


机器人

机构学的数学基础

于靖军 刘辛军 丁希仑 戴建生 编著

 机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



机器人机构学的数学基础

于靖军 刘辛军 丁希仑 戴建生 编著

清华大学出版社

1991.11



机械工业出版社

本书以近年来的研究成果为主干,讲述李群李代数、旋量理论为代表的现代数学工具在机构学及机器人学中的应用。全书分为两个部分:第一部分为理论基础篇,第二部分为应用篇,其中多数有习题。

第1章为绪论。第2章回顾一些数学基础知识与概念,如线性变换、矩阵理论、射影几何、线几何以及微分流形等。从第3章到第8章是本书的基础理论部分,主要是李群、李代数及旋量、旋量系理论及其在机构学中的简单应用。从第9章到第14章是本书的应用部分,包括复杂机构及机器人的自由度分析、构型综合、运动学分析、运动性能分析、静力学与刚度问题、动力学问题等。

本书所选机构与机器人种类丰富,不仅涵盖了传统串联式机器人、并联式机器人,而且还包括了当前机构学领域一些较为热门的机构(如柔性机构、大摆角并联机构等)。作为本书的一项补充,在附录中主要向读者介绍一下有关几何代数及其在机器人中的应用方面的内容,这是一个全新的研究领域。

本书可作为研究生教材或高年级本科教材,也可作为相关科研人员与工程技术人员参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

机器人机构学的数学基础/于靖军等编著. —北京:机械工业出版社, 2008.9

ISBN 978-7-111-24256-7

I. 机… II. 于… III. 机器人—机构学—数学基础 IV. TP24

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第092242号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

策划编辑:张继红 韩效杰

责任编辑:韩效杰 版式设计:霍永明 责任校对:李秋荣

封面设计:陈沛 责任印制:杨曦

北京机工印刷厂印刷(兴文装订厂装订)

2008年7月第1版第1次印刷

169mm×239mm·27.25印张·528千字

标准书号:ISBN 978-7-111-24256-7

定价:49.80元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

销售服务热线电话:(010) 68326294

购书热线电话:(010) 88379639 88379641 88379643

编辑热线电话:(010) 88379711

封面无防伪标均为盗版

前 言

旋量理论和李群李代数在现代物理学和刚体运动领域取得了成功的应用，也成为机构学和机器人学研究的有效分析工具，已被许多国内外学者所接受和采用，但是相关的教材却非常少，特别需要一本系统完善地介绍相关理论的专著，反映当前的研究和应用状况。很多工科高校都设置了机器人或高等机构学方面的课程，选择教材和讲授课程时，大都想增加有关微分流形和李群李代数方面的内容，来增强课程的基础性和系统性。

《机器人机构学的数学基础》一书由4位中、青年学者合作撰写而成。书中汇集了他们多年来在该领域的部分研究成果和有关机器人机构学的最新研究进展，从理论的高度系统地介绍了机器人机构学的研究及应用。该书内容丰富、深入浅出、层次分明。同时该书应用对象覆盖面较广，涉及到并联机器人，柔性机构，变胞机构等现代机构研究领域。本书比较系统地介绍了旋量理论和李群李代数的基本知识，反映了李群李代数与机器人机构学相结合的最新理论研究成果，介绍了一些典型应用实例。该书将为机器人机构的创新设计提供较系统的基础理论和有效方法。

我相信《机器人机构学的数学基础》的编写和出版会对我国机构学领域的教学科研人员、研究生和本科生有重要的参考价值，可以作为相关专业的研究生教材或高年级的本科教材，也可作为相关科研人员的参考书。相信该书将为初学者提供一条很好的入门途径，受到广泛的赞许。

熊有伦

2008年2月25日于武汉

前 言

机构学是一门十分古老的科学，但随着机器人学的兴起，给传统机构学带来了新的活力，机器人机构学已逐渐演变成为机构学领域的一个重要分支。特别是当前，为了我国的科技进步，为了大力发展自主创新，机器人机构学正面临着一个空前的机遇。经验表明，任何机械系统的创新都离不开机构的创新。从目前国内外对机构学与机器人学的研究来看可以用方兴未艾来形容，其行业范围已不再局限于科研院所，更逐渐向行业（如制造业）拓展，从业人员日益增加。

从机构学与机器人学的发展历史上来看，机构学与机器人学的发展与数学工具是息息相关的。现代机构学的诞生更是离不开数学的推动作用。与机构学和机器人学联系紧密的数学工具中，人们比较熟悉线性代数与矩阵理论，对旋量理论、李群李代数等现代数学工具还知之甚少。而后者在机构学与机器人学研究领域里近年来越来越受到重视，并得到了日益广泛的应用。以少自由度并联机器人结构综合研究为例，通过旋量理论与李群理论的引入为曾经作为机构学难题的型综合问题打开了一扇明亮的天窗。据不完全统计，从1990年到2005年15年间尤其是后5年间在国内外机构学与机器人学相关的重要核心期刊中发表的有关少自由度并联机构结构综合的学术论文不少于100篇。正所谓的“功欲善其事，必先利其器”。

