

预测控制的 理论与方法

丁宝苍 著



预测控制的理论与方法

丁宝苍 著

机械工业出版社

本书全面介绍工业预测控制、自适应预测控制、预测控制综合方法和两步法预测控制，侧重于预测控制综合方法和阐述启发算法和综合方法的关系。第一章介绍系统、模型和预测控制的概念，包括从经典预测控制到综合型预测控制过渡的描述；第二、三、四章分别介绍模型预测启发控制、动态矩阵控制、广义预测控制；第五章介绍针对输入非线性模型的两步法预测控制；第六章介绍预测控制综合方法的一般思路；第七、八、九章介绍状态可测情况下预测控制的综合方法，主要考虑多包描述不确定系统，可以说是首次全面介绍鲁棒预测控制；第十章介绍输出反馈预测控制的综合方法。全书辩证地看待预测控制的各种方法，为科研人员提供研究思路，为工程技术人员提供理解和应用预测控制的关键问题和解决方法。

本书可作为自动化专业研究生教材，预测控制理论研究者和工程技术人员参考用书。

图书在版编目（CIP）数据

预测控制的理论与方法 / 丁宝苍著. —北京：机械工业出版社，2008.3
ISBN 978-7-111-22898-1

I. 预… II. 丁… III. 预测控制 IV. TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 028009 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）

责任编辑：牛新国 版式设计：霍永明

封面设计：姚毅 责任印制：李妍

北京富生印刷厂印刷

2008 年 5 月第 1 版第 1 次印刷

169mm × 239mm · 15.5 印张 · 299 千字

0001—3000 册

标准书号：ISBN 978-7-111-22898-1

定价：38.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

销售服务热线电话：(010) 68326294

购书热线电话：(010) 88379639 88379641 88379643

编辑热线电话：(010) 88379768

封面无防伪标均为盗版

序

预测控制是 20 世纪 70 年代产生于工业过程控制领域的一类新型计算机控制算法。近 30 年来，预测控制理论和实践的发展都取得了丰硕的成果，不仅成为最有代表性的先进控制算法受到工业界的青睐，而且形成了具有滚动优化特色的不确定性系统稳定和鲁棒设计的理论体系。纵观预测控制的发展历程，大致经历了这样三个高潮阶段：一是 70 年代以阶跃响应、脉冲响应为模型的工业预测控制算法，其典型算法如动态矩阵控制等，这些算法在模型选择和控制思路方面十分适合工业应用的要求，因此从一开始就成为工业预测控制软件的主体算法并得到广泛应用，但理论分析的困难使它们在应用中必须融入对实际过程的了解和调试的经验；二是 80 年代由自适应控制发展而来的广义预测控制等自适应预测控制算法，相对于工业预测控制算法而言，这类算法的模型和控制思路都更为控制界所熟悉，因此更适合于理论分析，由此推动了预测控制的定量分析取得了一些新进展，然而，对于多变量、有约束、非线性等情况，解析上的困难成为定量分析中不可逾越的障碍，从而束缚了这一方向研究的深入发展；三是 90 年代以来发展起来的预测控制定性综合理论，在这一阶段，人们因为定量分析所遇到的困难而转变了研究的思路，不再束缚于研究已有算法的稳定性，而在研究如何保证稳定性的同时发展新的算法，这些研究可以针对最一般的对象，由于充分借鉴了最优控制、Lyapunov 分析、不变集等成熟理论和方法，使预测控制的理论研究出现了新的飞跃，取得了丰硕的研究成果，成为当前预测控制研究的主流，但这些成果与实际工业应用仍存在着很大的距离。

