

2007

考研数学

全真模拟试卷及精析

主编：蔡子华

数学二

按 照2007年新大纲内容要求

涵 盖历年真题所有知识考点

考 题模式完全依据真题模式

体 现考研命题试题指导思想

精 编试题与真题难度最逼近

随 堂演习名师精解各个击破

文都图书，上文都网校，听名师讲
文都教育
随www.wendu.com享受增值
防伪码发短信至9587315辨真伪
查询真伪 网校增值

书赠30元网校学习卡

中国国际广播音像出版社

第 1 版 (2006 年 12 月)

2007

考研英语

全真模拟试题及精解

张其成 主编

考研英语

考研英语全真模拟试题及精解

考研英语全真模拟试题及精解

考研英语全真模拟试题及精解

考研英语全真模拟试题及精解

考研英语全真模拟试题及精解

考研英语全真模拟试题及精解

考研英语全真模拟试题及精解

O13-44
C072.1/7

2007

考研数学

全真模拟试卷及精析

主编：蔡子华

数学二

按照2007年新大纲内容要求

涵盖历年真题所有知识考点

考题模式完全依据真题模式

体现考研命题试题指导思想

精编试题与真题难度最逼近

随堂演习名师精解各个击破

中国国际广播音像出版社

2007 考研数学全真模拟试卷及精析(数学二)/蔡子华主编. —北京:中国国际广播音像出版社,
2006.8

ISBN 7-89995-427-4

I. 2... II. 蔡... III. 高等数学—研究生—入学考试—习题

IV. 013-44

2007 考研数学全真模拟试卷及精析(数学二)

编 者:蔡子华

责任编辑:王兴旺 肖幸娟

出版发行:中国国际广播音像出版社

地 址:北京市复兴门外大街2号

邮政编码:100866

文都网址:<http://www.wendu.com>

销售服务热线:010-88820136 转 833、830(传真)

经 销:新华书店经销

印 刷:北京龙兴印刷厂

开 本:787×1092 毫米 1/16

印 张:9.625

版 本:2006年8月第2版 2006年8月第1次印刷

书 号:ISBN 7-89995-427-4

定 价:12.00 元

版权所有,翻印必究;未经许可,不得转载

编写说明

2007 年的考研复习即将进入冲刺阶段。对于广大考生来说,最大的愿望是能找到一种既能尽快提高自己熟悉考试题型及掌握特定解法的能力,又有实战感受的方法。

《2007 年考研数学全真模拟试卷及精析》即为此而编写。

本全真模拟试卷严格按照《2007 年全国硕士研究生入学考试数学考试大纲》的考试要求编写,考点覆盖全面,题型和题量与 2007 年考研试题完全一致,难度与真题相当。试卷后附有分析及详细解答。

本全真模拟试卷的编者长期从事高校数学教学工作,参加过多种层次的考试命题,并连续多年参与研究生入学数学考试的辅导及阅卷工作;熟悉考试的重难点及考生的知识薄弱点,对命题规律等亦颇有研究。

