

DAXUE SHUXUE XITICE

# 大学数学 习题册

(医科类)

○ 四川大学数学学院高等数学教研室 编



四川大学出版社

# 大学数学习题册

(医科类)

## 参编人员

邓 英	李 海	方儒新	牛健人
王 霞	邓荣春	刘亚平	吕子明
何志蓉	冷忠建	张慎语	李 珊
邹述超	闵心畅	陈 丽	周厚隆
祝亭玉	胡文春	钮 海	项兆虹
徐小湛	高 波	熊小林	



四川大学出版社

责任编辑:廖庆扬  
责任校对:刘源波  
封面设计:翼虎书装  
责任印制:杨丽贤

### 图书在版编目(CIP)数据

大学数学习题册. 医科类 / 四川大学数学学院高等数学教研室编. —成都: 四川大学出版社, 2007.9

ISBN 978-7-5614-3829-9

I. 大… II. 四… III. 高等数学-高等学校-习题  
IV. O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 141068 号

### 书名 大学数学习题册 (医科类)

作 者 四川大学数学学院高等数学教研室  
出 版 四川大学出版社  
地 址 成都市一环路南一段 24 号 (610065)  
发 行 四川大学出版社  
书 号 ISBN 978-7-5614-3829-9/O·122  
印 刷 四川省地矿局测绘队印刷厂  
成品尺寸 185 mm×260 mm  
印 张 7.25  
字 数 170 千字  
版 次 2007 年 9 月第 1 版  
印 次 2007 年 9 月第 1 次印刷  
印 数 0 001~3 000 册  
定 价 11.00 元

◆读者邮购本书, 请与本社发行科  
联系。电话: 85408408/85401670/  
85408023 邮政编码: 610065

◆本社图书如有印装质量问题, 请  
寄回出版社调换。

◆网址: [www.scupress.com.cn](http://www.scupress.com.cn)

版权所有◆侵权必究

# 目 录

第 1 章 极限和微分学 .....	( 1 )
1.1 函数与极限 .....	( 1 )
1.2 导数与微分 .....	( 11 )
第 2 章 积分学 .....	( 25 )
2.1 不定积分 .....	( 25 )
2.2 定积分 .....	( 29 )
2.3 定积分的应用 .....	( 35 )
第 3 章 微分方程 .....	( 37 )
3.1 一阶微分方程 .....	( 37 )
3.2 可降阶的高阶微分方程 .....	( 39 )
3.3 二阶常系数线性微分方程 .....	( 41 )
3.4 微分方程在医学上的应用 .....	( 43 )
第 4 章 多元函数微积分 .....	( 45 )
4.1 多元函数的概念 .....	( 45 )
4.2 偏导数与全微分 .....	( 47 )
4.3 多元函数微分法 .....	( 51 )
4.4 多元函数的极值 .....	( 53 )
4.5 二重积分 .....	( 55 )
第 5 章 线性代数 .....	( 57 )
5.1 行列式 .....	( 57 )
5.2 矩 阵 .....	( 61 )
5.3 线性方程组 .....	( 67 )
第 6 章 概率与统计 .....	( 69 )
6.1 随机事件与概率 .....	( 69 )
6.2 随机变量及其概率分布 .....	( 75 )
6.3 随机变量的数字特征 .....	( 79 )
模拟题一 .....	( 81 )
模拟题二 .....	( 85 )
模拟题三 .....	( 89 )
模拟题四 .....	( 93 )
参考答案 .....	( 97 )



学院\_\_\_\_\_

姓名\_\_\_\_\_

学号\_\_\_\_\_

教师\_\_\_\_\_

# 第 1 章 极限和微分学

## 1.1 函数与极限

1. 根据数列极限的定义证明下列极限:

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = 0;$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n}{n} = 0.$$

2. 设  $\{x_n\}$  为一数列.

(1) 证明: 若  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ , 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} |x_n| = |a|$ ;

(2) 问: (1) 的逆命题 “若  $\lim_{n \rightarrow \infty} |x_n| = |a|$ , 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ ” 是否成立? 若成立, 加以证明; 若不成立, 举出反例.

3. 根据函数极限的定义证明:  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2} = -4$ .



学院 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 教师 \_\_\_\_\_

4. 根据函数的图形写出下列极限(如果极限存在):

(1)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \arctan x$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \arctan x$  和  $\lim_{x \rightarrow \infty} \arctan x$ ;

(2)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x$  和  $\lim_{x \rightarrow \infty} e^x$ .

5. 证明: 若  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  存在, 则函数  $f(x)$  在  $x_0$  的某个去心邻域内有界.6. 设  $f(x) = |x|$ , 求  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  和  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .





学院 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 教师 \_\_\_\_\_

(2) 无限个无穷小的和不一定无穷小.