旋量理论和李群、李代数理论在现代物理学和刚体运动领域取得了成功的应用，也日渐成为现代机构学和机器人学研究的有效分析工具。虽然，这些现代数学工具已被大量的国内外学者所接受和采用，但与此相关的教材却非常少，特别是还没有能够比较系统完善介绍相关理论并反映当前研究和应用现状的论著。另一方面，随着科技的飞速发展，促进了机器人学与机构学研究领域的不断拓新，对其理论支撑的要求也越来越高，如高速、重载、精微等，应用传统的数学工具解决这些问题有时变得十分困难甚至无能为力，而新的数学工具可以为之提供新方法、新思路、新途径。

本书定位为相关专业的研究生教材或高年级的本科教材；也可广泛用于

科研人员的参考书。它是在北京航空航天大学机械工程相关专业一年级硕士研究生专业选修课(《机器人学的李群、李代数分析方法》)授课讲义的基础上编写而成的。本书内容在2004~2007年间已在课堂上先后讲授过4次,根据多方的反馈意见进行了多次修正和改进。在此,向那些对本书提出宝贵意见的师生们表示诚挚的感谢。

本书将主要研究对象定位于机器人机构学,但整个教材体系又与现存空间(或高等)机构学以及机器人机构学方面的教材及专著有所不同。本书以建立一套较为严谨的支撑机器人机构学数学基础的理论体系为基点和重点(为本书第2~8章),通过将李群、李代数与旋量及旋量系理论的有机结合,达到体系贯通之目的。在此基础上,再依据机构学的理论体系即结构学、运动学、动力学来构建现代数学工具在机器人机构学中的应用环节(第9~14章),应用对象涵盖面较广,既照顾到了人们早已熟悉的工业机器人(串联机器人),也有方兴未艾的并联机器人,还涉及了柔性机构、变胞机构等若干新型机构研究领域。

本书比较系统地介绍了旋量理论和李群的基本知识,反映了最新的理论研究成果,并介绍了当前的一些典型应用实例。内容尽量做到深入浅出、生动新颖。但由于受到自身的学术水平所限,对理论基础部分的阐述还缺乏深度和广度,尤其缺少一般数学教材中严谨的演绎及证明。另外,受到教材的篇幅限制,我们在应用篇中只选用了机器人机构学领域若干经典内容,而如机构的尺度综合及优化设计、精度与误差分析、运动学标定、以及运动学规划等问题没有在本书中涉及。

现代机构学的研究已呈现出交融的态势:如平面机构与空间机构的交融(例如并联机构的性能研究可从以平面机构为支链的研究入手)、刚性机构与柔性机构的交融(伪刚体模型)、结构综合与尺度综合的交融(如分布柔度柔性机构的拓扑设计问题)、理论研究与结构设计的融合(如柔性机构、并联运动机PKM等)、功能集成与功能分解的融合(广义机构、可重构机构等)等。现代数学工具必将在现代机构学的研究中发挥越来越重要的角色,因此本书通过对旋量理论和李群进行系统化介绍并予以贯通,对机器人学和现代机构学的研究和发展具有重要的参考价值和指导意义。

本书有关内容的研究,得到了很多同仁的大力支持,在此表示衷心的感谢。本书第2~8章理论基础篇的大量内容参考了Ball教授(英国)、Selig教授(英国)、Hervé教授(法国)、Murray教授(美国)和李泽湘教授(香港)、Hunt教授(澳大利亚)、Lipkin教授(美国)、黄真教授和赵铁石教授(燕山大学)、方跃法教授(北京交通大学)等的著作或研究工作。第9~14

章应用篇的内容则参考了 Tsai 教授 (美国)、Gao 博士和 I-M Chen 教授 (新加坡)、Murray 教授、黄真教授和赵铁石教授、方跃法教授等的著作或研究工作。同时,本书中也涵盖了 4 位作者近年来在该领域的部分研究工作。这些研究成果主要体现在旋量系与反旋量系理论的丰富完善 (如计算方法等)、并联机器人的自由度分析及型综合、机器人新的运动性能指标研究、柔性机构的静刚度分析等方面。

我们的研究工作得到了国家自然科学基金 (50405007、50775118)、国家自然科学基金国际重大合作项目 (50720135503)、国家 863 计划 (2006AA04Z227)、北京市科技新星计划 (2006A13、2006A59) 的资助。在此表示特别的感谢。

本书承蒙下列专家仔细审阅:黄真教授、方跃法教授、刘冠峰博士。由于编著者水平有限,书中难免有疏虞之处,敬请读者和专家批评指正。

作者

符 号 表

运动链与运动副

C	圆柱副
E	平面副
H	螺旋副
P	移动副
R	转动副
S	球面副
U	虎克铰
DOF	自由度
R	转动 (自由度)
T	移动 (自由度)

