



电子通信类专业
学习及考研辅导丛书

信号与系统

学习及考研辅导

海欣 主编 杨潇楠 石良臣 编著



国防工业出版社

National Defense Industry Press

内 容 简 介

信号与系统是高等院校开设的专业基础课程,同时也是全国高等院校相关专业的硕士入学考试必考课程。为了帮助广大学生进行系统复习,我们根据“信号与系统”课程教学基本要求并结合研究生入学考试的特点以及作者本身的丰富经验编写此书。

全书共分为8章,每一章均由知识要点、知识点详解、重点与难点及解析方法、典型例题解析、自我测试5部分组成。本书首先通过知识要点进行知识点的总结,然后通过知识点详解、重点与难点及解析方法对本章内容作了高度概括和叙述。真题及例题解析中的例题大部分选自国内重点高等院校和科研院所历年考研真题,并作了详细分析和解答。自我测试中均有参考答案,可通过练习以检测学习效果,进一步提高解题能力。本书最后还给出了各高等院校的硕士研究生入学考试试题,并给出了部分参考答案。

本书可作为相关专业学生报考硕士学位研究生学习用参考书及复习指导书,也适合于高等院校相关专业的学生自学使用,同时可作为高等院校教师的教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统学习及考研辅导/海欣主编. —北京:国防工业出版社,2008.7

(电子通信类专业学习及考研辅导丛书)

ISBN 978-7-118-05662-4

I. 信... II. 海... III. 信号系统—高等学校—教学参考资料 IV. TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 048586 号

※

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100044)

四季青印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张 19¼ 字数 440 千字

2008 年 7 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—4000 册 定价 35.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店: (010)68428422

发行邮购: (010)68414474

发行传真: (010)68411535

发行业务: (010)68472764

前 言

信号与系统是高等院校相关专业开设的技术基础课程,它是所有相关后续专业课程的基础,同时也是高等院校相关专业硕士研究生入学考试课程。为了帮助广大的考研学生学习和提高,特别是进行系统复习,我们根据高等工科院校“信号与系统”课程教学基本要求编写了本书。

由于高等院校众多,水平不同,要在有限的篇幅内完成对各类专业课程有针对性的指导是相当困难的。为了解决这方面的问题,我们经过反复讨论,并征求了大量一线教师的意见,将一些通用原则和方法的指导放在首位,并结合大量相关实例进行了讲解。

本书共分8章,每章内容包括:

(1) 知识要点 对于每章的重要知识,尤其是在历年真题中经常出现的重要考点作了总结和提示,读者可以根据提示对本章内容在复习时有所侧重。

(2) 知识点详解 结合知识要点提示,再对每一章的知识要点进行详细地讲解,使读者可以快速地把握知识要点,从而提高复习效率。在总结部分还添加了一些解题技巧,更加有利于读者复习。

(3) 重点与难点及解析方法 针对一些容易混淆的概念以及常见的难点,结合例子进行重点解析,以点带面,全面巩固知识。

(4) 典型例题解析 该部分是针对典型考研真题分析中提出的相应考点,帮助读者筛选出相关真题,结合高校“信号与系统”历年真题进行全面地讲解,并在最后给出规律性的总结,更加方便读者去把握考点,更好地应对考研。

(5) 自我测试 在每一章节的后面给出了部分自我测试题,并附有参考答案,读者可通过练习以检测学习效果,进一步提高解题能力。

(6) 本书的附录给出了部分高校最新“信号与系统”硕士研究生入学考试真题,对于报考硕士研究生的考生来说,这无疑是最宝贵的资源。

信号与系统考题的具体类型并不是很多,因此在选择例题和习题的过程中,我们主要针对典型题型和一些具有代表性的真题进行了总结,并选择了一些高等工科院校的最新试题。目的是使读者了解和掌握不同类型题目的解题方法和技巧,以便扩大解题思路,培养分析和解决实际问题的能力。

本书力求科学性、先进性、指导性,既能促进高等工科类院校学生的信号与系统学习,又不脱离大多数一般院校的实际,提供切实可行的参考实例。本书可作为相关专业学生报考硕士研究生学习用参考书及复习指导书,也适合于高等院校相关专业的学生自学使用,同时可作为高等院校教师的教学参考书。