12. 计算下列极限:

(1)  $\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 - 2x + 4)$ ;

(2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 1}{x^2 - 2}$ ;

(3)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ ;

(4)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - 1}{x - 1}$  ( $n$  是正整数);

(5)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{3}{1-x^3} - \frac{1}{1-x} \right)$ ;

(6)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$ ;



学院 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 教师 \_\_\_\_\_

(7)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 7x + 10}{x^2 + x - 2};$

(8)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + x - 2}.$

13. 计算下列极限:

(1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(3 - \frac{1}{x}\right) \left(2 + \frac{1}{x^2}\right);$

(2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 1}{4x^2 + x - 1};$

(3)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x + 1}{5x^3 - x^2 + 1};$

(4)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 5x^2 + 1}{4x^2 + 6x + 5};$

(5)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n + 3^n}{2^{n+1} + 3^{n+1}};$



学院 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 教师 \_\_\_\_\_

$$(6) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+a+a^2+\cdots+a^n}{1+b+b^2+\cdots+b^n} \quad (|a| < 1, |b| < 1).$$

14. 若  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2}{x+1} - ax - b \right) = 0$ , 求  $a, b$  的值.

15. 若  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{a}{1-x^2} - \frac{x}{1-x} \right) = \frac{3}{2}$ , 求  $a$  的值.

16. 计算下列极限:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 1) \cos \frac{1}{x-1};$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1) \arctan x}{x^2}.$$



学院\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 教师\_\_\_\_\_

17. 设  $f(x) = \begin{cases} x, & |x| \leq 1 \\ x^2 - 5, & |x| > 1 \end{cases}$ , 分别求函数  $f(x)$  在  $x = -1$  与  $x = 1$  的左极限、右极限和极限.

18. 设  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n} - 1}{x^{2n} + 1}$ , 试求  $f(x)$  的表达式.

19. 利用夹逼定理求下列极限:

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n^2 + 1} + \frac{1}{n^2 + 2} + \cdots + \frac{1}{n^2 + n} \right);$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} (\arctan x)^2.$$

20. 计算下列极限:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{4x};$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha x}{\sin \beta x} \quad (\alpha, \beta \neq 0);$$



学院 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 教师 \_\_\_\_\_

(3)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{\pi}{x};$

(4)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{\pi - x};$

(5)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \arctan x};$

(6)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\sqrt{1 - \cos x}}.$

21. 计算下列极限:

(1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^n;$

(2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{x+5};$



学院\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 教师\_\_\_\_\_

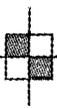
(3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[x]{1-x}$ ;

(4)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-1}{2x+1} \right)^x$ ;

(5)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \tan x)^{2 \cot x}$ ;

(6)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right)^n$ .

22. 已知  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+ax)^{\frac{1}{x}} = 2$ , 求  $a$  的值.



学院 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 教师 \_\_\_\_\_

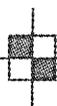
23. 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{x}, & x < 0 \\ x^2, & x > 0 \\ \frac{1}{1 - \cos x}, & x > 0 \end{cases}$ , 求  $f(0^-)$ ,  $f(0^+)$  和  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .

24. 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{\tan ax}{x}, & x < 0 \\ x^2 + x, & x \geq 0 \end{cases}$ , 已知  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  存在, 求  $a$  的值.



## 1.2 导数与微分

1. 设  $f(x) = 5x^2$ , 试按定义求  $f'(2)$ .
2. 设  $f(x) = \frac{1}{x}$ , 试按定义求  $f'(a) (a \neq 0)$ .
3. 证明:  $(\cos x)' = -\sin x$ .
4. 设  $f'(x_0)$  存在, 则
  - (1)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - h) - f(x_0)}{h} =$  \_\_\_\_\_;
  - (2)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{h} =$  \_\_\_\_\_;
  - (3)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + ah) - f(x_0 + bh)}{h} =$  \_\_\_\_\_.
5. 设  $f'(0)$  存在, 则
  - (1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} =$  \_\_\_\_\_;
  - (2) 若  $f(0) = 0$ , 则  $f'(0) =$  \_\_\_\_\_.
6. 已知  $f(x)$  在点  $x_0$  可导, 且  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{f(x_0 - 2h) - f(x_0)} = 4$ , 则  $f'(x_0) =$  \_\_\_\_\_.



学院\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 教师\_\_\_\_\_

7. 讨论下列函数在  $x=0$  处的连续性与可导性:

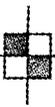
(1)  $f(x) = |\sin x|$ ;

(2)  $f(x) = \begin{cases} \ln(1+x), & x > 0 \\ \sin x, & x \leq 0 \end{cases}$

8. 讨论  $\alpha$  取何值时, 下列函数在  $x=0$  处(1)连续; (2)可导.

$$f(x) = \begin{cases} x^\alpha \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

9. 设  $f(x) = (x-a)\varphi(x)$ , 其中  $\varphi(x)$  在  $x=a$  处连续, 求  $f'(a)$ .



学院 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 教师 \_\_\_\_\_

10. 设  $f(x) = (x-1)(x-2)\cdots(x-10)$ , 求  $f'(10)$ .

11. 已知  $f(x) = \begin{cases} \sin x, & x \leq 0 \\ x, & x > 0 \end{cases}$ , 求  $f'(0)$ .

12. 求曲线  $y = e^x$  经过原点的切线方程.