DAXUE SHUXUE XITICE

大学数学

习题册

（医科类）

四川大学数学学院高等数学教研室 编

四川大学出版社

大学数学习题册

（医科类）

参编人员

邓　英　　李　海　　方儒新　　牛健人
王　霞　　邓荣春　　刘亚平　　吕子明
何志蓉　　冷忠建　　张慎语　　李　珊
邹述超　　闵心畅　　陈　丽　　周厚隆
祝亭玉　　胡文春　　钮　海　　项兆虹
徐小湛　　高　波　　熊小林

四川大学出版社

责任编辑:廖庆扬
责任校对:刘源波
封面设计:翼虎书装
责任印制:杨丽贤

图书在版编目(CIP)数据

大学数学习题册．医科类／四川大学数学学院高等数学教研室编．一成都：四川大学出版社，2007.9
ISBN 978-7-5614-3829-9

Ⅰ.大… Ⅱ.四… Ⅲ.高等数学-高等学校-习题 Ⅳ.O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第 141068 号

书名 大学数学习题册（医科类）

作　者	四川大学数学学院高等数学教研室
出　版	四川大学出版社
地　址	成都市一环路南一段 24 号 (610065)
发　行	四川大学出版社
书　号	ISBN 978-7-5614-3829-9/O·122
印　刷	四川省地矿局测绘队印刷厂
成品尺寸	185 mm×260 mm
印　张	7.25
字　数	170 千字
版　次	2007 年 9 月第 1 版
印　次	2007 年 9 月第 1 次印刷
印　数	0 001～3 000 册
定　价	11.00 元

◆读者邮购本书，请与本社发行科联系。电话：85408408/85401670/85408023 邮政编码：610065
◆本社图书如有印装质量问题，请寄回出版社调换。
◆网址：www.scupress.com.cn

目　录

学院________ 姓名________ 学号________ 教师________

第 1 章 极限和微分学

1.1 函数与极限

1. 根据数列极限的定义证明下列极限：

(1) $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})=0$； (2) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sin n}{n}=0$.

2. 设 $\{x_n\}$ 为一数列.

(1) 证明：若$\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a$，则$\lim\limits_{n\to\infty}|x_n|=|a|$；

(2) 问：(1) 的逆命题“若$\lim\limits_{n\to\infty}|x_n|=|a|$，则$\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a$”是否成立？若成立，加以证明；若不成立，举出反例.

3. 根据函数极限的定义证明：$\lim\limits_{x\to-2}\frac{x^2-4}{x+2}=-4$.

学院__________ 姓名__________ 学号__________ 教师__________

4. 根据函数的图形写出下列极限（如果极限存在）：

(1) $\lim\limits_{x\to-\infty}\arctan x$，$\lim\limits_{x\to+\infty}\arctan x$ 和 $\lim\limits_{x\to\infty}\arctan x$；

(2) $\lim\limits_{x\to-\infty}e^x$，$\lim\limits_{x\to+\infty}e^x$ 和 $\lim\limits_{x\to\infty}e^x$.

5. 证明：若 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 存在，则函数 $f(x)$ 在 x_0 的某个去心邻域内有界.

6. 设 $f(x)=|x|$，求 $\lim\limits_{x\to0^-}f(x)$，$\lim\limits_{x\to0^+}f(x)$ 和 $\lim\limits_{x\to0}f(x)$.

学院________ 姓名________ 学号________ 教师________

7. 填空题：

(1) 当 $x\to$________时，$\frac{1}{x-1}$是无穷小；当 $x\to$________时，$\frac{1}{x-1}$是无穷大.

(2) 当 $x\to$________时，$e^{\frac{1}{x}}$是无穷小；当 $x\to$________时，$e^{\frac{1}{x}}$是无穷大.

(3) 当 $x\to$________时，$\ln x$ 是无穷小；当 $x\to$________时，$\ln x$ 是负无穷大；当 $x\to$________时，$\ln x$ 是正无穷大.

8. 选择题：

当 $x\to 0$ 时，函数$\frac{1}{x}\cos\frac{1}{x}$是（　　）.

A. 无穷小　　　　B. 无穷大

C. 有界的，但不是无穷小　　　　D. 无界的，但不是无穷大

9. 证明：函数 $f(x)=x\sin x$ 在$(0,+\infty)$内无界，但当 $x\to+\infty$时，$f(x)$不是无穷大.

10. 判断下列命题的正确性：

(1) 两个无穷小的和也是无穷小.　（　　）

(2) 两个无穷大的和也是无穷大.　（　　）

(3) 无穷小与无穷大的和一定是无穷大.　（　　）

(4) 无穷小与无穷大的积一定是无穷大.　（　　）

(5) 无穷大与无穷大的积也是无穷大.　（　　）

11. 举例说明：

(1) 两个无穷小的商不一定是无穷小；

学院________ 姓名________ 学号________ 教师________

(2) 无限个无穷小的和不一定是无穷小.

12. 计算下列极限:

(1) $\lim\limits_{x\to 2}(3x^2-2x+4)$;

(2) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-3x+1}{x^2-2}$;

(3) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{x-2}$;

(4) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^n-1}{x-1}$ (n 是正整数);

(5) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{3}{1-x^3}-\dfrac{1}{1-x}\right)$;

(6) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{(x+h)^3-x^3}{h}$;

学院________ 姓名________ 学号________ 教师________

(7) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2+7x+10}{x^2+x-2}$;　　(8) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+x+1}{x^2+x-2}$.