在收集和整理历年考研真题和笔记的过程中,得到了清华大学、上海交通大学、东南大学、同济大学、西安交通大学、西北工业大学、浙江大学、北京航空航天大学、哈尔滨工业

大学、天津大学、中国科学技术大学、华中科技大学、华南理工大学、中国科学院等高等院校和科研院所的教师及研究生的热情帮助,在此向他们表示衷心感谢。

本书由海欣主编,杨潇楠、石良臣编著,另外丁金滨、王菁、夏金玉、何嘉扬、石良臣、刘志明、温正、周懿等也参与了部分章节的编写工作。同时北京航空航天大学一线授课教师对该书进行了认真仔细的审阅,并提出了许多极为宝贵的修改意见,对提高本书质量起了很大的作用,在此致以衷心的感谢!

由于作者水平有限,编写时间较短,书中欠妥及错误之处在所难免,希望读者和同仁能够及时指出,共同促进本书质量的提高。

读者在使用本书时,出现关于本书的相关疑问以及碰到难以解答的问题,可以到为本书专门提供的海欣考研论坛提问或直接发邮件到编者邮箱,编者会尽快给予解答。另外,该论坛还提供了其他高等学校部分真题的答案,读者可以到相关栏目下载。

编者邮箱:kaoyanshu@126.com

海欣考研论坛网址:www.haixin.org/kybbs

编者

2008年5月于北京

目 录

第1章 信号与系统的基本概念	1
知识要点	1
1.1 知识点详解	1
1.1.1 信号的分类	1
1.1.2 典型的信号	2
1.1.3 信号的运算	3
1.1.4 单位冲激信号与单位阶跃信号	3
1.1.5 信号的分解	4
1.1.6 系统的分类	4
1.1.7 线性时不变因果系统的性质	5
1.1.8 研究系统的方法	5
1.2 重点与难点及解析方法	6
1.2.1 构造系统模拟图的规则	6
1.2.2 系统的性质分析	7
1.3 典型例题解析	9
1.4 自我测试	20
第2章 连续时间系统的时域分析	23
知识要点	23
2.1 知识点详解	23
2.1.1 系统的数学模型	23
2.1.2 微分方程的建立和求解	23
2.1.3 零输入响应和零状态响应	25
2.1.4 冲激响应与阶跃响应	26
2.1.5 卷积及其性质	27
2.1.6 微分方程的算子表示	29
2.1.7 对 $\delta(t)$ 函数的进一步认识	29
2.2 重点与难点及解析方法	30
2.2.1 获得系统的数学模型	30
2.2.2 边界条件从 0_- 到 0_+ 的跳变	30
2.2.3 零输入响应和零状态响应的含义	32
2.2.4 单位阶跃响应和单位冲激响应	32
2.3 典型例题解析	32

2.4 自我测试	51
第3章 傅里叶变换	57
知识要点	57
3.1 知识点详解	57
3.1.1 周期信号傅里叶级数的定义	57
3.1.2 周期信号奇偶性与傅里叶级数系数的关系	58
3.1.3 周期信号的指数型傅里叶级数	58
3.1.4 周期信号的功率	59
3.1.5 傅里叶有限级数与最小方均误差	59
3.1.6 典型信号的傅里叶级数	60
3.1.7 傅里叶变换	60
3.1.8 典型信号的傅里叶变换	61
3.1.9 傅里叶变换的性质	63
3.1.10 周期信号的傅里叶变换	64
3.1.11 抽样信号的傅里叶变换	64
3.1.12 采样定理	65
3.2 重点与难点及解析方法	66
3.2.1 频谱	66
3.2.2 周期信号的频谱	66
3.2.3 有限项傅里叶级数和吉布斯现象	66
3.2.4 周期信号和非周期信号频谱的区别	67
3.2.5 傅里叶变换微分积分特性应用的条件	67
3.2.6 取样	68
3.3 典型例题解析	68
3.4 自我测试	95
第4章 拉普拉斯变换	103
知识要点	103
4.1 知识点详解	103
4.1.1 拉普拉斯变换的定义	103
4.1.2 拉普拉斯变换的收敛域	104
4.1.3 典型信号的拉普拉斯变换	105
4.1.4 拉普拉斯变换的基本性质	105
4.1.5 拉普拉斯逆变换	106
4.1.6 系统的S域分析	107
4.1.7 系统函数(网络函数) $H(s)$	108
4.1.8 LTI系统互联的系统函数	109
4.1.9 $H(s)$ 零、极点与 $h(t)$ 波形特征的对应	110
4.1.10 $H(s)$ 、 $E(s)$ 的极点分布与自由响应、强迫响应特性的对应	111
4.1.11 由系统函数零、极点分布决定频响特性	112

