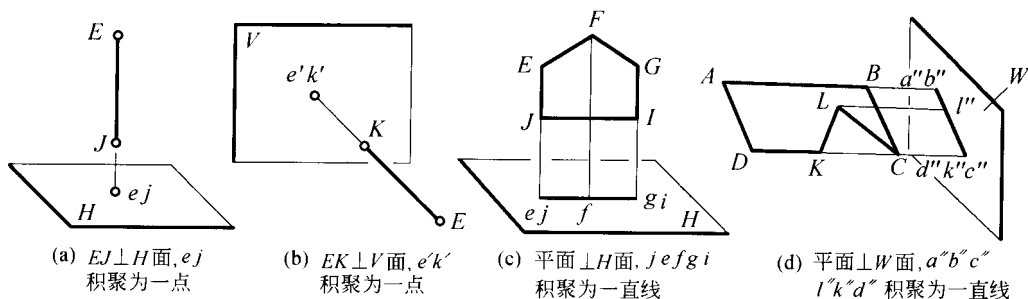


图 1-6 正投影的基本性质——积聚性

正是由于投影图中某些线、面的投影具有不变性、积聚性，故可使投影作图大大简化，即可使三维空间形体的正投影变为度量方便的二维平面图形。现在再回过头来看图 1-4b 所示小屋在三个互相垂直的投影面上的投影。由于小屋三个主向平面分别平行于一个投影面而垂直于其余两个投影面，故在 H 面上的投影只反映了小屋的长度和宽度，在 V 面、 W 面上的投影则分别只反映小屋的长度和高度，或宽度和高度。即是说，三维空间的形体可以用三个二维的平面图形来表示，其表达明确，作图简易。

1.3.3 从属性和定比性

从属性和定比性是作图时经常要用到的两种投影性质。例如：

(1) 属于直线的点，其投影仍属于该直线的同面投影。如图 1-7a 所示，点 K 属于直线 DC ，故其投影 k 仍属于直线的投影 dc ，且 $DK:KC = dk:kc$ 。

(2) 属于平面的直线，根据几何公理，必须符合下列两个条件之一：

- ① 通过属于该平面的两个已知点；
- ② 通过属于该平面的一个已知点，且平行于该平面内的另一已知直线。

如图 1-7b 所示，若要在平面 $ABCD$ 上定出一条直线 KM ，其作图方法是：先利用从属性在 DC 上定出点 K ，再在 AB 上定出点 M ，然后把 K 、 M 相连即可；其投影作法亦

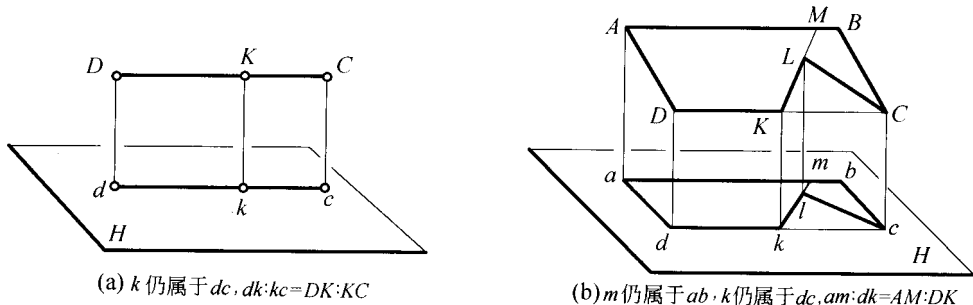


图 1-7 正投影的基本性质——从属性和定比性

是如此。

(3) 空间两平行线段的长度之比等于两线段投影的长度之比, 即 $AD:BC = ad:bc$, $AM:DK = am:dk$ 等 (图 1-7b)。

1.3.4 单面投影的不可逆性

前面说过, 在既定的投影条件下, 一个空间几何元素或几何形体在一个投影面上可有唯一确定的投影, 这是必然的。但是反过来说, 仅根据表达对象的一面投影却不能完全确定该表达对象的空间位置或形状。如图 1-8a 所示, 投影 a 可以对应于投射线上的任意点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$; 图 1-8b 则表示单面投影不能完全确定空间几何形体的形状。为了解决这个问题, 工程上根据实际需要选用各种不同的表达方法。