预测控制经过上述几个阶段的发展，已成为一个多元化的学科分支，包含了具有不同目的和不同特色的诸多发展轨迹。从全局的角度对这些发展进行辩证的反思和总结，将有助于研究者在这一开阔的领域中准确定位、把握方向。我很高兴地看到，《预测控制的理论与方法》一书，正在尝试做出这方面的努力。该书作者丁宝苍博士早期曾参加过预测控制的工业应用项目，2000 年至 2003 年在上海交通大学攻读博士学位期间，首先研究了广义预测控制系统的稳定性，然后以两步法预测控制的分析和设计为主完成了博士论文，而后又转向研究预测控制定性综合理论，特别是鲁棒预测控制的综合方法。尽管博士毕业后多次改变工作环境，但他始终坚持这一方向的研究，并且取得了丰硕的成果。因此，由他撰写的这本专著，必定能反映出他在涉足预测控制不同分支时对问题的深刻理解和丰富经验。事实上，从该书的内容和写作风格上我们很容易看到这一点。该书不仅介绍了预

测控制不同发展轨迹的丰富知识，可以作为很好的入门书，而且特别注重阐明基本的思路和不同研究领域间的相互关系，包括在每一章中以注释和章末提示和理解给出的、只有经过深入研究和思考才能体会到的要点和细节。我想，这也许是该书不同于其他预测控制书籍的最大特色，这对于预测控制的研究者无疑是大有启发的。

预测控制包含了从原理、算法到理论、策略的极其丰富的内容。研究预测控制，不仅仅是学会一两种算法或了解若干分析推导过程，而需要有广阔的视野和知识，在此基础上才能领悟到算法和理论中的真谛。希望该书的出版能为读者提供这样一个平台，使读者准确认识工业预测控制、自适应预测控制和现代预测控制定性综合方法的特点和思路，加深领悟和研究能力，为推动我国预测控制的研究和应用做出贡献。

席裕庚
于上海交通大学
2007年9月27日

前　　言

预测控制主要是在控制作用的实施方式上与其他控制方法有很大不同。通常，预测控制在每个采样时刻求解一个优化问题，得到这个采样时刻和未来一段时间的控制作用，但是只有这个采样时刻的控制作用是实际实施的；在下个采样时刻，重复相同的优化问题。人们曾经把预测控制和过马路、下棋等类比，因为这些行为和预测控制具有共同的特点：边走边优化。这种“边走边优化”的方式是许多工程问题中不能避免的，即在很多情况下只能“边走边优化”。所以，从某种程度讲，对很多工程问题，预测控制特有的实施方式不是人为的、而是必然的。

预测控制的主要应用对象是有约束、多变量系统。对无约束非线性系统和无约束线性时变系统，采用预测控制也可能得到更好的控制效果。但是对线性无约束（标称）系统，采用预测控制的优化方式确无必要，因为最优控制的解法要优越得多。此外，如果对一个控制问题可以找到满意的离线控制律，再采用预测控制优势就不明显了。预测控制的应用应该是面向那些不容易或不可能找到离线控制律的控制问题。预测控制的优势在于数值解。

要充分理解上述观点，还要明确预测控制的应用对象通常是复杂的实际系统，准确地建立模型是不可能的。这样，在预测控制中应用线性模型，甚至应用离线控制律，往往是简化工程问题，获得经济效益的关键；因为只有这样才可能避免复杂的非线性规划，使得现有的计算机可以胜任运行预测控制算法的任务。基于线性模型的预测控制不等于针对线性系统的预测控制。

预测控制的发展过程比较复杂。一般认为预测控制是 20 世纪 70 年代后期产生的计算机控制算法，那时出现的动态矩阵控制和模型预测启发控制受到的认可度一直很高。但在此之前，早在 70 年代初期就有关于滚动时域控制的研究。80 年代，对自适应控制的研究很热，英国学者 Clarke 又适时地提出了广义预测控制。广义预测控制在当时的背景下比动态矩阵控制和模型预测启发控制更适合理论分析；到目前为止，最早提出广义预测控制的论文得到了非常高的引用率。