4.1.12	全通函数与最小相移函数的零、极点分布	112
4.1.13	线性系统的稳定性	113
4.1.14	双边拉普拉斯变换	113
4.1.15	拉普拉斯变换与傅里叶变换的关系	114
4.2	重点与难点及解析方法	114
4.3	典型例题解析	115
4.4	自我测试	145
第5章	傅里叶变换应用于通信系统	152
	知识要点	152
5.1	知识点详解	152
5.1.1	系统函数 $H(j\omega)$ 及其意义	152
5.1.2	利用系统函数 $H(j\omega)$ 求响应	152
5.1.3	无失真传输	153
5.1.4	理想低通滤波器	154
5.1.5	系统的物理可实现性、佩利—维纳准则	155
5.1.6	希尔伯特变换及系统函数的约束性	155
5.1.7	调制与解调	155
5.1.8	带通滤波系统的运用	156
5.1.9	频分复用与时分复用	156
5.1.10	脉冲编码调制	156
5.2	重点与难点及解析方法	157
5.3	典型例题解析	158
5.4	自我测试	169
第6章	离散系统的时域分析	180
	知识要点	180
6.1	知识点详解	180
6.1.1	离散时间信号, 离散时间系统	180
6.1.2	离散信号的运算	180
6.1.3	常用的序列	181
6.1.4	离散时间系统的数学模型——差分方程	181
6.1.5	离散时间系统的单位样值响应	182
6.1.6	卷积与反卷积	182
6.2	重点与难点及解析方法	183
6.3	典型例题解析	185
6.4	自我测试	193
第7章	离散系统的 Z 域分析	197
	知识要点	197
7.1	知识点详解	197
7.1.1	Z 变换定义	197

7.1.2	Z 变换的收敛域	197
7.1.3	几种常见序列的 Z 变换	198
7.1.4	逆 Z 变换	199
7.1.5	Z 变换和拉普拉斯变换的关系	199
7.1.6	Z 变换的性质	200
7.1.7	差分方程的 Z 变换求解	201
7.1.8	离散系统的系统函数	202
7.1.9	系统函数的零、极点分布对系统特性的影响	202
7.1.10	序列的傅里叶变换(DTFT)	203
7.1.11	离散系统的频率响应特性	204
7.1.12	数字滤波器的一般概念	205
7.2	重点与难点及解析方法	205
7.3	典型例题解析	208
7.4	自我测试	223
第 8 章	系统的状态变量分析	227
	知识要点	227
8.1	知识点详解	227
8.1.1	系统的状态变量分析	227
8.1.2	连续时间系统的状态方程	228
8.1.3	离散时间系统的状态方程	230
8.1.4	状态矢量的线性变换	232
8.1.5	系统的可控性与可观察性	233
8.2	重点与难点及解析方法	234
8.3	典型例题解析	235
8.4	自我测试	252
附录 A	研究生入学考试试题选编	256
	中国科学院和中国科学技术大学 2006 年	256
	中国科学院和中国科学技术大学 2007 年	258
	华南理工大学 2006 年	259
	东南大学 2005 年	261
	东南大学 2006 年	262
	武汉科技大学 2007 年	264
	国防科技大学 2006 年	265
	湖南大学 2007 年	266
	北京邮电大学 2006 年	268
	北京邮电大学 2007 年	272
	电子科技大学 2006 年	276
	中山大学 2006 年	278
	中山大学 2007 年	279

附录 B 部分研究生入学考试试题答案	281
中国科学院和中国科学技术大学 2006 年	281
中国科学院和中国科学技术大学 2007 年	283
华南理工大学 2006 年	286
东南大学 2005 年	287
东南大学 2006 年	289
武汉科技大学 2007 年	292
国防科技大学 2006 年	294
湖南大学 2007 年	295
参考文献	297

第1章 信号与系统的基本概念

知识要点

本章介绍信号的基本概念及其分类、系统的基本概念及其分类以及一些典型的常见信号,并在此基础上介绍了信号与系统的分析方法,使得读者对信号与系统有总体性的认识,同时介绍了一些系统模拟的知识。