旋量 (包括线矢量) 与反旋量

$\$$	旋量
$\$$	单位旋量 (也可以用来表示运动副旋量)
$\$i$	旋量系中的第 i 个旋量
$\$i$	旋量系中的第 i 个单位旋量 (也可以用来表示运动副旋量)
$\r	反旋量
$\r	单位反旋量 (也表示可以用来约束反旋量)
s	单位旋量的轴线矢量
s_0	单位线矢量的线矩
s^0	单位旋量的对偶部矢量
ρ	旋量 (或线矢量) 的幅值
h	旋量的节距
$(LMM; PQR)$	单位线矢量的 Plücker 坐标
$(LMN; PQR)$	线矢量的 Plücker 坐标
$(LMN; P^* Q^* R^*)$	单位旋量的 Plücker 坐标
$(LMN; P^* Q^* R^*)$	旋量的 Plücker 坐标
ξ (或 $\$$)	单位运动旋量
ζ	变形旋量 (表示微小形变)

$(\delta; \theta)$	变形旋量的轴线坐标	
$(\omega; \nu)$	单位运动旋量的射线坐标	
$(\nu; \omega)$	单位运动旋量的轴线坐标	
ω	单位角速度矢量或单位转轴方向矢量	
ω	角速度的幅值	
$\hat{\omega}$ 或 $\text{ad}(\omega)$	单位角速度矢量的反对称矩阵	
Ω	角速度矢量的反对称矩阵	
ν	单位线速度矢量	
ν	线速度的幅值	
Λ	线速度矢量的反对称矩阵	
τ	单位力矩	
f	单位力	
τ	力矩的幅值	
f	力的幅值	
δ	移动变形	
θ	转动变形	
S_{Σ}	合旋量	

向量及矩阵

a	矢量或向量	
A	矩阵	
0	零矩阵或零向量	
I	单位矩阵	
$a^S(A^S)$	向量 a (或矩阵 A) 在空间坐标系中的表达	
$a^B(A^B)$	向量 a (或矩阵 A) 在物体坐标系中的表达	
$a^C(A^C)$	向量 a (或矩阵 A) 在坐标系 $\{C\}$ 中的表达	
T	位移变换矩阵	
R	旋转矩阵	
t	表示移动的列向量	
$\dot{\theta}$	关节速度向量	
J	速度雅可比矩阵	
${}^i J$	雅可比矩阵 (参考坐标系选在关节 i 所在的连杆坐标系)	
c, C	柔度矩阵	
k, K	刚度矩阵	

Ad_g	伴随变换矩阵	(1.10)
$ad(X)$	表示李括号的伴随算子	(1.11)
$T_g G$	李群 G 的切向量	(1.12)
$T_e G$	李群 G 在单位元处的切向量	(1.13)
集合与空间		
S	集合、旋量系、旋量组	(1.14)
S^r	反旋量系	(1.15)
\emptyset	空集	(1.16)
${}^n S$	旋量 n 系	(1.17)
S_{bi}	分支运动旋量系	(1.18)
S_{bi}^r	分支约束旋量系	(1.19)
S_f	平台运动旋量系	(1.20)
S_f^r	平台约束旋量系	(1.21)
S_m	机构运动旋量系	(1.22)
S_m^c	机构约束旋量系	(1.23)
$R(J)$	雅可比矩阵 J 的域空间	(1.24)
$N(J)$	雅可比矩阵 J 的零空间	(1.25)
V	向量空间	(1.26)
$R^n (R^3)$	$n(3)$ 维实向量空间	(1.27)
E^3	欧氏空间	(1.28)
P^n	射影空间	(1.29)
流形、李群与李代数		
G	群	(1.30)
g	群的元素、刚体位移、刚体位移的齐次变换矩阵	(1.31)
e	群的单位元素	(1.32)
M_2^4	四维二次曲面 (Klein 曲面)	(1.33)
\mathcal{M}	光滑流形	(1.34)
$T_p \mathcal{M}$	光滑流形 \mathcal{M} 的切空间	(1.35)
$T_p^* \mathcal{M}$	光滑流形 \mathcal{M} 的余切空间	(1.36)
$T\mathcal{M}$	光滑流形 \mathcal{M} 的切丛	(1.37)
$T^* \mathcal{M}$	光滑流形 \mathcal{M} 的余切丛	(1.38)
(U, ϕ)	坐标卡	(1.39)
$GL(n, R)$ 或 $GL(n)$	一般线性群	(1.40)