到 20 世纪 90 年代，可以说国际上对预测控制的理论研究主要转向预测控制综合方法，并逐渐形成以最优控制为理论基础的具有稳定性保证的预测控制的概略性思路。并且，综合型预测控制的早期形式就是 70 年代初的那些滚动时域控制。90 年代初，已有一些学者评价动态矩阵控制、模型预测启发控制和广义预测控制等具有“玩游戏”的特点（不是下棋那样的游戏，而是赌博类的游戏）；主要原因在于这些方法的稳定性研究非常难以进展，在应用中只能是“边调边看”，那些理

论推导的成果都非常有局限性。

对预测控制综合方法，已得到一些很好的结果；但是到目前为止，还基本上无法应用到实际工程中。究其原因，最主要的是综合方法主要采用状态空间模型；而 20 世纪 70 年代后期提出预测控制时，正是为了克服基于状态空间模型的“现代控制理论”的某些不足。综合型预测控制的一个大问题是关于状态不可测的问题，采用状态估计器的预测控制综合方法目前还较保守；另一个大问题是关于模型的自适应问题，这个问题国际上已有少量研究成果，仍在发展中。动态矩阵控制、模型预测启发控制和广义预测控制都不涉及状态不可测问题，而 Clarke 提出广义预测控制时就是将其作为一种自适应控制方法的。

要理解工业预测控制、自适应预测控制和预测控制综合方法的上述差异，将涉及到控制理论的各个方面，包括系统辨识、模型近似和简化、状态估计、模型变换等等。总之，非常复杂，正是这种复杂性使得人们从不同角度对预测控制方法进行突破。对一个系统采用简单的控制器，如动态矩阵控制、模型预测启发控制，可得到“难以琢磨”的闭环系统；对一个系统采用复杂的控制器，如预测控制综合方法，却可得到容易分析的闭环系统；广义预测控制采用了不太简单的控制器（考虑辨识在内），得到了更加“难以琢磨”的闭环系统，但这是自适应控制不可避免的。

对一个有志于研究预测控制的科研人员，需要理解预测控制各种方法的差异，深知这种差异产生的根源，采用辩证的眼光看待所有的方法。写出的科技论文，要能够公正评价各种算法，论证论文结果的创新性。对一个工程技术人员，要理解预测控制的任何一种方法都不是万能的，其成功和失败都可有深刻的理论原因；要理解模型的选择在预测控制实施中的重要性，不能概括为模型越准确越好，还有很多的理论支撑。

对以上方方面面想得多了后，著者才写了《预测控制的理论与方法》，希望对读者能有所帮助。本书第一章介绍系统、模型与预测控制的概念，包括从经典预测控制到综合型预测控制的描述，说明系统和模型的不一致是普遍问题；第二、三、四章分别介绍模型预测启发控制、动态矩阵控制、广义预测控制；第五章介绍一类特殊的两步法预测控制，好处是引入吸引域及其计算方法；第六章介绍预测控制综合方法的一般思路，是重要的一章；第七、八、九章介绍状态可测情况下预测控制的综合方法，主要考虑多包描述不确定系统，可以说是首次全面介绍鲁棒预测控制；第十章介绍输出反馈预测控制的综合方法。

从全书的内容看，主要是侧重于有约束系统的控制，一半的内容与不确定系统的控制有关，并且采用线性系统。采用线性系统不是“捏软柿子”的原因，而是因为其不确定系统的研究成果揭示了预测控制中的问题，尤为突出的是第九章的开环优化和闭环优化问题，这个问题在实际工程问题中是不可避免的。

本书是作者近年来在预测控制领域研究工作的结晶。这里，要感谢中国石油大学袁璞教授、上海交通大学席裕庚教授、上海交通大学李少远教授、加拿大 Alberta 大学黄彪教授、新加坡南洋理工大学谢利华教授先后对我科研工作的支持和指导。著者的同事孙跃教授为本书出版给出了关键性的帮助。本书得到机械工业出版社资助出版。此外，著者的研究工作还曾受到国家自然科学基金（编号 60504013）和河北省教育厅自然科学重点项目（ZH2006008）的资助，在此一并表示感谢。