通过本章的学习,读者应该建立对信号与系统的总体性的概念,以便为后面的学习打下坚实的基础。

本章主要内容包括:信号的定义与分类;常见的信号;系统的定义;系统的分类及线性时不变系统。

1.1 知识点详解

信号是消息的表现形式,通常体现为随若干变量而变化的某种物理量。在数学上,可以描述为一个或多个独立变量的函数。在电子信息科学技术中,信号一般指电信号,即随时间变化的电压和电流等。

系统是由若干相互作用和相互依赖的事物组合而成的具有特定功能的整体。在电子信息科学领域,系统是为传送信息或对信号进行加工处理而构成的某种组合,或者说系统完成由输入信号到输出信号的变换。

1.1.1 信号的分类

1) 确定性信号与随机信号

由确定系统产生、具有确定参数、按确定方式变化的信号叫做确定性信号。具有不可预知的不确定性的信号叫做随机信号。

2) 周期信号与非周期信号

有 $f(t) = f(t + nT)$, $n \in \mathbb{Z}$ 性质的信号为周期型号,其中 T 为信号周期。而当 $f(t) \neq f(t + nT)$, $\forall n \in \mathbb{Z}$ 时为非周期信号。

3) 连续时间信号与离散时间信号

在所讨论的时间区域内任意时间点上都有定义(给出确定但可能不唯一的信号取值)的信号为连续时间信号。只在某些不连续的时间点或区间上有定义(给出信号取值)的信号为离散时间信号。

4) 能量信号与功率信号

能量为有限值的信号为有限信号,简称为能量信号。功率为有限值的信号为功率有

限信号,简称功率信号。

1.1.2 典型的信号

1) 指数信号

表达式:

$$f(t) = Ke^{\alpha t}$$

若 $\alpha = 0$, 则为直流信号; 若 $\alpha < 0$, 则为指数衰减信号; 若 $\alpha > 0$, 则为指数增长信号。

指数信号如图 1-1 所示。

重要特性: 其对时间的微分和积分仍然是指数形式。

2) 正弦信号

表达式:

$$f(t) = K \sin(\omega t + \theta)$$

式中: K 为振幅; ω 为角频率; θ 为初相位。

3) 复指数信号

表达式: $f(t) = Ke^s = Ke^{\sigma} \cos(\omega \cdot t) + jKe^{\sigma} \sin(\omega \cdot t) \quad -\infty < t < \infty$

式中: $s = \sigma + j\omega$ 为复数, 称为复频率, σ, ω 均为实常数, σ 的量纲为 $1/s$, ω 的量纲为 rad/s 。其具有如下性质:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \sigma = 0 & \omega = 0 \quad \text{直流} \\ \sigma > 0 & \omega = 0 \quad \text{升指数信号} \\ \sigma < 0 & \omega = 0 \quad \text{衰减指数信号} \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{ll} \sigma = 0 & \omega \neq 0 \quad \text{等幅} \\ \sigma > 0 & \omega \neq 0 \quad \text{增幅} \\ \sigma < 0 & \omega \neq 0 \quad \text{衰减} \end{array} \right\} \text{振荡}$$

4) 抽样信号

表达式:

$$Sa(t) = \frac{\sin t}{t}$$

抽样信号如图 1-2 所示。

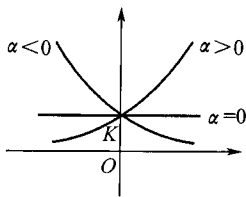


图 1-1 指数信号

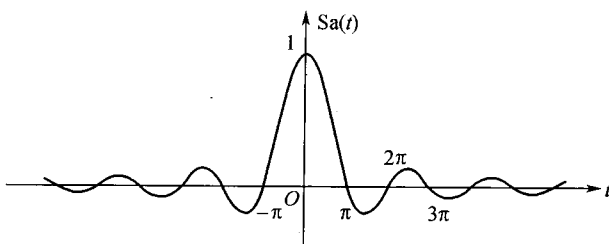


图 1-2 抽样信号

抽样信号具有如下性质:

(1) $Sa(-t) = Sa(t)$, 偶函数

(2) $\lim_{t \rightarrow 0} Sa(t) = 1$

(3) $Sa(t) = 0, t = \pm n\pi, n = 1, 2, 3, \dots$

(4) $\int_0^{\infty} \frac{\sin t}{t} dt = \frac{\pi}{2}, \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin t}{t} dt = \pi$