$O(n)$	正交群	bA
$SO(n)SO(2)SO(3)$	特殊旋转群	(X)bs
$T(3)$	三维移动群	O, T
$gl(n)$	一般线性群的李代数	O, T
$so(3)$	三维旋转群的李代数	
$t(3)$	三维移动群的李代数	同空已合集
$se(2)$	平面群的李代数	2
$se(3)$	特殊欧氏群的李代数	2
$SE(3)$	特殊欧氏群 (刚体运动群)	Q
$U(n)$	么模群	2
$SU(n)$	特殊么模群	2
$\mathcal{R}(N, \mathbf{u})SO(2)$	一维旋转子群	2
$\mathcal{T}(\mathbf{u})$ 或 $T(1)$	一维移动子群	2
$\mathcal{H}_p(N, \mathbf{u})$ 或 $SO_p(2)$	螺旋副生成的子群	2
$\mathcal{I}_2(\mathbf{w})$ 或 $T(2)$	平面移动子群	2
\mathcal{T} 或 $T(3)$	空间移动子群	2
$\mathcal{C}(N, \mathbf{u})$	圆柱副生成的子群	(1)R
$\mathcal{G}(\mathbf{w})$ 或 $SE(2)$	平面子群	(1)N
$\mathcal{S}(N)$ 或 $SO(3)$	旋转子群	N
$\mathcal{Y}(\mathbf{w}, p)$	移动螺旋子群	(2)R
$\mathcal{X}(\mathbf{w})$	Schönflies 子群	2
\mathcal{D} 或 $SE(3)$	螺旋运动子群	2
\mathcal{E} 或 E	单位子群	

坐标系

$\{.\}$	坐标系	O
\mathcal{S}	空间坐标系中的描述	2
\mathcal{B}	物体坐标系中的描述	M
$\{S\}$ 或 $\{A\}$	空间坐标系、惯性坐标系	M
$\{T\}$	工具坐标系	M, T
$\{B\}$	物体坐标系	M, T
$\{L\}$	连杆坐标系	MT

物理量

E	弹性模量	(n)JG 或 (E, n)JG
-----	------	------------------

G	剪切模量	μ
I	极惯性矩	I
I_x	相对轴线的惯性矩	I_x
m	质量	m
M_{12}	线矩	M_{12}
P	功率	P
T	动能	T
V	势能	V
L	拉格朗日函数	L
I	刚体惯性矩阵	I
I_c	刚体相对质心的惯性矩阵(或惯性张量)	I_c
N	刚体广义惯性矩阵	N
p	线动量	p
h	角动量	h
$M=(p;h)$	动量旋量	M
$\vec{\omega}$	角速度	$\vec{\omega}$
\vec{v}	线速度	\vec{v}
$V=(\vec{\omega};\vec{v})$	速度旋量	V
$F=(f;\tau)$	力旋量	F
P^r	约束功率	P^r
\dot{P}^r	约束加功率	\dot{P}^r
c	条件数	c
$\kappa(J)$	雅可比矩阵 J 的条件数	$\kappa(J)$
k	弹簧常数	k
Δ	变形量	Δ
w	可操作度	w
W	功	W
σ	关节力旋量	σ
λ_i	特征柔度	λ_i
运算符号		
\oplus	半直和	\oplus
\otimes	半直积	\otimes
\cup	并 (集合运算符)	\cup
\cap	交 (集合运算符)	\cap

\supseteq	包含 (集合运算符)	\supseteq
\in	属于 (集合运算符)	\in
\notin	不属于 (集合运算符)	\notin
\bar{A}	集合 A 的补 (集合运算符)	\bar{A}
\rightarrow	映射 (集合到集合)	\rightarrow
\mapsto	映射 (元素到元素)	\mapsto
\circ	旋量 (或旋量系) 之间的互逆积运算	\circ
Δ	旋量矩阵形式的互逆积运算	Δ
A^T	矩阵 A 的转置	A^T
A^*	矩阵 A 的伴随矩阵	A^*
A^{-1}	矩阵 A 的逆	A^{-1}
$ A $	矩阵 A 对应的行列式	$ A $
\hat{a}	向量 a 对应的反对称矩阵	\hat{a}
$a \cdot b$	内积运算	$a \cdot b$
$a \times b$	叉积运算	$a \times b$
$\ x\ $	向量 x 的范数	$\ x\ $
e^x	矩阵指数	e^x
$\frac{d}{dt}$	全微分	$\frac{d}{dt}$
$\frac{\partial}{\partial t}$	偏微分	$\frac{\partial}{\partial t}$
$\dim(S)$	旋量系 S 的维数	$\dim(S)$
$\text{rank}(A)$	矩阵 A 的阶数	$\text{rank}(A)$
$\text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$	对角阵, $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ 为主对角元素	$\text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$
$\text{tr}(A)$	矩阵 A 的迹	$\text{tr}(A)$
$\det(A)$	行列式 A 的值	$\det(A)$
$\text{adj}(A)$	A 的伴随矩阵	$\text{adj}(A)$
$\text{norm}()$	向量的法线	$\text{norm}()$
const	常数	const
$[X, Y]$	李括号	$[X, Y]$
$\text{Ad}_g X$	群 G 的伴随变换	$\text{Ad}_g X$
L_g	左移动	L_g
R_g	右移动	R_g
$[g]$	陪集	$[g]$
θ_i	$\theta_i + \theta_j$	θ_i