由于作者水平有限，时间有限，本书会有很多不尽人意之处，衷心希望读者给予批评指正。

丁宝苍 于重庆大学

2007 年 9 月

目 录

序

前言

第一章 系统、模型与预测控制	1
第一节 系统	1
第二节 数学模型	3
第三节 状态空间模型与输入输出模型	5
一、状态空间模型	5
二、传递函数模型	6
三、脉冲响应与卷积模型	7
第四节 连续时间系统的离散化	8
一、状态空间模型	9
二、脉冲传递函数模型	9
三、脉冲响应与卷积模型	9
第五节 预测控制及其基本特征	10
一、流派和发展历史	10
二、预测控制的基本特征	11
三、工业预测控制的“三大原理”	13
第六节 三种典型的预测控制优化问题	15
一、无穷时域	15
二、有限时域：经典预测控制	15
三、有限时域：综合型预测控制	16
第七节 有限时域控制：采用“三大原理”的例子	17
第八节 无穷时域控制：双模次优控制的例子	19
一、三个相关控制问题	19
二、次优解	20
三、可行性与稳定性分析	22
四、数值例子	23
第九节 从经典预测控制到综合型预测控制	25
第二章 模型算法控制	30
第一节 算法原理	30

一、脉冲响应模型	30
二、模型预测与反馈校正	31
三、优化控制：单入单出情形	32
四、优化控制：多入多出情形	34
第二节 约束的处理	37
第三节 预测控制的一般实施方式	39
第三章 动态矩阵控制	42
第一节 阶跃响应模型及其辨识	42
第二节 算法原理	43
一、单入单出情形	43
二、单入单出情形：另一种推导方式	46
三、多入多出情形	48
四、MATLAB 工具箱的说明	51
第三节 约束的处理	51
第四章 广义预测控制	54
第一节 算法原理	54
一、预测模型	54
二、丢番图方程的解法	56
三、滚动优化	57
四、在线辨识与校正	59
第二节 一些基本性质	61
第三节 与模型系数无关的稳定性结论	63
一、广义预测控制向线性二次型问题的转化	63
二、稳定性证明的工具：Kleinman 控制器	64
三、与 Kleinman 控制器形似的广义预测控制律	66
四、基于 Kleinman 控制器的广义预测控制的稳定性	69
第四节 多变量系统和约束系统情形	71
一、多变量广义预测控制	71
二、约束的处理	73
第五节 加入终端等式约束的广义预测控制	74
第五章 两步法预测控制	82
第一节 两步法广义预测控制	83
一、无约束情形	83
二、有输入饱和约束情形	83
第二节 两步法广义预测控制的稳定性	85

一、基于 Popov 定理的结论	85
二、寻找控制器参数的两个算法	88
三、实际非线性界的确定方法	89
第三节 两步法广义预测控制的吸引域	89
一、控制器的状态空间描述	90
二、吸引域相关稳定性	90
三、吸引域的计算方法	92
四、数值例子	94
第四节 两步法状态反馈预测控制	95
第五节 两步法状态反馈预测控制的稳定性	98
第六节 基于半全局稳定性的两步法状态反馈预测控制的吸引域设计	103
一、系统矩阵无单位圆外特征值的情形	103
二、系统矩阵有单位圆外特征值的情形	106
三、数值例子	107
第七节 两步法输出反馈预测控制	110
第八节 两步法输出反馈预测控制的稳定性	111
第九节 两步法输出反馈预测控制：中间变量可得到情形	116
第六章 预测控制综合方法概略	119
第一节 一般思路：离散时间系统情形	119
一、改造的优化问题	119
二、“三要素”和统一的稳定性证明思路	120
三、稳定性证明的直接法	121
四、稳定性证明的单调性法	122
五、反最优性	123
第二节 一般思路：连续时间系统情形	124
第三节 实现	126
一、采用终端零约束	126
二、采用终端代价函数	127
三、采用终端约束集	127
四、采用终端代价函数和终端约束集	128
第四节 一般思路：不确定系统情形（鲁棒预测控制）	129
一、统一的稳定性证明思路	130
二、开环 min-max 优化预测控制	130
第五节 鲁棒预测控制：闭环优化方法	132
第六节 一个具体实现：连续时间标称系统情形	133