(5) $\lim_{t \rightarrow \pm\infty} Sa(t) = 0$

此外: $\text{sinc}(t) = \frac{\sin(\pi \cdot t)}{(\pi \cdot t)}$

5) 钟形脉冲函数(高斯函数)

表达式: $f(t) = E e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2}$

其波形如图 1-3 所示。钟形脉冲函数在随机信号分析中占有重要地位。

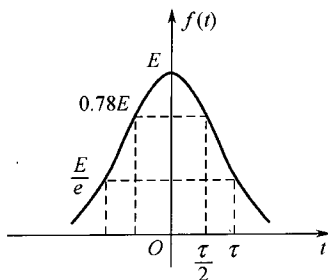


图 1-3 钟形脉冲函数

1.1.3 信号的运算

1) 信号的自变量的变换(波形变换)

(1) 信号的移位: $f(t) \rightarrow f(t - \tau)$, 当 $\tau > 0$ 时, 右移(滞后); 当 $\tau < 0$, 左移(超前)。

(2) 信号的反褶: $f(t) \rightarrow f(-t)$, 以纵轴为轴折叠, 把信号的过去与未来对调。

(3) 信号的展缩(尺度变换): $f(t) \rightarrow f(at)$ 。当 $a > 1$ 时, $f(at)$ 波形被压缩为 $f(t)$ 波形的 $1/a$ 倍; 当 $0 < a < 1$ 时, $f(at)$ 波形被伸展为 $f(t)$ 波形的 $1/a$ 倍。

(4) 一般情况: $f(t) \rightarrow f(at \pm b) = f\left[a\left(t \pm \frac{b}{a}\right)\right]$

【注意】一切变换都是相对 t 而言的, 最好用先展缩后平移的顺序。

2) 微分和积分

微分: $f'(t) = \frac{df(t)}{dt}$, 积分: $\int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau$

3) 信号相加和相乘

信号相加: $x(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t) + \cdots + x_n(t)$

信号相乘: $x(t) = x_1(t) \cdot x_2(t) \cdot x_3(t) \cdots x_n(t)$

1.1.4 单位冲激信号与单位阶跃信号

1) 单位斜变信号

$$R(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t & t \geq 0 \end{cases}$$

2) 单位阶跃信号

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases} \quad \text{0 点无定义或 } \frac{1}{2}$$

3) 单位冲激信号

定义: $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$ 且 $\delta(t) = 0$ ($t \neq 0$), 其中 $\delta(t)$ 为一种奇异函数, 可以由一些常规函数的广义极限而得到, 例如矩形函数、三角形脉冲、双边指数脉冲、钟形脉冲和采样信号等。 $\delta(t)$ 具有如下性质:

(1) 筛选特性: $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) f(t) dt = f(0)$, $\delta(t) f(t) = f(0) \delta(t)$

对于移位情况, $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t - t_0) f(t) dt = f(t_0)$, $\delta(t) f(t - t_0) = f(t_0) \delta(t)$

(2) 对称性: $\delta(t) = \delta(-t)$

4) 冲激偶函数

冲激偶函数为单位冲激函数的微分呈正、负极性的一对脉冲。冲激偶函数具有如下性质:

$$(1) \int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t) f(t) dt = -f'(0)$$

$$(2) \int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t) dt = 0, \int_{-\infty}^t \delta'(t) dt = \delta(t)$$

$$(3) \delta'(-t) = -\delta'(t), \delta'(t_0 - t) = -\delta'(t - t_0) \text{ (即 } \delta'(t) \text{ 是奇函数)}$$

$$(4) f(t)\delta'(t) = f(0)\delta'(t) - f'(0)\delta(t)$$

1.1.5 信号的分解

为了便于研究信号的传输和处理问题,往往将信号分解为一些简单(基本)的信号之和,分解角度不同,可以分解为不同的分量。

1) 直流分量和交流分量

$$f(t) = f_A(t) + f_D(t)$$

式中: $f_D(t)$ 为信号的直流分量,即平均值; $f_A(t)$ 为交流分量。

$$f_D(t) = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt$$

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f^2(t) dt = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} [f_D(t) + f_A(t)]^2 dt \\ &= f_D^2(t) + \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f_A^2(t) dt \text{ (中间项消去)} \end{aligned}$$