$c\theta_i$
 $s\theta_i$

$\cos\theta_i$
 $\sin\theta_i$

目

一般情况下：小写的希腊字母表示纯数；小写的黑斜体表示矢量（或向量），大写的黑斜体表示矩阵。

第 1 章 绪论

1.1 绪论 1.1

1.2 机器人的定义 1.2

1.3 机器人的分类 1.3

1.4 机器人的应用 1.4

1.5 机器人的发展 1.5

1.6 机器人的组成 1.6

1.7 机器人的性能指标 1.7

1.8 机器人的控制 1.8

1.9 机器人的编程 1.9

1.10 机器人的安全 1.10

1.11 机器人的维护 1.11

1.12 机器人的测试 1.12

1.13 机器人的验收 1.13

1.14 机器人的交付 1.14

1.15 机器人的售后服务 1.15

1.16 机器人的未来 1.16

1.17 机器人的展望 1.17

1.18 机器人的总结 1.18

1.19 机器人的参考文献 1.19

1.20 机器人的附录 1.20

1.21 机器人的索引 1.21

1.22 机器人的参考文献 1.22

1.23 机器人的附录 1.23

1.24 机器人的索引 1.24

1.25 机器人的参考文献 1.25

1.26 机器人的附录 1.26

1.27 机器人的索引 1.27

1.28 机器人的参考文献 1.28

1.29 机器人的附录 1.29

1.30 机器人的索引 1.30

1.31 机器人的参考文献 1.31

1.32 机器人的附录 1.32

1.33 机器人的索引 1.33

1.34 机器人的参考文献 1.34

1.35 机器人的附录 1.35

1.36 机器人的索引 1.36

1.37 机器人的参考文献 1.37

1.38 机器人的附录 1.38

1.39 机器人的索引 1.39

1.40 机器人的参考文献 1.40

1.41 机器人的附录 1.41

1.42 机器人的索引 1.42

1.43 机器人的参考文献 1.43

1.44 机器人的附录 1.44

1.45 机器人的索引 1.45

1.46 机器人的参考文献 1.46

1.47 机器人的附录 1.47

1.48 机器人的索引 1.48

1.49 机器人的参考文献 1.49

1.50 机器人的附录 1.50

1.51 机器人的索引 1.51

1.52 机器人的参考文献 1.52

1.53 机器人的附录 1.53

1.54 机器人的索引 1.54

1.55 机器人的参考文献 1.55

1.56 机器人的附录 1.56

1.57 机器人的索引 1.57

1.58 机器人的参考文献 1.58

1.59 机器人的附录 1.59

1.60 机器人的索引 1.60

1.61 机器人的参考文献 1.61

1.62 机器人的附录 1.62

1.63 机器人的索引 1.63

1.64 机器人的参考文献 1.64

1.65 机器人的附录 1.65

1.66 机器人的索引 1.66

1.67 机器人的参考文献 1.67

1.68 机器人的附录 1.68

1.69 机器人的索引 1.69

1.70 机器人的参考文献 1.70

1.71 机器人的附录 1.71

1.72 机器人的索引 1.72

1.73 机器人的参考文献 1.73

1.74 机器人的附录 1.74

1.75 机器人的索引 1.75

1.76 机器人的参考文献 1.76

1.77 机器人的附录 1.77

1.78 机器人的索引 1.78

1.79 机器人的参考文献 1.79

1.80 机器人的附录 1.80

1.81 机器人的索引 1.81

1.82 机器人的参考文献 1.82

1.83 机器人的附录 1.83

1.84 机器人的索引 1.84

1.85 机器人的参考文献 1.85

1.86 机器人的附录 1.86

1.87 机器人的索引 1.87

1.88 机器人的参考文献 1.88

1.89 机器人的附录 1.89

1.90 机器人的索引 1.90

1.91 机器人的参考文献 1.91

1.92 机器人的附录 1.92

1.93 机器人的索引 1.93

1.94 机器人的参考文献 1.94

1.95 机器人的附录 1.95

1.96 机器人的索引 1.96

1.97 机器人的参考文献 1.97

1.98 机器人的附录 1.98

1.99 机器人的索引 1.99

1.100 机器人的参考文献 1.100

1.101 机器人的附录 1.101

1.102 机器人的索引 1.102

1.103 机器人的参考文献 1.103

1.104 机器人的附录 1.104

1.105 机器人的索引 1.105

1.106 机器人的参考文献 1.106

1.107 机器人的附录 1.107

1.108 机器人的索引 1.108

1.109 机器人的参考文献 1.109

1.110 机器人的附录 1.110

1.111 机器人的索引 1.111

1.112 机器人的参考文献 1.112

1.113 机器人的附录 1.113

1.114 机器人的索引 1.114