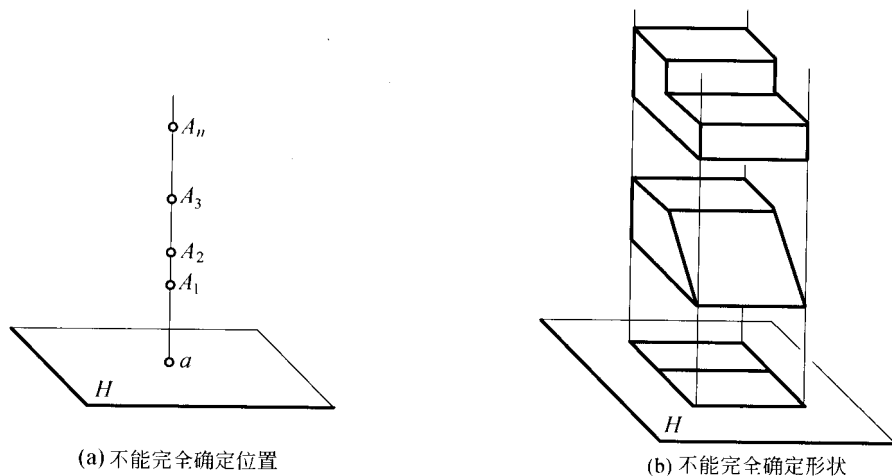


图 1-8 单面投影不能唯一确定表达对象的空间位置或形状

1.4 工程上常用的几种投影图

1.4.1 正投影图

正投影图是采用正投影法将空间几何元素或几何形体分别投射到相互垂直的两个或两个以上的投影面上, 然后按一定的规律将投影面展开成一个平面, 将获得的投影排列在一起, 利用多面投影互相补充, 来确切地、唯一地反映出它们的空间位置或形状的一种表达方法。

图 1-9a 所示是将空间形体向 V 、 H 、 W 三个两两相互垂直的投影面分别作正投影的情形; 图 1-9b 是移去空间形体后, 将投影面连同形体的投影一起展开成一个平面时的情形; 再去掉表示投影面范围的边框后便得空间形体的三面正投影图 (简称三面投影), 如图 1-9c 所示。

作形体的正投影图时, 常使形体长、宽、高三个方向上的主向平面 (在形体上一般表现为端面、底面或对称平面) 分别平行或垂直于相应的投影面, 这样画出的每一面投影都将能最大限度地反映出空间形体相应表面的实形和将其他相应表面积聚为线段, 即每一面

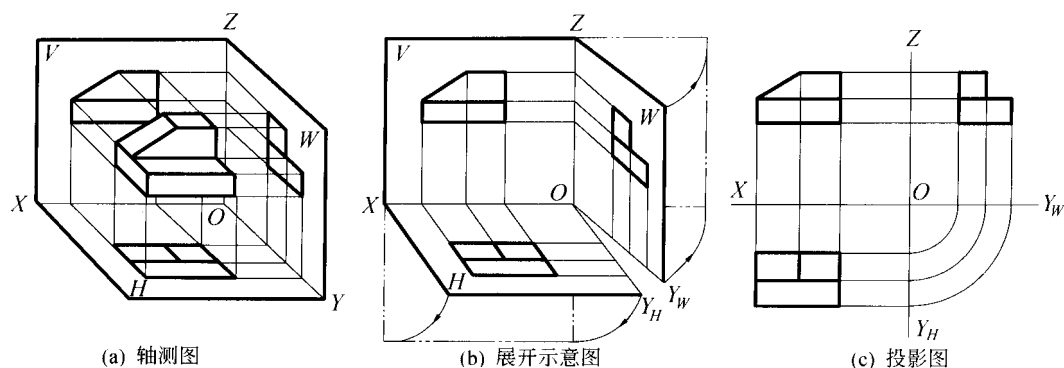


图 1-9 形体的三面投影

投影都具有较好的不变性和积聚性,使画图既快捷准确,又便于度量。因此,画形体的正投影图时,必须首先处理好形体在空间的摆放位置。

工程上常用图样(如土建图、机械图等)中的投影图一般都是正投影图。

1.4.2 轴测投影图

轴测投影图(简称轴测图)是一种单面投影图。它是采用正投影法或斜投影法,将空间形体连同确定其空间位置的直角坐标系一起,投射到单一投影面(轴测投影面)上,以获得能同时反映出形体长、宽、高三个方向上的形象的一种表达方法。

如图 1-10a 所示,将形体连同所选定的空间直角坐标系放成倾斜于轴测投影面 P 的位置,这样在投影面 P 上所获得的正投影,就是一个具有立体感的正轴测图。单独画出的图例见图 1-10b。

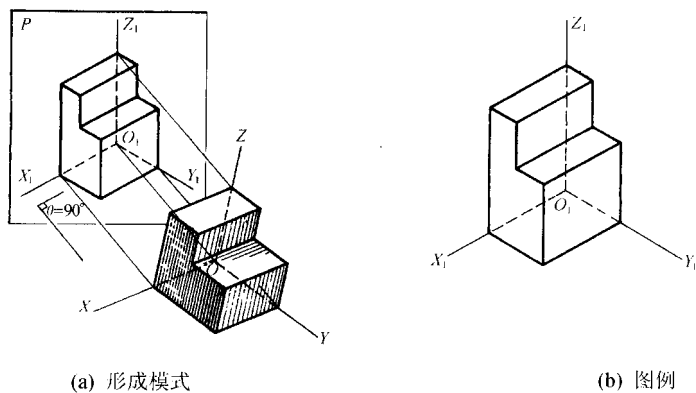


图 1-10 正轴测图

图 1-11 则为斜轴测图的形成模式和图例。从该图中可见,它采用的是斜投影法。因为空间形体上的 XOZ 坐标面及其平行面平行于轴测投影面,故在这种情况下空间形体上位于或平行于 XOZ 坐标面的表面,其轴测投影的形状保持不变,而 O_1Y_1 轴的倾斜角度及度量比例则由所给定的投射线的方向和倾角来决定。