即信号的平均功率=信号的直流功率+交流功率

2) 偶分量与奇分量

$$f(t) = f_e(t) + f_o(t)$$

式中: $f_e(t)$ 为偶函数; $f_o(t)$ 为奇函数。

3) 实分量与虚分量

瞬时值为复数的信号可分解为实、虚部两部分之和:

$$f(t) = f_r(t) + j f_i(t)$$

实际中产生的信号为实信号,可以借助于复信号来研究实信号。

4) 正交函数分量

如果用正交函数集来表示一个信号,那么,组成信号的各分量就是相互正交的。把信号分解为正交函数分量的研究方法在信号与系统理论中占有重要地位。

1.1.6 系统的分类

1) 连续时间系统与离散时间系统

若系统的输入和输出都是连续时间信号,且内部也未转换为离散时间信号,则称该系

统为连续时间的系统。若系统的输入和输出都是离散时间信号,则称该系统为离散时间系统。

2) 系统的记忆性

若系统的输出信号只取决于同时刻的激励信号,则称该系统为无记忆系统。若系统的输出信号不仅取决于同时刻的激励信号,还与它过去的状态有关,则称该系统为有记忆系统。

3) 线性系统

具有叠加性和齐次性的系统称为线性系统。反之,则称为非线性系统。

4) 系统的时不变特性

若系统的参数不随时间变化,则称为时不变系统。反之,则称为时变系统。

5) 系统的可逆性

若系统在不同激励下产生不同的响应,则称为可逆系统。反之,则称为不可逆系统。

6) 系统的因果性

若系统的输出只与系统当前时刻和过去时刻的输入有关,则称为因果系统。反之,则称为非因果系统。其中,若系统的输出只与系统将来时刻的输入有关,则称为非因果系统。

注:实际系统都是因果系统,非因果系统是理想系统。

7) 系统的稳定性

若系统有界的输入信号导致有界的输出信号,则系统是稳定的。反之,系统是不稳定的。

1.1.7 线性时不变因果系统的性质

设激励 $f(t)$, $f_1(t)$, $f_2(t)$ 产生的响应分别为 $y(t)$, $y_1(t)$, $y_2(t)$, 并设 A, A_1, A_2 为任意常数,则线性时不变因果系统具有以下性质:

齐次性 $Af(t) \rightarrow Ay(t)$

叠加性 $f_1(t) + f_2(t) \rightarrow y_1(t) + y_2(t)$

线性 $A_1f_1(t) + A_2f_2(t) \rightarrow A_1y_1(t) + A_2y_2(t)$

时不变性 $f(t - \tau) \rightarrow y(t - \tau)$

微分性 $\frac{df(t)}{dt} \rightarrow \frac{dy(t)}{dt}$

积分性 $\int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau \rightarrow \int_{-\infty}^t y(\tau) d\tau$

因果性:若当 $t < 0$ 时激励 $f(t) = 0$, 则当 $t < 0$ 时响应 $y(t) = 0$, 或者说当 $t > 0$ 时, 作用于系统的激励 $f(t)$ 在 $t < 0$ 时不会在系统中产生响应。

1.1.8 研究系统的方法

(1) 输入输出法:着眼于激励与响应的关系,而不考虑系统内部变量情况。

(2) 状态变量法:不仅可以给出系统的响应,还可以描述内部变量;状态变量法用状态方程和输出方程描述系统。

□ 1.2 重点与难点及解析方法

1.2.1 构造系统模拟图的规则

1) 如果方程中不含 x 的导数, 步骤如下:

(1) 把微分方程输出函数的最高阶导数项保留在等式左边, 其他项移到右边;

(2) 将最高阶导数作为第一个积分器的输入, 其输出作为第二个积分器的输入, 以后每经过一个积分器, 输出函数的导数项就降低一阶, 直到获得输出函数为止;