相信本全真模拟试卷能在有效提高应试技巧和实战能力诸方面给考生以较大的帮助。顺祝广大考生取得理想的考研成绩。

编 者
2006 年 8 月

考研数学试题(2001 年——2003 年)知识点分布表

数学二

所 属 单 元	考 试 内 容	年 份	2001	2002	2003
函数极限 连续性	①洛必达法则 ②分段函数的复合函数 ③无穷小的比较 ④重要极限 ⑤间断点的分类 ⑥函数的连续性 ⑦介值定理,最大最小值定理			①分段函数在分界点的连续性 ②用定积分的定义求极限 ③洛必达法则 ④单调有界性求数列的极限	①无穷小的比较 ②极限的运算性质 ③重要极限 ④函数的连续性 ⑤等价无穷小替换 ⑥洛必达法则
导数与微分	①隐函数求导,法线方程 ②二阶导数 ③切线方程 ④变化率		①微分的定义 ②可导,连续,极限的关系 ③切线、法线方程,参数方程求导 ④导数的定义		①切线方程 ②参数方程的高阶导数 ③反函数的二阶导数 ④法线方程
中值定理及导 数的应用	①泰勒公式 ②单调性、罗尔定理 ③曲率半径 ④最值 ⑤拐点,曲线的凹凸性		①函数的最值 ②用单调性和中值定理证明不等式 ③泰勒公式		①麦克劳林公式 ②极值的必要、充分条件 ③方程的根的讨论 ④单调性证不等式 ⑤拉格朗日中值定理 ⑥柯西中值定理
不定积分	①换元法		①换元积分法 ②分部积分法		①换元法 ②分部法
定积分	①奇偶函数的积分 ②积分上限的函数的导数 ③定积分的性质		①广义积分(区间无限) ②积分上限的函数的奇偶性 ③分段函数变上限的定积分的求法		①换元积分 ②定积分的性质 ③变上限的定积分求导
定积分的 应用	①弧长 ②平面图形的面积		①旋转体的体积 ②水压力 ③平面图形的面积		①面积 ②弧长 ③旋转体的体积
多元函数微积分					
微分方程	①一阶线性方程的特解 ②二阶常系数线性非齐次方程 ③齐次方程		①可降阶的二阶方程的特解 ②二阶常系数非齐次方程的特解 ③一阶线性非齐次方程		①齐次方程 ②二阶常系数非齐次方程的特解 ③可分离变量的方程
线性代数	①非齐次方程组有无穷多个解的判定 ②解矩阵方程 ③齐次方程组的基础解系		①矩阵的特征值 ②线性表出与线性相关性 ③非齐次方程组有唯一解的充要条件 ④方阵可逆的证明及求逆矩阵 ⑤非齐次方程组的通解		①矩阵的乘法 ②矩阵的行列式 ③向量组的线性相关的判定 ④矩阵对角化 ⑤非齐次线性方程组有唯一解的判定

考研数学试题(2004 年——2006 年)知识点分布表
数学二

所 属 单 元	考 试 内 容	年 份	2004	2005	2006
函数极限 连续性	①数列的极限 ②间断点 ③无穷小的阶 ④保号性 ⑤洛必达法则 ⑥等价无穷小替换求极限 ⑦求函数的表达式		①无穷小的比较 ②间断点分类 ③罗必达法则 ④函数连续性的定义 ⑤零点定理 ⑥数列的极限的求法 ⑦反函数	①函数的特性 ②无穷小的比较、运算性质 ③罗必达法则 ④重要极限 ⑤极限存在的准则 ⑥函数的连续性	
导数与微分	①参数方程求导 ②导数的定义		①幂指函数求导、微分 ②导数的定义 ③导函数的特性 ④参数方程求导 ⑤导数的几何意义 ⑥反函数的求导法 ⑦复合函数的求导法	①隐函数求导 ②微分的几何意义 ③复合函数求导	
中值定理及导 数的应用	①曲线的凹凸性 ②极值与拐点 ③单调性 ④拉格朗日中值定理 ⑤求最值		①斜渐近线 ②拐点的必要条件 ③拉格朗日中值定理	①求渐近线 ②函数单调性的判别法 ③导数的几何应用(单调性、凹凸性、 切线方程) ④中值定理 ⑤泰勒公式	
不定积分	①原函数的特性		①分部积分法 ②换元积分法		
定积分	①积分上限的函数求导 ②定积分的定义 ③积分上限的函数的周期性 ④换元积分法 ⑤广义积分		①瑕积分 ②积分上限的函数的导数 ③定积分的换元积分法 ④积分中值定理 ⑤定积分的分部积分法	①积分上限的函数求导 ②换元积分法 ③广义积分	
定积分的 应用	①旋转体的体积 ②旋转曲面的面积		①平面图形的面积	①平面图形的面积	
多元函数微积分	①求二元函数的偏导数 ②化二重积分为二次积分(极坐标) ③抽象二元函数的二阶偏导数		①二重积分的轮换对称性的应用 ②二阶偏导数 ③二元函数的极值 ④二重积分的计算 ⑤全微分	①高阶偏导数、复合函数求导 ②二元函数的条件极值 ③二重(次)积分的变换及计算	
微分方程	①一阶线性方程(特解) ②二阶常系数线性非齐次方程的特解形式 ③导数的物理意义列方程(同数一)		①一阶线性方程 ②变量替换法解方程 ③二阶常系数线性齐次方程	①可分离变量的微分方程 ②可降阶的高阶微分方程 ③二阶常系数线性非齐次方程解的性质与结构	
线性代数	①解矩阵方程及求矩阵的行列式 ②矩阵的初等变换和初等矩阵 ③向量组的线性相关性和齐次线性方程组有非零解的条件及求通解 ④矩阵相似于对角矩阵的问题		①行列式的性质和计算 ②特征值与特征向量,向量组的线性相关性 ③矩阵的初等变换 ④向量组的线性表示 ⑤非齐次线性方程组解的判定 ⑥齐次线性方程组的通解	①矩阵的运算 ②方阵的行列式 ③向量组线性相关性的定义 ④矩阵的初等变换和初等矩阵 ⑤线性方程组解的性质及通解(非齐次) ⑥特征值、特征向量的定义 ⑦向量组的正交规范化 ⑧矩阵秩的定义 ⑨矩阵对角化	