一、三要素的确定	133
二、渐近稳定性	135
第七章 状态反馈预测控制综合	138
第一节 多包描述系统和线性矩阵不等式	138
第二节 基于 min-max 性能指标的在线方法：零时域	139
一、性能指标的处理和无约束预测控制	140
二、约束的处理	141
第三节 基于 min-max 性能指标的离线方法：零时域	144
第四节 基于 min-max 性能指标的离线方法：变时域	146
第五节 基于标称性能指标的离线方法：零时域	151
第六节 基于标称性能指标的离线方法：变时域	155
第八章 有限切换时域的预测控制综合	160
第一节 标称系统的标准方法	160
第二节 用预测控制方法求无穷时域约束线性二次型控制的最优解	163
第三节 标称系统的在线方法	165
第四节 用预测控制方法求无穷时域约束线性时变二次型 控制的准最优解	168
一、整体思路	169
二、min-max 约束线性二次型控制的求解	170
三、有限时域无终端加权情形（问题 8-6 的求解）	171
四、有限时域有终端加权情形（问题 8-7 的求解）	172
五、准最优性、算法与稳定性	172
六、数值例子	174
七、与其他方法的一个比较	175
第五节 多包描述系统的在线方法	177
第六节 多包描述系统的参数依赖在线方法	180
第九章 预测控制综合的开环优化与闭环优化	185
第一节 一种简单的部分闭环优化预测控制	185
一、目的：得到更大的椭圆形吸引域	185
二、有效算法	187
第二节 三模预测控制	189
第三节 混合型预测控制	192
一、算法	192
二、联合优势	195
三、数值例子	196

第四节	单值开环优化预测控制及其不足	199
第五节	参数依赖开环优化预测控制及其特点	201
第六节	切换时域为1的预测控制	203
第十章	输出反馈预测控制综合	205
第一节	优化问题：输入输出非线性系统	205
第二节	稳定和可行条件：输入输出非线性系统	207
第三节	实现算法：输入输出非线性系统	211
一、	一般优化问题	211
二、	线性矩阵不等式优化问题	212
三、	思路总结	215
第四节	优化问题：一般多包描述系统	215
第五节	最优化、不变性和约束处理：一般多包描述系统	217
第六节	实现算法：一般多包描述系统	220
附录	中英文对照表	223
参考文献		230

第一章 系统、模型与预测控制

在 20 世纪 70 年代，工业界（而不是控制理论界）首先构思出预测控制。在 20 世纪 80 年代，预测控制受到越来越广泛的重视。到现在，毫无疑问预测控制是化工和其他一些领域里应用最多的多变量控制算法。预测控制几乎可以用于任何的控制问题，在如下一些问题中预测控制最显其优势：

- 操作变量和被控变量的维数很高；
- 操作变量和被控变量都需要满足物理约束；
- 控制指标经常变化和/或设备（传感器/执行器）易出现故障；
- 时滞系统。

预测控制中一些著名的算法包括动态矩阵控制（DMC）、模型算法控制（MAC）、广义预测控制（GPC）等。这些算法在某些细节上有所不同，但是主要思想都是类似的。最基本的线性无约束预测控制算法与线性二次型控制很接近，具有解析解。在考虑约束时，一般在每个采样时刻在线实时求解一个优化问题。预测控制充分利用当今计算机的强大运算功能，来达到其优良的控制效果。

为了对预测控制的算法基础和意义有个完整的认识（尤其是针对初学控制理论的读者），本章简单介绍系统、模型和预测控制的一些概念。本章第一~第四节主要以文献[1]为基础；第五节和第七节主要参考了文献[2]；第六节参考了文献[3]；第八节内容参考了文献[4]。