1.115 机器人的参考文献 1.115

1.116 机器人的附录 1.116

1.117 机器人的索引 1.117

1.118 机器人的参考文献 1.118

1.119 机器人的附录 1.119

1.120 机器人的索引 1.120

1.121 机器人的参考文献 1.121

1.122 机器人的附录 1.122

1.123 机器人的索引 1.123

1.124 机器人的参考文献 1.124

1.125 机器人的附录 1.125

1.126 机器人的索引 1.126

1.127 机器人的参考文献 1.127

1.128 机器人的附录 1.128

1.129 机器人的索引 1.129

1.130 机器人的参考文献 1.130

1.131 机器人的附录 1.131

1.132 机器人的索引 1.132

1.133 机器人的参考文献 1.133

1.134 机器人的附录 1.134

1.135 机器人的索引 1.135

1.136 机器人的参考文献 1.136

1.137 机器人的附录 1.137

1.138 机器人的索引 1.138

1.139 机器人的参考文献 1.139

1.140 机器人的附录 1.140

1.141 机器人的索引 1.141

1.142 机器人的参考文献 1.142

1.143 机器人的附录 1.143

1.144 机器人的索引 1.144

1.145 机器人的参考文献 1.145

1.146 机器人的附录 1.146

1.147 机器人的索引 1.147

1.148 机器人的参考文献 1.148

1.149 机器人的附录 1.149

1.150 机器人的索引 1.150

1.151 机器人的参考文献 1.151

1.152 机器人的附录 1.152

1.153 机器人的索引 1.153

1.154 机器人的参考文献 1.154

1.155 机器人的附录 1.155

1.156 机器人的索引 1.156

1.157 机器人的参考文献 1.157

1.158 机器人的附录 1.158

1.159 机器人的索引 1.159

1.160 机器人的参考文献 1.160

1.161 机器人的附录 1.161

1.162 机器人的索引 1.162

1.163 机器人的参考文献 1.163

1.164 机器人的附录 1.164

1.165 机器人的索引 1.165

1.166 机器人的参考文献 1.166

1.167 机器人的附录 1.167

1.168 机器人的索引 1.168

1.169 机器人的参考文献 1.169

1.170 机器人的附录 1.170

1.171 机器人的索引 1.171

1.172 机器人的参考文献 1.172

1.173 机器人的附录 1.173

1.174 机器人的索引 1.174

1.175 机器人的参考文献 1.175

1.176 机器人的附录 1.176

1.177 机器人的索引 1.177

1.178 机器人的参考文献 1.178

1.179 机器人的附录 1.179

1.180 机器人的索引 1.180

1.181 机器人的参考文献 1.181

1.182 机器人的附录 1.182

1.183 机器人的索引 1.183

1.184 机器人的参考文献 1.184

1.185 机器人的附录 1.185

1.186 机器人的索引 1.186

1.187 机器人的参考文献 1.187

1.188 机器人的附录 1.188

1.189 机器人的索引 1.189

1.190 机器人的参考文献 1.190

1.191 机器人的附录 1.191

1.192 机器人的索引 1.192

1.193 机器人的参考文献 1.193

1.194 机器人的附录 1.194

1.195 机器人的索引 1.195

1.196 机器人的参考文献 1.196

1.197 机器人的附录 1.197

1.198 机器人的索引 1.198

1.199 机器人的参考文献 1.199

1.200 机器人的附录 1.200

第 2 章 机器人的组成

2.1 绪论 2.1

2.2 机器人的组成 2.2

2.3 机器人的组成 2.3

2.4 机器人的组成 2.4

2.5 机器人的组成 2.5

2.6 机器人的组成 2.6

2.7 机器人的组成 2.7

2.8 机器人的组成 2.8

2.9 机器人的组成 2.9

2.10 机器人的组成 2.10

2.11 机器人的组成 2.11

2.12 机器人的组成 2.12

2.13 机器人的组成 2.13

2.14 机器人的组成 2.14

2.15 机器人的组成 2.15

2.16 机器人的组成 2.16

2.17 机器人的组成 2.17

2.18 机器人的组成 2.18

2.19 机器人的组成 2.19

2.20 机器人的组成 2.20

2.21 机器人的组成 2.21

2.22 机器人的组成 2.22

2.23 机器人的组成 2.23

2.24 机器人的组成 2.24

2.25 机器人的组成 2.25

2.26 机器人的组成 2.26