目 录

数学二	全真模拟试卷(一)	(1)
数学二	全真模拟试卷(二)	(8)
数学二	全真模拟试卷(三)	(15)
数学二	全真模拟试卷(四)	(22)
数学二	全真模拟试卷(五)	(29)
数学二	全真模拟试卷(六)	(36)
数学二	全真模拟试卷(七)	(43)
数学二	全真模拟试卷(八)	(50)
数学二	全真模拟试卷(九)	(57)
数学二	全真模拟试卷(十)	(64)
数学二	全真模拟试卷(一)精析	(71)
数学二	全真模拟试卷(二)精析	(78)
数学二	全真模拟试卷(三)精析	(85)
数学二	全真模拟试卷(四)精析	(91)
数学二	全真模拟试卷(五)精析	(98)
数学二	全真模拟试卷(六)精析	(105)
数学二	全真模拟试卷(七)精析	(111)
数学二	全真模拟试卷(八)精析	(118)
数学二	全真模拟试卷(九)精析	(125)
数学二	全真模拟试卷(十)精析	(133)

2007 年全国硕士研究生入学考试

数学(二) 全真模拟试卷(一)

试卷密码:

试卷密码:

此密码考生不得填写

考试科目 数 学 (二)

题 号	得 分	评 卷 人
一		
二		
三	(17)	
	(18)	
	(19)	
	(20)	
	(21)	
	(22)	
	(23)	
	(24)	
总分		

注意:此半页考生不得填写

准考证编号 _____
考 试 科 目 _____
报考学科、专业 _____
报考研究方向 _____
报 考 单 位 _____

注 意 事 项

- 1. 以上各项除试卷密码之外必须填写清楚。
- 2. 答案必须写准确、清晰、必须写在试卷上。
- 3. 字迹要清楚、卷面要整洁。
- 4. 草稿纸另发,考试结束,统一收回。

数学二 全真模拟试卷(一)

得分	评卷人

一、选择题: 1 ~ 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求, 把所选选项前的字母填在题后的括号内.

(1) 下列函数在 $x = 0$ 点可导的是().

(A) $f(x) = \sin |x|$

(B) $f(x) = e^{|x|}$

(C) $f(x) = \begin{cases} x \arctan \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

(D) $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

(2) 下列说法中正确的是().

(A) 若 $f(x)$ 在 (a, b) 内可导, 则当 $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \infty$ 时必有 $\lim_{x \rightarrow a^+} f'(x) = \infty$

(B) 若 $f(x)$ 在 (a, b) 内可导, 则当 $\lim_{x \rightarrow a^+} f'(x) = \infty$ 时必有 $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \infty$

(C) 若 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导, 则当 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \infty$ 时必有 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = \infty$

(D) 若 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导, 则当 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = \infty$ 时必有 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \infty$

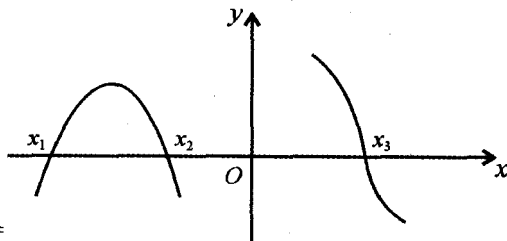
(3) 设函数 $f'(x)$ 的图象如右图, 则().

(A) $f(x)$ 有两个极小值, 一个极大值

(B) 有两个极大值, 一个极小值

(C) 有一个极大值, 一个极小值

(D) 没有极值



(4) 若 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续, 且设 $M =$

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{1}{h} \int_a^x [f(t+h) - f(t)] dt \quad (a < x < b), N = f(x)$$

$-f(a) \quad (a < x < b)$, 则必有().

(A) $M > N$

(B) $M < N$

(C) $M = N$

(D) $M = (N+1)^2$

(5) 设 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x|y|}{\sqrt{x^2+y^2}} & x^2+y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2+y^2 = 0 \end{cases}$ 则 $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ ().

(A) 不连续

(B) 连续, 但偏导数不存在

(C) 连续且偏导数存在, 但不可微

(D) 可微

(6) 设 $f(x)$ 是在 $(-\infty, +\infty)$ 内单调增加的连续奇函数, $\Phi(x) = \int_0^x f(t) dt$, 则().