第一节 系统

在预测控制研究中，系统通常指被控系统、被控对象或者包含预测控制器在内的闭环系统。

系统是相对于其“环境”而独立存在的；一个系统尽管受到环境的影响，但它具有自己的特性而独立存在，并且对环境产生影响。系统与环境的相互影响如图 1-1 所示，环境对系统的影响表现为系统的输入，系统对环境的影响表现为系统的输出，系统输入输出之间的关系是由系统本身特性决定的。随时间变化的系统的输入输出称为输入输出变量。如果系统的输入和输出变量只有一个，这样的系统称为单入单出（SISO）系统；

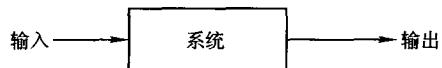


图 1-1 系统与环境的相互影响

如果系统的输入输出是多个互相独立的变量，则称为多入多出（MIMO）系统。

系统的边界是由系统的功能和研究分析的目的决定的。因此，系统与其组成部分（称为子系统）是相对的。例如，对一个大石油公司的管理来说，每个炼油厂都是一个独立的系统，它包含炼油厂中各生产装置；对于一个炼油厂的管理来说，各生产装置都是一个相对独立的系统；而每个生产装置中的各组成部分，例如化学反应器，它是生产装置的子系统；但在研究反应器时，又常常把反应器看作一个独立的系统。

在研究系统时，为了更清晰地表示组成其的各子系统之间的关系，常常用单向信息流方式表示。如图 1-2 所示的控制系统，由被控对象和控制器两个子系统组成；被控对象的输出是控制器的一个输入，常常称为被控变量；被控变量的期望值（称为设定值或给定值）是控制器的另一个输入变量，这是控制器以外的环境对系统的作用；控制器的输出作用到被控对象，是被控对象的一个输入变量；外界的干扰是被控对象的另外的输入变量。各输入输出变量均标有箭头，表明其作用方向，使各系统和环境间的相互作用一目了然。

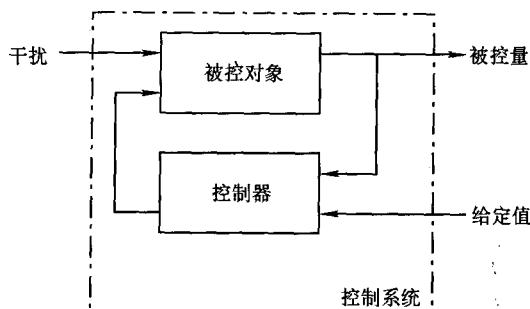


图 1-2 控制系统和环境的相互作用

需要注意的是，由于系统的边界不同，同一个实物可以有不同的输入输出变量。以化学反应器为例，若考察反应器的能量（热）平衡关系，进入反应器的热量常常是系统（反应器）的输入，从反应器带出或取走的热量，则是系统的输出。但是，当反应器作为控制系统中的被控对象时，若用自反应器取出的热量作为调节的手段，以维持反应温度为期望的数值，则反应温度为反应器的输出，自反应器取出或带走的热量则是反应器的输入。

对于一个特定的系统，如果确定了其各组成部分及其每部分的输入输出变量，形成类似图 1-2 所示的框图（注意，图 1-2 中被控对象和控制器也分别是由它们的子系统组成的，确定了这些子系统和它们的输入输出变量，可以得到更细致的框图），即可简单明了地说明各子系统之间的关系。

系统可根据不同的规则而划分为：

- (1) 线性系统与非线性系统;
- (2) 标称系统与不确定系统;
- (3) 确定系统与随机系统;
- (4) 时不变系统与时变系统;
- (5) 约束系统与无约束系统;
- (6) 连续状态系统与离散状态系统;
- (7) 连续时间系统与离散时间系统;
- (8) 时间驱动系统与事件驱动系统;
- (9) 集中参数系统与分布参数系统;
- (10) 含计算机网络的系统(网络系统)与不含计算机网络的系统;等等。

此外，兼具连续状态和离散状态、或兼具连续时间和离散时间、或兼具时间驱动和事件驱动的系统称为

- (11) 混杂系统;