(3) 把各个阶数降低了的导数及输出函数分别通过各自的标量乘法器, 一起送到第一个积分器与输入函数相加, 加法器的输出就是最高阶导数。

n 阶系统: $y^{(n)}(t) + a_{n-1}y^{(n-1)}(t) + \cdots + a_1y'(t) + a_0y = x(t)$

即 $y^{(n)}(t) = x(t) - a_{n-1}y^{(n-1)}(t) - \cdots - a_1y'(t) - a_0y$

其系统模拟图构建如图 1-4 所示。

2) 如果方程中还包含 x 的各阶导数, 如:

$$y''(t) + a_1y'(t) + a_0y(t) = b_1x'(t) + b_0x(t)$$

则引入辅助函数, 使

$$q'' + a_1q' + a_0q = x$$

代入原方程

$$\begin{aligned} y''(t) + a_1y'(t) + a_0y(t) &= b_1(q'' + a_1q' + a_0q)' + b_0(q'' + a_1q' + a_0q) \\ &= [b_1q' + b_0q]'' + a_1[b_1q' + b_0q]' + a_0[b_1q' + b_0q] \end{aligned}$$

由此可得

$$y = b_1q' + b_0q \quad q'' + a_1q' + a_0q = x$$

其系统模拟图如图 1-5 所示。

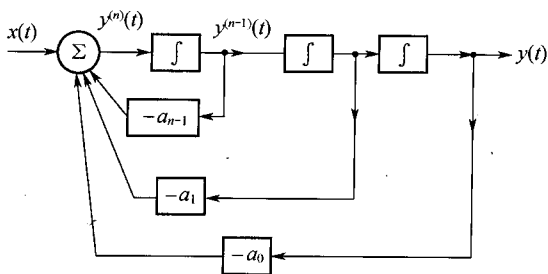


图 1-4 n 阶系统模拟图构建

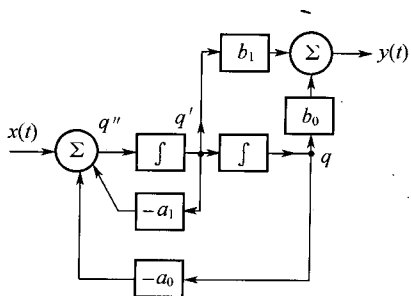


图 1-5 含 x 各阶导数的系统模拟图

【例 1】试画出下列系统的模拟图:

$$y^{(3)}(t) + 4y''(t) + 10y'(t) + 3y(t) = x''(t) + 10x(t) \quad (1-1)$$

【分析】本例中 x 含有高次导, 所以必须引入辅助函数, 这里根据形式的一致性, 可设 $q^{(3)} + 4q'' + 10q' + 3q = x$, 进而画出辅助模拟图, 最后画出完整的系统模拟图。

【解】设

$$q^{(3)} + 4q'' + 10q' + 3q = x \quad (1-2)$$

即

$$q^{(3)} = x - 4q'' - 10q' - 3q \quad (1-3)$$

$$\text{把式(1-3)代入原式(1-1), 可得 } y = q'' + 10q \quad (1-4)$$

根据式(1-4)可以画出辅助图如图 1-6(a)所示; 于是可得完整的系统模拟图如图 1-6(b)所示。

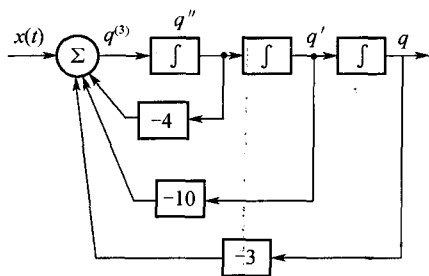


图 1-6(a) 辅助模拟图

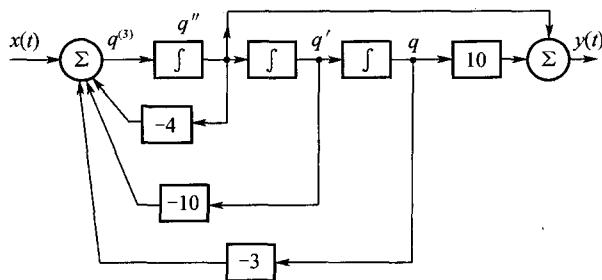


图 1-6(b) 系统模拟图

1.2.2 系统的性质分析

在讨论的系统六个基本特性中, 线性和时不变性在信号与系统分析中是最基本的。

1) 线性(或称叠加性)

若一个连续时间系统的输入输出有下述关系:

$$x_1(t) \rightarrow y_1(t), x_2(t) \rightarrow y_2(t)$$

则一个线性系统应有

$$ax_1(t) + bx_2(t) \rightarrow ay_1(t) + by_2(t) \quad (\text{其中 } a, b \text{ 为任意常数})$$