2.27 机器人的组成 2.27

2.28 机器人的组成 2.28

2.29 机器人的组成 2.29

2.30 机器人的组成 2.30

2.31 机器人的组成 2.31

2.32 机器人的组成 2.32

2.33 机器人的组成 2.33

2.34 机器人的组成 2.34

2.35 机器人的组成 2.35

2.36 机器人的组成 2.36

2.37 机器人的组成 2.37

2.38 机器人的组成 2.38

2.39 机器人的组成 2.39

2.40 机器人的组成 2.40

2.41 机器人的组成 2.41

2.42 机器人的组成 2.42

2.43 机器人的组成 2.43

2.44 机器人的组成 2.44

2.45 机器人的组成 2.45

2.46 机器人的组成 2.46

2.47 机器人的组成 2.47

2.48 机器人的组成 2.48

2.49 机器人的组成 2.49

2.50 机器人的组成 2.50

2.51 机器人的组成 2.51

2.52 机器人的组成 2.52

2.53 机器人的组成 2.53

2.54 机器人的组成 2.54

2.55 机器人的组成 2.55

2.56 机器人的组成 2.56

2.57 机器人的组成 2.57

2.58 机器人的组成 2.58

2.59 机器人的组成 2.59

2.60 机器人的组成 2.60

2.61 机器人的组成 2.61

2.62 机器人的组成 2.62

2.63 机器人的组成 2.63

2.64 机器人的组成 2.64

2.65 机器人的组成 2.65

2.66 机器人的组成 2.66

2.67 机器人的组成 2.67

2.68 机器人的组成 2.68

2.69 机器人的组成 2.69

2.70 机器人的组成 2.70

2.71 机器人的组成 2.71

2.72 机器人的组成 2.72

2.73 机器人的组成 2.73

2.74 机器人的组成 2.74

2.75 机器人的组成 2.75

2.76 机器人的组成 2.76

2.77 机器人的组成 2.77

2.78 机器人的组成 2.78

2.79 机器人的组成 2.79

2.80 机器人的组成 2.80

2.81 机器人的组成 2.81

2.82 机器人的组成 2.82

2.83 机器人的组成 2.83

2.84 机器人的组成 2.84

2.85 机器人的组成 2.85

2.86 机器人的组成 2.86

2.87 机器人的组成 2.87

2.88 机器人的组成 2.88

2.89 机器人的组成 2.89

2.90 机器人的组成 2.90

2.91 机器人的组成 2.91

2.92 机器人的组成 2.92

2.93 机器人的组成 2.93

2.94 机器人的组成 2.94

2.95 机器人的组成 2.95

2.96 机器人的组成 2.96

2.97 机器人的组成 2.97

2.98 机器人的组成 2.98

2.99 机器人的组成 2.99

2.100 机器人的组成 2.100

目 录

序	27
前言	
符号表	
第 1 章 绪论	1
1.1 机构学与机器人学的发展	
历史概述	1
1.2 机构学及机器人学基础	5
1.2.1 机构与机器人的基本组成	
元素: 构件与运动副	5
1.2.2 运动链、机构与机器人	8
1.2.3 自由度、活动度与约束	8
1.2.4 机器人机构的分类	9
1.3 机器人机构学的主要研究内	
容	10
1.3.1 机构与机器人的结构分	
析与综合	10
1.3.2 机构与机器人的运动学	
性能评价指标	10
1.3.3 机构与机器人动力学	11
1.3.4 机构与机器人的设计理	
论	12
1.4 机构学与机器人学研究的数学	
方法	12
1.4.1 李群、李代数	12
1.4.2 旋量理论	13
1.4.3 现代数学工具在机构学与	
机器人学中的应用举例	14
1.5 本书概述及使用建议	16
1.5.1 本书概述	16
1.5.2 文献使用与说明	16
第 2 章 预备知识	19
2.1 线性空间	19
2.2 欧氏几何	27
2.3 射影几何与齐次坐标	27
2.3.1 射影直线、射影平面与射	
影空间	28
2.3.2 点线面的齐次表示与 Plücker	
坐标	30
2.4 线几何	32
2.4.1 线矢量的定义与 Plücker 坐	
标	32
2.4.2 线矢量的运算	35
2.4.3 Klein 映射	35
2.5 微分流形	39
习题	45
第 3 章 李群与李子群	46
3.1 群与李群的定义	46
3.2 几种典型的李群	47
3.3 李群的映射	50
3.4 李群的作用	52
3.5 李子群的运算	53
3.6 $SE(3)$ 及其子群	55
3.7 位移子群的正则表示与共轭	
表示	61
3.8 位移子流形	63
3.9 参考文献说明	65
习题	65
第 4 章 李代数	66
4.1 李代数的定义	66
4.2 几种特殊的李代数	68
4.3 指数映射	75
4.4* $SE(3)$ 伴随表达的指数映	
射	78
4.5 参考文献说明	80
习题	80
第 5 章 李群与刚体运动	82
5.1 刚体运动与刚体变换	82