这是一种非常重要的系统。但注意：本书主要研究连续状态、时间驱动、集中参数、不含计算机网络的系统。

对大多类型的系统的研究，都已建立相应的学科分支。流程工业中的大部分系统都具有非线性、不确定、时变、有约束和分布参数等特点，并以连续时间系统为主；在当前环境下，由于计算机参与过程控制，大都涉及到采样系统；在未来的发展中，一般认为都要涉及到计算机网络。

第二节 数学模型

为了分析研究系统，常常要建立系统的模型。模型可以分为两类，一类是物理模型（如小型实验装置）或模拟模型（如利用相似规律，用电路和网络来模拟实际物理过程）；另一类是数学模型，即用一定的数学方程式来描述系统。由于科学技术的发展，利用数学模型来分析研究系统的方法得到了越来越广泛的应用；数学模型已从分析研究的工具，进一步发展成为直接应用于实际、解决实际问题的手段。

实际系统是五花八门的，情况也比较复杂。加上分析系统的目的不同，数学模型的形式也是很多的，从建立模型的方法来说大体上有以下两种。

(1) 按照系统运动的机理和规律建立数学模型。例如对于生产过程，通常可按照物质守恒、能量守恒和其他有关规律给出的关系式建立数学模型，其结果不但给出系统输入输出变量之间的关系，也给出系统状态与输入输出之间的关系，使人们对系统有一个比较清晰的了解，故有时称为“白箱模型”。

(2) 假设系统符合某种形式的数学方程式，测取系统的输入输出变量，以一

定的数学方法确定模型中的有关参数，并可对模型的结构做出某些更改，从而得到系统输入与输出之间的数学模型。但系统的状态，即系统内部如何运动不得而知，故又称为“黑箱模型”。

这两种建立数学模型的方法可以说都是一大门类的学科体系。第一种方法可以得到有关系统的详细描述，但必须对系统或过程做深入的研究分析，成为“过程动态学”这一分支学科。第二种方法已发展为“系统辨识”这一分支学科。两种方法的详细讨论超出了本书的范围。数学模型在线辨识的控制器属于“自适应控制器”；和预测控制算法结合时形成自适应预测控制。

根据系统的特点，可区分或选择各种模型：

- (1) 线性模型与非线性模型；
- (2) 标称模型与不确定模型；
- (3) 确定模型与随机模型；
- (4) 时不变模型与时变模型；
- (5) 连续状态模型与离散状态模型；
- (6) 连续时间模型与离散时间模型（如微分方程模型与差分方程模型）；
- (7) 时间驱动模型与事件驱动模型；
- (8) 集中参数模型与分布参数模型（如常微分方程模型与偏微分方程模型）；
- (9) 自动机、有限状态机；
- (10) 智能模型（如模糊模型、神经网络模型）；

等等。对混杂系统，其模型的种类更加多，包括：

- (11) 混杂 Petri 网、微分自动机、混杂自动机、混合逻辑动态模型、分段线性模型等。

由于人们认识程度和数学处理方法的有限性，并不是一种系统一定对应相应的一种模型（如连续时间分布参数系统对应偏微分方程模型，等等）。模型的选择，既要根据系统的特点，也要考虑其可用性，多具有人为的性质。这样，对连续时间分布参数系统，可能采用离散时间集中参数模型；对非线性时变系统，可能采用线性不确定模型；等等。

在控制理论中，针对不同的系统及其描述该系统的不同模型，可找到不同的控制理论分支。如：鲁棒控制采用不确定模型，但可针对各种系统，只要该系统的动态特性可以由不确定模型的动态特性所包含；随机控制采用随机模型，利用系统中的一些统计特性；采用在线辨识模型的自适应控制主要采用线性差分方程模型，用模型的在线更新来对付时变、非线性等影响；模糊控制可针对不确定系统和非线性系统等，采用模糊模型；神经网络控制针对非线性系统等，采用神经网络模型；预测控制则广泛采用各种模型，研究各种类型系统（主要是多变量约束系统）的控制策略。