由上式描述的关系, 可得出零输入产生零输出这个重要结论。如果输出 $y(t)$ 中含有与输入无关的项, 例如

$$y(t) = 2x(t) + 3$$

上式虽是一线性方程, 但违背了零输入—零输出性质。这种情况发生在初始状态不为零的线性系统中。遇到这种情况可利用线性系统的另一性质即分解性来处理, 这就是把上式中的 $y(t)$ 分成为 $y_x(t) = 2x(t)$ 和 $y_0(t) = 3$, 然后再对二者求和。

其中 $x(t)$ 视为一个初始状态为零的线性系统对输入 $x(t)$ 的响应——零状态响应, $y_0(t)$ 视为仅与系统初态有关的响应——零输入响应。

如果把初态也看成一种输入, 那么 $y_x(t)$ 和 $y_0(t)$ 都满足前面式子所描述的线性性质。经过上述处理, 一个初态不为零的线性系统的输入—输出关系可表示为如图 1-7 所示的结构。

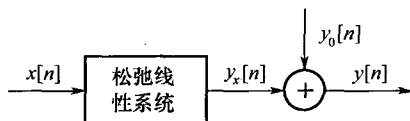


图 1-7 线性系统输入—输出关系

2) 时不变性

时不变性表达如下:

对于连续时间系统,如果有 $x(t) \rightarrow y(t)$, 则有 $x(t-t_0) \rightarrow y(t-t_0)$;

对于离散时间系统,若有 $x(n) \rightarrow y(n)$, 则有 $x(n-n_0) \rightarrow y(n-n_0)$ 。

如果系统同时具有线性和时不变性,则称该系统为 LTI 系统。这样的连续系统具有微分特性,即若 $x(t) \rightarrow y(t)$, 则 $\frac{dx(t)}{dt} \rightarrow \frac{dy(t)}{dt}$ 。从一阶导数的极限定义出发很容易证明上述性质。

3) 因果性

若一个系统在任意时刻的输出仅决定于现在及过去的输入,而与未来时刻的输入无关,这样的系统就是因果系统。或者说该系统具有因果性。在对这类系统进行判断时,首先要分清什么是现在、过去和未来。例如有两个系统:

$$y(n) = x(n) - x(n+1); y(n) = x(n) - x(n-1)$$

若以 n 为现时刻,则 $(n-1)$ 代表过去时刻, $(n+1)$ 代表未来时刻,根据因果性的含义可知第一式表示一个非因果系统,第二式表示一个因果系统。

4) 稳定性

若一个系统的输入 $x(t)$ 在任何时刻有界,系统的输出 $y(t)$ 在任何时刻也有界,则说该系统是稳定的,或者说系统具有稳定性。

5) 可逆性

若一个系统的输入可从其输出唯一地来确定,则为可逆系统。具体来说就是:如果能构造可逆系统,使其与原系统级联后所产生的输出即为原系统的输入,则称原系统是可逆的。以求和器和差分器互为逆系统,同样积分器和微分器也是一对逆系统。

利用系统互联中的反馈联结,有助于逆系统的设计。这个问题利用拉普拉斯变换进行分析会变得简单些。

6) 记忆性

若一个系统在任何时刻的输出仅决定于该时刻的输入,而与过去时刻的输入无关,就是无记忆系统,否则就是记忆系统。记忆系统中一定包含记忆元件或储能元件,而一个纯电阻网络是无记忆系统。

系统的上述性质,都是从其输入—输出关系中来定义的。随着系统分析的深入,还会提出一些从其他角度进行定义或判断的方法。

【例 2】对以下系统,试判断其线性、时不变、因果、稳定、记忆等特性,并说明理由。(浙江大学 1999 年)

$$(1) y(n) = \sum_{k=n-1}^{n+5} f(k); (2) y(t) = f(t-1) - f(1-t); (3) y(n) = nf(n)。$$

【解】(1) $y(n) = \sum_{k=n-1}^{n+5} f(k)$ 代表的系统是线性、时不变、非因果、稳定、有记忆的系统。

因为 $f(n)$ 与 $y(n)$ 之间满足齐次性和可加性,所以是线性的;

因为 $f(n-n_0) \rightarrow \sum_{k=n-1}^{n+5} f(k-n_0) = y(n-n_0)$, 所以是时不变的;