5.2 刚体运动与李群	84	7.2.5 旋量四、五、六系	148
5.3 刚体运动的指数坐标	91	7.2.6 可实现连续运动的旋量系	149
5.4 参考文献说明	100	7.3 反旋量系	150
习题	100	7.3.1 反旋量系的定义	150
第6章 旋量与刚体运动	102	7.3.2 特殊旋量系与其反旋量系之间的关系	152
6.1 旋量的基本概念	102	7.4 反旋量系的快速计算方法	156
6.1.1 旋量的定义	103	7.5 旋量集在不同几何条件下的维数	165
6.1.2 旋量的性质与运算	105	7.6 参考文献说明	169
6.2 旋量与螺旋运动	106	习题	170
6.2.1 螺旋运动的定义	106	第8章 运动旋量系与约束旋量系	171
6.2.2 运动旋量与瞬时螺旋运动	107	8.1 约束旋量系与运动链	171
6.3 刚体速度的旋量表示	111	8.2 等效运动副旋量系	173
6.3.1 质点的瞬时运动速度	111	8.2.1 等效运动副旋量系的概念	173
6.3.2 刚体速度的运动旋量坐标	113	8.2.2 等效运动副旋量系的应用举例	174
6.3.3 刚体速度的坐标变换	113	8.3 约束作用下运动副旋量系的配置	185
6.3.4 刚体速度的复合变换	116	8.4 约束作用下允许存在的运动	191
6.3.5 螺旋运动的速度	117	8.5 机构可连续运动的条件	194
6.4 力旋量	118	8.5.1 瞬时运动机构	194
6.4.1 力旋量的概念	118	8.5.2 机构可连续运动的条件	195
6.4.2 力旋量的旋量坐标	120	8.5.3 约束力及其允许的转动	197
6.5 反旋量	121	8.6 参考文献说明	199
6.5.1 反旋量的概念	122	习题	200
6.5.2 反旋量的特性	123	第9章 复杂机构的自由度分析	202
6.5.3 几种特殊的反旋量	124	9.1 与机构自由度相关的几个基本概念	203
6.6* 旋量的时间导数	126	9.2 机构自由度的计算公式	205
6.7 参考文献说明	130	9.3 旋量集及旋量系的集合表示	207
习题	130		
第7章 旋量系与反旋量系	131		
7.1 旋量系	131		
7.1.1 旋量集与旋量系	131		
7.1.2 旋量集的线性相关性	132		
7.2 特殊旋量系	135		
7.2.1 旋量系的分类	135		
7.2.2 旋量一系	136		
7.2.3 旋量二系	136		
7.2.4 旋量三系	141		

9.4	并联机构的自由度分析	209
9.5*	含复杂铰链的并联机构及其 自由度分析	217
9.6	参考文献说明	223
	习题	223
第 10 章 并联机构的构型综合		
	合	225
10.1	几种主流的构型综合方法概 述	226
10.2	基于现代数学工具的并联机 构构型综合研究内容	234
10.3	数综合	236
10.4	少自由度并联机构的约束特 性	242
10.5	基于旋量系理论的约束综合 法	246
10.6	基于位移子群及位移流形的 运动综合法	257
10.6.1	位移子群、位移子流形 与之对应的运动链	257
10.6.2	基于位移子群及位移子 流形的运动综合法的一 般步骤	266
10.6.3	综合实例	267
10.7	并联机构的主动输入选取理 论	274
10.8	参考文献说明	276
	习题	277
第 11 章 串联机器人运动学		
11.1	串联机器人正向运动学分析 的指数积公式	278
11.1.1	D-H 参数与串联机器人 正向运动学	278
11.1.2	串联机器人正向运动学的 指数积 (POE) 公式	281
11.1.3	惯性坐标系与初始位形 的选择	282
11.1.4	实例分析	283

11.1.5	D-H 参数法与 POE 公式 的关系	287
11.2	串联机器人反向运动学的指数 积公式	288
11.2.1	反向运动学的指数积公 式	288
11.2.2	子问题的分类与求解	291
11.2.3	应用举例	305
11.3	参考文献说明	307
	习题	307
第 12 章 机器人机构的运动性能 分析		
12.1	机器人的速度雅可比矩阵	309
12.1.1	串联机器人的速度雅 可比矩阵	310
12.1.2	并联机器人的速度雅 可比矩阵	318
12.2	机器人机构的奇异位形分析	321
12.2.1	机器人奇异位形的定 义	321
12.2.2	奇异位形的分类	322
12.2.3	机器人奇异位形的一般 求解方法	325
12.2.4	典型机器人机构的奇异 位形分析	325
12.3	机器人机构的灵巧性分析	326
12.4	机器人的运动解耦性分析	328
12.5	机器人机构的传动性能	331
12.6	机器人机构型综合的再讨 论	334
12.7	参考文献说明	336
	习题	336
第 13 章 机器人的静力学及静 刚度分析		
13.1	机器人的力雅可比矩阵	338
13.2	静刚度分析	342
13.2.1	刚性体机器人机构的静 刚度映射	342