(A) $\Phi(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 单调增加

(B) $\Phi(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 单调减少

(C) $\Phi(x)$ 为奇函数, 且在 $(-\infty, 0)$ 单调增加, 在 $(0, +\infty)$ 单调减少

(D) $\Phi(x)$ 为偶函数, 且在 $(-\infty, 0)$ 单调减少, 在 $(0, +\infty)$ 单调增加

- (7) 若函数 $u = xyf(\frac{x+y}{xy})$, f 可微且满足 $x^2 \frac{\partial u}{\partial x} - y^2 \frac{\partial u}{\partial y} = G(x, y)u$, 则 $G(x, y)$ 必等于 ().
- (A) $x+y$ (B) $x-y$ (C) x^2-y^2 (D) $(x+y)^2$
- (8) 设 $y_1 = e^x, y_2 = e^x \cos x, y_3 = e^x \sin 2x$ 都是某常系数线性齐次方程的解, 则这样的方程最低的阶数是 ().
- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6
- (9) A 为四阶方阵, 方程组 $AX = 0$ 的通解为 $X = k_1(1, 0, 1, 0)^T + k_2(0, 0, 0, 1)^T$, A 的伴随矩阵为 A^* , 则秩 $(A^*)^* =$ ().
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3
- (10) 设 $n(n \geq 3)$ 阶可逆矩阵 A 的伴随矩阵为 A^* , 常数 $k \neq 0, \pm 1$, 则 $(kA)^* =$ ().
- (A) kA^* (B) $k^{n-1}A^*$ (C) k^nA^* (D) $\frac{1}{k}A^*$

得分	评卷人

二、填空题: 11 ~ 16 小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 把答案填在题中的横线上.

- (11) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{ax^2 + 2x + 1} - x}{x} = -2$, 则 $a =$ _____.
- (12) 微分方程 $y'' + 2y' + y = e^x$ 的通解为 _____.
- (13) 抛物线 $y = 2x - x^2$ 在其顶点处的曲率半径为 _____.
- (14) 函数 $y = y(x)$ 由方程 $\sin(x^2 + y^2) + e^x - xy^2 = 0$ 所确定, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____.
- (15) 若 e^{-x} 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $\int x^2 f(\ln x) dx =$ _____.
- (16) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix} =$ _____.

三、解答题: 17 ~ 24 小题, 共 86 分. 解答应写文字说明、证明过程或演算步骤.

得分	评卷人

(17) (本题满分 10 分)

求满足 $\cos x = \int_0^x f(t) dt + \int_0^x t f(x-t) dt$ 的可导函数 $f(x)$.

得分	评卷人

(18)(本题满分 10 分)

在抛物线 $4y = x^2$ 上求一点,使得该点的法线与抛物线所围成的弓形的面积最小.

得分	评卷人

(19)(本题满分 11 分)

设 $z = f(x, y)$, 其中 y 由方程 $\varphi(x, y) = 0$, 所确定为 x 的函数, f 和 φ 均有二阶连续偏导数, 且 $\varphi'_y \neq 0$, 求 $\frac{d^2 z}{dx^2}$.

得分	评卷人

(20)(本题满分 11 分)

设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上存在二阶导数, 且 $f'(\frac{a+b}{2}) = 0$.

证明必存在 $\xi \in (a, b)$ 使 $|f''(\xi)| \geq \frac{4}{(b-a)^2} |f(b) - f(a)|$.

得分	评卷人

(21)(本题满分 10 分)

计算 $\iint_D x[1 + yf(x^2 + y^2)]dx dy$. 其中 f 是连续函数, D 为 $y = x^3$ 、 $y = 1$ 及 $x = -1$ 所围成的平面区域.

得分	评卷人

(22)(本题满分 12 分)

一个冬天的早晨开始下雪,整天不停,且以恒定的速度不断下降.一台扫雪机从上午 8 时开始在公路上扫雪,到 9 时前进了 2 公里,到 10 时前进了 3 公里.假定扫雪机每小时扫去积雪的体积为常数,问何时开始下雪?

得分	评卷人

(23)(本题满分 12 分)

设三元二次型 $f = \mathbf{X}^T \mathbf{A} \mathbf{X}$, 通过正交变换化为标准形 $f = y_1^2 + y_2^2 - 2y_3^2$, 且 $\mathbf{A}^* (1, 0, 1)^T = (-2, 0, -2)^T$, 求此二次型.