虽然轴测图直观性较好,能概括地表达出形体的空间形象,但作图比较麻烦、度量性欠佳,所以在工程上常用作辅助图样。

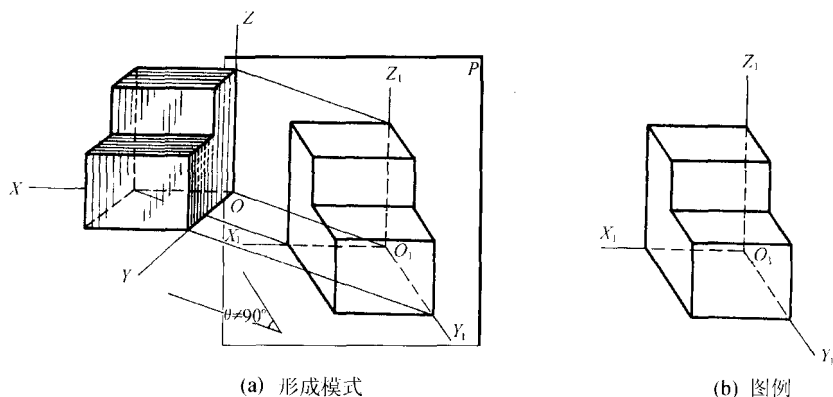


图 1-11 斜轴测图

1.4.3 透视投影图

透视投影图（简称透视图）也是一种单面投影图。它是采用中心投影法将空间形体投射到单一投影面上，以获得能反映出形体的三维空间形象，且具有近大远小等视觉效果的一种表达方法。

透视图有一个很明显的特点，即其图形较接近人眼的观感实际，如图 1-12 所示（其形成模式参见本书的图 13-1）。而在轴测图中，空间形体上原来相互平行的轮廓线，其投影仍然是相互平行的，故在直观效果上不如透视图好。

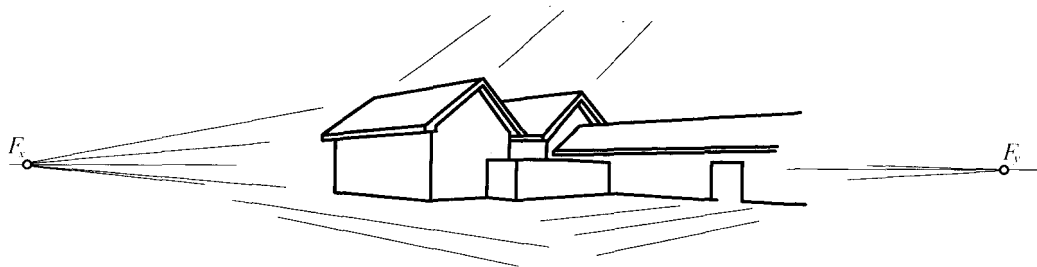


图 1-12 透视图

1.4.4 标高投影图

标高投影图也是一种单面正投影图。其特点是在空间形体的某一面投影（通常是水平投影）上按比例加注某些面、线、点的高程数值，以获得表达三维空间形象的效果。

例如，要表达一处山地，作图时用间隔相等的多个不同高度的水平面截割山地表面，其交线即为等高线；将不同高程的等高线投射到水平投影面上，并标出各等高线的高度数值，所得的图形即为标高投影图（图 1-13），它表达了该处地形高低起伏的情况。

在工程上常用标高来表示建筑物各处不同的高度和用标高投影图表示不规则的地形表面等。

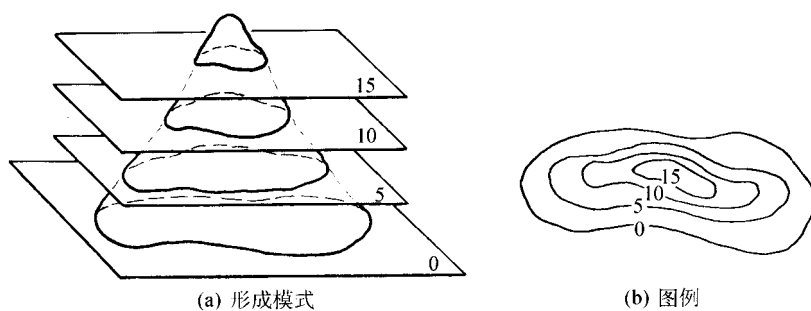


图 1-13 标高投影图

综上所述，用不同的投影法所获得的投影图的性质是不同的。它们之间的对应关系如下：

投影法 { 中心投影法 → 透视图
 { 平行投影法 { 正投影法 → 正投影图、正轴测图、标高投影图
 { 斜投影法 → 斜投影图、斜轴测图