13. 计算下列极限：

(1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(3-\dfrac{1}{x}\right)\left(2+\dfrac{1}{x^2}\right)$;　　(2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+1}{4x^2+x-1}$;

(3) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+x+1}{5x^3-x^2+1}$;　　(4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-5x^2+1}{4x^2+6x+5}$;

(5) $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{2^n+3^n}{2^{n+1}+3^{n+1}}$;

(6) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+a+a^2+\cdots+a^n}{1+b+b^2+\cdots+b^n}$ ($|a|<1$, $|b|<1$).

14. 若$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2}{x+1}-ax-b\right)=0$，求 a，b 的值.

15. 若$\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{a}{1-x^2}-\dfrac{x}{1-x}\right)=\dfrac{3}{2}$，求 a 的值.

16. 计算下列极限：

(1) $\lim\limits_{x\to 1}(x^2-1)\cos\dfrac{1}{x-1}$；

(2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+1)\arctan x}{x^2}$.

学院__________ 姓名__________ 学号__________ 教师__________

17. 设 $f(x)=\begin{cases} x, & |x|\leqslant 1 \\ x^2-5, & |x|>1 \end{cases}$，分别求函数 $f(x)$ 在 $x=-1$ 与 $x=1$ 的左极限、右极限和极限.

18. 设 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x^{2n}-1}{x^{2n}+1}$，试求 $f(x)$ 的表达式.

19. 利用夹逼定理求下列极限：

(1) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n^2+1}+\dfrac{1}{n^2+2}+\cdots+\dfrac{1}{n^2+n}\right)$； (2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x}(\arctan x)^2$.

20. 计算下列极限：

(1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{4x}$； (2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin\alpha x}{\sin\beta x}$ (α，$\beta\neq 0$)；

学院________ 姓名________ 学号________ 教师________

(3) $\lim\limits_{x\to\infty} x\sin\dfrac{\pi}{x}$；　　(4) $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sin x}{\pi-x}$；

(5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x\arctan x}$；　　(6) $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{x}{\sqrt{1-\cos x}}$.

21. 计算下列极限：

(1) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n+1}\right)^n$；　　(2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{x}\right)^{x+5}$；

学院________ 姓名________ 学号________ 教师________

(3) $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt[x]{1-x}$；

(4) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x+1}\right)^x$；

(5) $\lim\limits_{x\to 0}(1+\tan x)^{2\cot x}$；

(6) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{n^2}\right)^n$.

22. 已知$\lim\limits_{x\to 0}(1+ax)^{\frac{1}{x}}=2$，求 a 的值.

学院＿＿＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿＿＿ 教师＿＿＿＿＿＿

23. 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin 2x}{x}, & x<0\\ \dfrac{x^2}{1-\cos x}, & x>0\end{cases}$，求 $f(0^-)$，$f(0^+)$和$\lim\limits_{x\to 0}f(x)$.

24. 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\tan ax}{x}, & x<0\\ x^2+x, & x\geqslant 0\end{cases}$，已知$\lim\limits_{x\to 0}f(x)$存在，求 a 的值.

学院________ 姓名________ 学号________ 教师________

1.2 导数与微分

1. 设 $f(x)=5x^2$，试按定义求 $f'(2)$.

2. 设 $f(x)=\frac{1}{x}$，试按定义求 $f'(a)(a\neq 0)$.

3. 证明：$(\cos x)'=-\sin x$.

4. 设 $f'(x_0)$存在，则

(1) $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0-h)-f(x_0)}{h}=$____________；

(2) $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0-h)}{h}=$____________；

(3) $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0+ah)-f(x_0+bh)}{h}=$____________.

5. 设 $f'(0)$存在，则

(1) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=$____________；

(2) 若 $f(0)=0$，则 $f'(0)=$____________.

6. 已知 $f(x)$在点 x_0 可导，且$\lim\limits_{h\to 0}\frac{h}{f(x_0-2h)-f(x_0)}=4$，则 $f'(x_0)=$____________.

学院________ 姓名________ 学号________ 教师________

7. 讨论下列函数在 $x=0$ 处的连续性与可导性：

(1) $f(x)=|\sin x|$；

(2) $f(x)=\begin{cases}\ln(1+x), & x>0\\ \sin x, & x\leqslant 0\end{cases}$.

8. 讨论 α 取何值时，下列函数在 $x=0$ 处(1)连续；(2)可导.

$$f(x)=\begin{cases}x^{\alpha}\sin\dfrac{1}{x}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}.$$

9. 设 $f(x)=(x-a)\varphi(x)$，其中 $\varphi(x)$ 在 $x=a$ 处连续，求 $f'(a)$.

学院__________ 姓名__________ 学号__________ 教师__________

10. 设 $f(x)=(x-1)(x-2)\cdots(x-10)$，求 $f'(10)$.

11. 已知 $f(x)=\begin{cases}\sin x, & x\leqslant 0\\ x, & x>0\end{cases}$，求 $f'(0)$.

12. 求曲线 $y=e^x$ 经过原点的切线方程.