得分	评卷人

(24)(本题满分 10 分)

设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & a \\ -2 & -2 & 2 \\ 3 & b & -1 \end{pmatrix}$ 有一个特征向量为 $\alpha_1 = (1, -1, 2)^T$.

(I) 求 a, b 及 α_1 所对应的特征值; (II) 讨论 A 是否能相似于对角矩阵.

测试总结						
	得分情况			总分		
	选择题	填空题	解答题	各部	各部	
				分	分所	
				分值	得分	
高等数学				116		
线性代数				34		
测试分析						

2007 年全国硕士研究生入学考试

数学(二) 全真模拟试卷(二)

试卷密码:

试卷密码:

此密码考生不得填写

考试科目 数 学 (二)

题 号	得 分	评 卷 人
一		
二		
三	(17)	
	(18)	
	(19)	
	(20)	
	(21)	
	(22)	
	(23)	
	(24)	
总分		

准考证编号 _____

考 试 科 目 _____

报考学科、专业 _____

报考研究方向 _____

报 考 单 位 _____

注 意 事 项

1. 以上各项除试卷密码之外必须填写清楚。
2. 答案必须写准确、清晰、必须写在试卷上。
3. 字迹要清楚、卷面要整洁。
4. 草稿纸另发,考试结束,统一收回。

注意:此半页考生不得填写

数学二 全真模拟试卷(二)

得分	评卷人

一、选择题:1~10 小题,每小题 4 分,共 40 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求,把所选项前的字母填在题后的括号内.

(1) 下列结论中正确的是().

- (A) 若 $u = \varphi(x)$ 在 x_0 点处不可导, $y = f(u)$ 在 $u_0 = \varphi(x_0)$ 处可导, 则复合函数 $y = f[\varphi(x)]$ 在 x_0 点处一定不可导.
- (B) 若 $u = \varphi(x)$ 在 x_0 点处可导, $y = f(u)$ 在 $u_0 = \varphi(x_0)$ 处不可导, 则复合函数 $y = f[\varphi(x)]$ 在 x_0 处一定不可导.
- (C) 若 $u = \varphi(x)$ 在 x_0 点处不可导, 且 $y = f(u)$ 在 $u_0 = \varphi(x_0)$ 处不可导, 则 $y = f[\varphi(x)]$ 在 x_0 处不一定不可导.
- (D) $u = \varphi(x)$ 、 $y = f(u)$, 且 $u_0 = \varphi(x_0)$, 若复合函数 $y = f[\varphi(x)]$ 在 x_0 处可导, 则 $u = \varphi(x)$ 在 x_0 处及 $y = f(u)$ 在 $u_0 = \varphi(x_0)$ 处一定可导.

(2) 设 $f(x)$ 、 $g(x)$ 在 x_0 处可导, 且 $f(x_0) = g(x_0) = 0$, $f'(x_0) \cdot g'(x_0) < 0$, $f''(x_0)$ 及 $g''(x_0)$ 存在, 则().

- (A) x_0 不是 $f(x)g(x)$ 的驻点
- (B) x_0 是 $f(x)g(x)$ 的驻点, 但不是极值点
- (C) x_0 是 $f(x)g(x)$ 的驻点且是极小值点
- (D) x_0 是 $f(x)g(x)$ 的驻点且是极大值点

(3) 要使函数 $f(x) = \begin{cases} x^n \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

的导函数在 $x = 0$ 处连续, 则 n 的取值为

().

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 大等于 3

(4) 微分程 $y'' + 4y = \cos 2x$ 的特解形式是().

- (A) $y^* = A \cos 2x$
- (B) $y^* = A \cos 2x + B \sin 2x$
- (C) $y^* = x(A \cos 2x + B \sin 2x)$
- (D) $y^* = x^2(A \cos 2x + B \sin 2x)$

(5) 二元函数 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处两个偏导数 $f'_x(x_0, y_0)$, $f'_y(x_0, y_0)$ 存在, 是 $f(x, y)$ 在该点处连续的().

- (A) 充分而非必要条件
- (B) 必要而非充分条件
- (C) 充分必要条件
- (D) 既非充分又非必要条件

(6) 下列各式不等于 0 的是().

(A) $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos x \ln \frac{1-x}{1+x} dx$

(B) $\int_{-3}^3 \frac{x^2 \sin^3 x}{x^4 + 2x^2 + 1} dx$

(C) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^3}$

(D) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sqrt{1 - \cos 2x}} dx$